第一章 绪　论

1.1 可靠性概念

可靠性概念并不是新的概念．事实上长期以来人们已经在关心他们使用的产品的可靠性．虽然没有特地使用"可靠"这个术语，但指的就是这个意思．时常听到人们抱怨"东西不如从前耐久"，这就是人们对他们所用的东西的过去的可靠性和现在的可靠性的一种比较，尽管这种比较是主观的．可靠性的这些讲法都是定性的，没有包括数值量度．

朝鲜战争开始以后，定量的可靠性才广泛应用，在可靠性的测定中才采用统计方法．可靠性的定义有一个演变过程，现在被广泛接受的可靠性的定义是，一个设备在给定的时间内、在预期的应用中能正常工作的概率．对一次使用设备[1]，比如爆炸装置，对不依赖时间的特性，定义有所不同，不过，本质上还是可以采用上述定义的．上面的定义包括了概率这个术语，这说明采用了定量量度．概率是一个特定形式的事件（上述定义中就是正常工作）出现的可能性．任何一种民用或军用设备的正常工作概率都是可以测定的，只是测量方法随设备种类不同而异．

可靠性的定义中除了有概率概念外，还有其它三方面的

---

1) 一次使用设备多指本身设计成只工作一次的设备，工作一次后就坏了，比如炸弹．但有时也指瞬时工作设备，即一次的工作时间非常短的设备，但工作后还可使用，比如后面提到的闪光灯——译校者注．

考虑：满意的工作、时间期限和预期应用．什么算是满意的工作，必须有一个定义．显然，一个设备不满意时，它不一定是完全不工作的．虽然当自动发动机的两个汽缸压缩能力低时发动机的性能算是不满意，但是所有希望的性能都百分之百地达到也不是满意性能的真正定义．有些性能没有达到百分之百的要求也是可以接受的．例如在美国有过许多载人的宇宙飞行，虽然并非每项设备都理想地工作，但可以说这些飞行仍然是非常成功的．这正好说明，要使可靠性的量度有意义，必须要定义什么算是满意的性能．

工作的时间期限是比较明确的．规定一项任务总包括一个具体的完成期限．保用书总是写明保用年月的．满意性能的标准定义后，便可按要求的时间期限将设备工作状况与标准进行比较．然而即使在这种情况下也有一定的灵活性．可接受的标准可能随时间而变，在工作后期认为满意的标准也许略低于初期认为满意的标准．一辆新汽车不因油量减少而多耗油，但一辆用过五年的旧汽车每行驶 1000 哩要多加四分之一加仑油才能很满意地运行．

最后一个考虑——预期应用——也必须是可靠性定义的一部分．人们设计的设备总是在某些特定的条件下、以一定的方式工作的．这些条件包括制造、运输、储存和使用中碰到的环境条件（温度、压力、湿度、加速度、振动、冲击和噪声等）和工作条件（电压、电流、转矩和大气腐蚀等）．如果设备在其预定的环境下工作时发生故障或性能过度降低，就算不满意；但如设备承受的应力超过设计容许的应力，便不能将故障或性能降低视为不可靠的合理的量度．

本书考虑的主要是和概率有关的问题，并讨论概率的定义、计算方法、从元件的概率推求系统的概率的方法以及可靠性数值方面的其它问题．一般总假定，满意的性能、时间期限

和预期应用都有适当的标准. 不过，在数学问题的讨论中使用这些标准时，还要对它们再作叙述或研究.

1.2 可靠性的必要性

近年来人们已经认识到获得高可靠系统和高可靠元件的重要性. 从纯经济观点讲，为了减少总费用，高可靠性也是必要的. 维持某些军用设备处于可工作状态每年花的费用高达设备原价的十倍，这个使人不安的事实强调说明了高可靠的必要性. 一个部件或元件失效不仅损坏失效的元、部件本身，而且往往也损坏使用这些元、部件的某些更大的设备或系统. 正如俗话所说，马掌损坏马便不能奔跑. 一个漏汽的制动汽缸如果导致事故，可能要花很大的修复费用. 开关装置工作失灵或遥测系统不工作，可能使一个宇宙卫星完全无用.

安全考虑也是同样重要的. 汽缸阀门漏气可能引起严重的人身事故和支付不应付的开支. 飞机上的着陆装置损坏纵使乘客没有伤亡也会使飞机报废. 不难看出，其后果可能会更加严重得多. 美国三个宇宙飞行员不幸死亡，足以说明可靠性对人身安全的重要意义.

日程推迟、不方便、顾客不满、信誉损失（可能对一个国家）、更严重的甚至危害国家安全等，也都可能是由不可靠性引起的. 这些情况也包括费用和安全因素. 例如，费钱是每一失效所带来的必然后果，正如日程推迟、不方便是每一失效所带来的必然后果一样. 大多数失效都要造成上述诸后果中的至少一个后果. 有一个平常的例子，例如电视机中一个元件有毛病，也会引起经济损失、不方便、（制造者或出售者）信誉损失和用户不满.

从政府工业和民用工业现在经常越来越强调可靠性已经

反映出可靠性的重要性和必要性了. 国防部、国家宇航局和原子能委员会的大多数合同中，都对承包者的产品提出有某种程度的可靠性要求. 要求的范围从系统可靠性指标的规定到成果的实际验证. 大多数政府拨款的规划都明文规定要执行诸如国防部标准 MIL-STD-785、国家宇航局标准 NPC-250-1 或美国空军标准 MIL-R-26484 等可靠性文件；在这些文件里，详细地规定了可以接受的可靠性计划的要求. 有许多技术规划都对可靠性工作拨了专款，要求发展和支持可靠性规划的设想，并规定要定期提出可靠性报告.

不过，民用工业在贯彻可靠性规划方面进展比较迟缓. 过去有些民用商品生产者认为，在可靠性工作上花钱是得不偿失，因此只是附奉而已. 后来通过电视和其它宣传方式大力向公众宣传高质量和高可靠性，他们才在这方面作了一些实际努力. 幸好，这种局面目前正在逐步改变，因为较多的公司开始发现，执行有效的可靠性计划从经济上讲是有好处的.

1.3 可靠性工作范围

在 60 年代里，可靠性工作得到了很大的推动，人们对它的认识大大提高，对它的意义越来越明确. 现在，可靠性已成为一门人们熟悉的工程学科，有它自己的方法、体系和技术. 达到目前这种情况并不是一帆风顺的，事实上在它的成长过程中，它曾经经历了类似于 20 年前质量保证所经历的一番波折. 要使公司董事会相信可靠性在经济上是有利的，为此付出的精力并不亚于执行可靠性计划本身. 因此，为了在企业管理方面和质量控制方面重视可靠性，曾不得不花出精力论证可靠性的必要性，论证在可靠性工作的组织和领导中采用企业管理原则的必要性.

在可靠性理论的成长过程中，开发了三个主要技术领域：(1)可靠性工程，包括系统可靠性分析、设计评价和有关任务；(2)可靠性分析，包括失效研究和纠正措施；(3)可靠性数学．这些领域每一个都发展成为一门独立的学科．尽管一个领域的工作与另一领域的工作很难划出明确具体的界线，但实际上可靠性工作常常分成这样三个部分．头两个部分有些工作不一定总是由可靠性部门承担；例如，设计评价有时也由设计部门自己负责．因此在这种情况可靠性部门通常就是监督执行上述工作，看是不是按管理条例或合同规定行事．但第三项工作——可靠性数学工作——却往往由可靠性部门承担．这是因为，第一，虽然所用方法并不是可靠性部门所特有，但大多数设计、试验和其它部门工作人员并不熟悉这些数学方法．第二，提到"可靠性"这个术语时，通常想到的就是数学方面的内容．事实上，可靠性的主要定义都是用数学术语(包括概率这个术语)给出的．

可靠性设计有如下工作：系统设计的分析，各种方案的比较，设计图纸和规范的评价，优选元件和材料表的编制，以及试验计划的编写与分析．一些特有的工作是，分析失效模式和影响，编排设计评价对照表，并作一些具体的研究和探讨工作．象供应方的可靠性估计要算在可靠性设计工作之内一样，环境设计常常也算在可靠性设计工作之列．在复杂系统例如精炼厂或宇宙飞船的可靠性组织中，可靠性设计工作可分成四组：系统设计组，机械设计组，电气设计组，第四组研究供应方的可靠性估计和元件应用．尽管各组各有自己的工作特点，但几乎所有各项工作都要用到数值方法．

可靠性分析工作将涉及到制造和组装工作、性能测试、失效分析和纠正措施、工作时间和工作次数的数据积累、现场工作报告以及完善和验证与设计有关的其它工作．作这项工作

的人员要协助保证贯彻执行设计意图，报告操作和方法上的差错及性能的变异. 可靠性分析组要大量提供设备的实际可靠性数据，供其它可靠性组使用.

统计组一般是最小的组，但它对整个可靠性计划起的作用却并不逊于其它组. 该组(或个人)除了完成可靠性预测、分配和估计的数值工作外，还得协助可靠性设计组和可靠性分析组，甚至要直接协助设计人员和试验人员. 现在已经提出了试验的统计设计符合度检验、系统预测和其它数学方法，而且这些方法已在工程问题中得到了应用. 本书讨论的这些方法和技术适用于上述两类工作，不难预料，这些方法将会对可靠性设计人员、可靠性分析人员、工程管理人员以及可靠性统计人员有所帮助.

1.4 不可靠的原因

一个设备或系统为什么不可靠这有许多原因. 可能有原始设计思想上的错误直到操作上的差错，也可能既有设备本身的毛病又有应用和使用上的错误. 从设计思想到现场应用这一广泛的范围是系统有效性这门更广泛的学科的一个主要部分. 我们将主要关心实际有效性低于设计有效性的技术上的原因，尤其注意可用统计方法估计和纠正的不可靠的原因. 我们首先研究一下不可靠的一些主要原因.

设计上的缺点通常是首先考虑的. 实践中的错误或疏忽大意与设计上的缺点相比只是一小部分. 而未知的环境、性能差的元件或设备、认为可用的材料不合用、不可避免的复杂性，等等，所有这些都可能对设计不满足可靠性要求有显著影响. 在新的现场中执行计划时，常常也碰到未预料到的有害的环境，比如核动力系统.

未知的环境有两方面:(1)未被广泛研究过的新环境;(2)实际情况不知道的熟环境，比如地球温度. 辐射、绝对真空、宇宙尘冲击和宇宙温度谱等是目前正在广泛研究的环境. 正在研究它们有关的概率问题和影响.这些工作花费是很大的.目前虽已发表了大量资料，但现在还是根据过去的资料和熟悉的工程原则用外推法来确定它们对特定设备和任务的影响. 环境的影响知道后，仍不一定知道设备所处的全部环境情况. 比如在临界温度水平的比较小的温度差也能对电子元件的性能产生很大影响,但是即使知道这种影响,也可能有未被发现的降低可靠性的过热点或温度梯度.

特别是在新的应用中需要使用不熟悉的材料时，材料性能往往发生预料不到的变化.材料晶体结构预想不到的变化、罕见的化学变化等都是可能发生的，而且可能要使用了几十或几百小时之后才表现出来. 同样，设计上的其它未知因素也能对设备性能和寿命产生不利的影响.

有些不希望有的条件即使设计人员知道了也无可行的办法来避免. 现有的材料和元件并不具有人们所期望的性能或特性，但因得不到更好的，只得使用. 自然，这种情况下应当制定研究和发展计划,改变这种局面. 此外,也可能系统太复杂,由于系统性能和重量的限制又不能使用冗余元件,失效率高是自然的、不能避免的现象. 设计人员只有尽其所能减小失效概率. 可能时应将系统设计得可以维修,以便一旦发生失效后可以很快查出毛病,进行适当修理或替换.

考虑了设计上的缺点之后,接着要考虑的便是试验计划、设备和工作中的缺点. 这些缺点往往也是未知的和预想不到的因素引起的. 为了执行一个旨在不仅能验证性能而且也能研究潜在的不可靠性问题的完善的计划，花钱也许并不解决问题. 仪器未校正好或调节不当也能导致受试单元过早衰老

或失效.试验设备发生故障可能使受测系统承受过度的应力，产生从属失效，也可能使系统经受过多次的循环而发生疲劳，从而使系统失效. 阀门、控温器、稳压器等功能不好可能使设计中不该承受应力的单元承受应力. 一个简单的例子是，油冷系统发生故障将使受试单元的轴承过热，造成接连的事故. 另一例子是，试验设备其它地方的负载产生低压，打开水力动力工作阀门，导致试验突然停止. 试验突然停止将使受试单元承受过度应力，缩短寿命.

技术文件内容不妥或不完备是大部分不可靠的另一原因. 设计文件和工艺文件不完备或不明确将使产品产生觉察不出的、偏离设计意图的毛病. 对试验工程指导不清楚会使试验操作产生差错，损坏试验单元，造成过早失效. 现场操作和维修手册与说明书不明确、不完善甚至凭空臆造将导致操作出错、维修不妥和早期失效.

为了赶预订日程或为了使设备早日工作，可能没有进行淘汰潜在的早期失效的功率老化. 或者设备本身寿命没有所要求的工作周期那么长（由于元件目前工艺水平），无法避免耗损失效. 最后，可能是可靠性要求本身太高，在预算方案、预计日程和其它条件的限制下，没有满足现实要求的可能性.

1.5 失效类型

失效原因可分为三个基本类型. 一般认为，引起某一失效的原因可能不只一个，某些情况下，有些原因还无法截然划分. 不过，分成这三类将有助于讨论可靠性数学中的许多问题而又无损于结论. 我们可以研究可靠性预测、分配和估计方面的问题，提出解决这些问题的方法，而这些方法从便于利用观点讲要是实际可行的，从其解答的有效和有用方面看又

要是现实的.

失效的三种类型是,初期失效、随机失效和耗损失效. 第四种可能的类型是过应力失效，这种失效在系统工作期间的任何一个时间都是可能发生的. 过应力失效的失效分布与耗损失效的分布相同,所用的数学方法也类似,因此,尽管以后要把过应力失效分开讨论,但这里却不把它分成独立的一类.

初期失效或早期失效是由设计、制造或检验有错致使元件或组件有毛病而引起的失效. 新产品在研究和试制阶段出现的失效通常都是早期失效. 采取纠正措施后,失效原因可以消除,并可定出验证试验. 不过在某些情况下从经济上讲不容许着眼于一个元件去寻求某些失效机构. 而比较合算的办法是生产大批元件，通过功率老化试验或其它百分之百的检验,将有隐患的元件（有时叫"疵品"）挑出来. 在元件照例要进行功率老化的电子工业界都有这种体验. 在100小时或其它时间期限的老化过程中,观察元件特性,将那些变坏或失效的元件从一批中挑出来. 为了确保查出和排除早期失效或潜在失效，往往要在系统或子系统交货之前让其工作，对它们进行一次"除害". 这个工作对那些使用时不可能进行维修的导弹和卫星子系统是必不可少的，而对那些可以进行维修但其可靠运转又决不能受到危害的设备，比如民用动力分配系统和雷达,最好也那样作.

由于功率老化是要求要作的工作，在某些情况下还是必不可少的一项工作,而且初期失效又能消除,因此在可靠性数学的讨论中就不考虑初期失效了. 如果确有初期失效，则由于它的失效率很高,因此元件或系统的可靠性计算将是无效、有错而偏低的.

查找失效原因和它的历史可以发现什么时候出现初期失效,也有助于提出消除它的纠正措施（修正设计、训练操作人

员、改进检验或功率老化).

其它两类失效——随机失效和耗损失效（包括过应力失效)——将在接连几章中联系所用的统计分布和数学方法进行讨论. 随机失效采用负指数分布，耗损失效和其他失效表现出"钟形"曲线的特性，因而采用正态（高斯）分布和有关分布. 冗余系统采用其它有关分布. 图 1.1 表明了这三种失效的关系. 图中的曲线常常叫做"浴盆曲线".

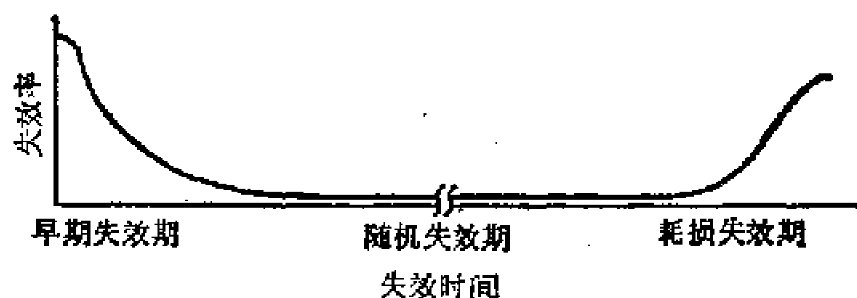


图 1.1 元件或系统工作期中的相对失效率.

早期失效率的高低和耗损期失效率的高低不一定和图 1.1 所表明的完全相同. 例如，从产品讲，机械元件早期失效率就相当低. 同样，随机失效期中曲线高度也可能大不相同. 不过三类失效的一般关系还是如图所示.

1.6 提高可靠性的方法

既然不可靠的隐患不少，自然我们就有理由问，尤其在可靠性要求高时要问：能否实现所希望的高可靠水平呢？幸好，隐患是可以消除的. 问题找到了，缺点纠正了，而且纠正措施也经受了考验. 设计上的缺点克服了，有所改进的材料和元件研制出来了，适当的工作程序和工作手册编写出来了，这一切都可以提高可靠性. 此外还有其它几个方法也可提高元件或系统的可靠性.

提高可靠性的这些方法中有许多都要用到数值方法．比较后备设计、采用大安全系数、使用冗余法和过应力试验等都要用到定量分析．估计和纠正设计缺点以及编制维修计划也要用到统计方法． 其它方法，例如失效分析和功率老化尽管不直接涉及数学方法，但用统计方法作为一个辅助工具时，效果最好．

比较后备设计时，应由主管设计组准备两个以上能满足所需性能的后备方案．然后由可靠性、质量保证、应力分析、工艺制造和其它部门的人员对这些方案加以评价，提出可能的缺点，选择最好的方案．可靠性评价的一个方面是，定量预测各种设计方案的可靠性．这种预测方法将在第十章中详细讨论． 不作定量比较时，一般情况是在某一应用的各种设计方案中选出一个设计方案，其可靠性可能实际上反而稍微低一些．

在建筑和建设工业中，广泛采用大安全系数． 一般用五到十倍的安全系数．使用比较粗的梁、筑比较深的地基，通常是不难实现这一点的，而且相对讲来费用也不大． 重量不大考虑．然而在诸如电子工业、航空工业和宇宙空间等工业中，重量和性能却成为重要问题了． 在宇宙飞行任务中，燃料量比要附加的设备的重量重很多倍——每一磅工作设备的重量价值非常贵．安全系数有小到 10％（1.1 比 1)的．用这样小的安全系数时，了解应力和强度的分布以及它们的关系便非常重要了，在计算中使用统计方法也甚为重要．

冗余法是提高可靠性的主要方法．它是采用了两种以上的手段(实际只要一种)来完成同一任务的方法．方法之一是使用两个以上的相同的元件或设备，使得当一个失效后可以用另一个完成任务；另一种是配备两个以上的元件或设备同时完成同一任务．例如在汽车上配备备用轮胎；在宇宙飞船的

航行中；在自动控制发生故障后使用手动六分仪都是前一方法的例子．这两个例子中，冗余元件（备用轮胎或六分仪）仅在初先使用的系统发生故障后才使用．这种冗余法叫后备冗余法．另一种冗余法是所有可工作的（未发生故障的）系统一起工作，同时完成一个任务．这种类型的方法叫并行工作冗余法．并行工作冗余法的一个例子是使用几个防止负载不平衡的装置，使得即使一个或两个防止不平衡的装置失效后也不影响系统平衡．另一例子是在飞机上使用四个发动机．

采用何种冗余法主要取决于系统性能的考虑．如果失效检查和转换工作极为可靠，从理论上讲，后备冗余法可靠性高于并行工作冗余法．从可靠性观点来看，在相反的情况下，如果失效检查和转换工作不可靠，最好用并行工作冗余法．与没有冗余系统的情况相比，这两种冗余法都大大提高了系统的可靠性．冗余系统的可靠性计算十分复杂，在后面第七、第八和第十章里再讨论这个问题．

过应力试验或加速试验两者都是用来估计元件能否满足可靠性要求，都是用来查找隐患和失效模式的较快的方法．要是加速试验非常有效，便可从历史数据知道加速条件下的失效和失效率同推荐条件和实际工作条件下的失效和失效率的关系．例如，完全知道电容器和电阻器的失效率同外加电压和温度的关系后，便可用这些关系来估计新的一批、新的型号或其他制造者的电容器和电阻器的失效率．一个常用的关系是，温度每升高 10℃，失效率约增加一倍．因此，当这种元件在 125℃ 的高温下工作时，则这时的失效率便为 75℃ 下的失效率的 32 倍．由于这种元件非常可靠，所以，为了较快地估计新的一批的可靠性，可以从这批中取出一部分放在高温下工作；为了在较短的时间内估计出失效率，甚至可以在又加高温又加过（电）压的条件下使用．实践中对新型产品一般都用

过应力试验来寻找潜在的失效模式．加速试验常见的另一用法是和功率老化试验结合使用，借以使新的产品一开始工作就受到它们在其后的应用中会遇到的过应力，从而消除潜在的失效或"疵品"．自然，重要的是，功率老化或其它加速试验或过应力试验不应改变原来的失效模式引入新的失效模式[1]；当试验产品还要销售出厂时，决不能使它们性能恶化．

比较后备设计方案时，可靠性预测法是有价值的；确定应在哪些方面集中精力使得可靠性得到最大提高时，实际设备的可靠性估计也是很有价值的．将那些引起系统失效的元件之中起作用最大的找出之后，便可分析出用什么方法(比如用较大的安全系数和冗余法等）来提高系统的可靠性．目前在可靠性估计中是直接使用统计法分析设备的实测数据．第十三章和第十四章将要叙述最常用的估计方法，也将讲到选择这些方法的标准和具体应用的例子．

纠正设计上的缺点是提高可靠性的最直接的方法．工程分析法是用来查找毛病，选择克服的办法．应力分析、材料适用性估计和其它分析方法对可靠性工作都是有帮助的．除了进行一些辅助研究协助工程分析外，可靠性工作部门还应作一些统计试验设计，使我们可以选择输入特性的最佳值，并使我们能够对设计变化的显著性获得数学量度．统计实验设计(不属本书范围）虽不与可靠性直接有关，但在经济上却有很大的贡献．

定期检修工作中采用统计法可以使我们用最有效的方法获得所希望的可靠性水平．维修率是一个重要课题，它涉及到诸如平均无故障工作时间、平均修理时间等统计量度．系统有效性中的维修率(可靠性的另一侧面)是个范围非常广泛

1）这里应理解为失效机理．有时失效模式可能相同，但机理已变了，这也是不容许的——译校者注．

的问题，这是其它书的课题.

我们将研究测定、提高元件和系统可靠性的数学方法和技术，并研究选择方法的标准. 在详细分析这些方法之前，我们先介绍一些基本的统计概念. 这将使我们能够比较清楚地看出这些方法为何有效和有用，也将有助于我们在碰到具体的可靠性问题时，能够选择最好的方法.

补 充 读 物

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Ciffs, N. J., 1964.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Ciffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practice," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.

Dummer, G. W., and N. B. Griffin: "Electronics Reliability: Calculation and Design," Pergamon Press, Ltd., London, 1966.

Ireson, W. G.: "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

Shooman, M. L.: "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach," McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

第二章　基本统计概念

2.1 概　　率

可靠性数学的一些基本概念都是与概率有关的概念．可靠性统计的所有应用都要牵涉到概率概念，或者在开展可靠性的工作中用到，或者在计算中直接使用，因此一定要了解概率概念．下面我们讨论离散事件(表现为一组孤立值的事件)的概率．如果掷一颗骰子，假定它不能停立在边上或角上，则可能出现的结果只有 1, 2, 3, 4, 5 和 6 六个数，这是六个离散事件．例如，2.34176 这个数是不可能出现的．但读者应当记住，大多数分布都是连续分布，可以在分布范围以内出现任何数值．我们测量体格正常的成年人的高度时可以发现，从略小于 5 呎到 7 呎或者到 7.5 呎这个范围以内的任何一个高度都会出现．同样，元件和系统的特性和可靠性的分布也是连续的，而不是离散的．只因使用离散事件的分布可以简化概率的讨论，而所讨论的概念有许多又适用于连续分布，因此本节考虑离散情况．

一个事件的概率是预期发生的次数与试验总次数之比[1]．它可以定量地表示为一个分数、百分数或小数．掷一颗理想的骰子时，任何一面朝上的概率为 1/6．当试验次数少时，由

1）设做一试验的所有等可能的结果为 n 个，而使得事件 A 出现的结果为 m 个，则事件 A 的概率为 m/n，这是概率的古典定义，下面的概率计算中将用到这个定义——译校者注．

于偶然性也可能一个数比另一个数出现更频繁．但若不断投掷，掷了许多次后一个数出现的次数与投掷总次数之比最后是接近 1/6 的．在后面的几章里我们将研究上述比值由于偶然性可以期望与理论概率有多大偏离．这个期望的偏离量是试验次数的函数(即有一定的概率偏离一定的值，这概率是试验次数的函数)．

概率的可能数值范围为 0 到 1．如果一个事件没有机会发生，例如在一颗骰子上出现 2.34176，它的概率便为 0．如果一个事件每次试验都会发生，它的概率便是 1．由此推得，当作某一试验时，所有可能结果的概率之和必须等于 1，因为这些事件是相互排斥的，而这些事件之中任何一个都可能出现时，这一事件每次试验都会发生．例如掷一颗骰子时出现 1，2，3，4，5 或 6 的概率加起来必须等于 1，因为不可能有其它结果．假设一个箱子中有十个球，顺次从 1 开始编上号码．若将它们混匀，随机从十个球中取一个，取得某一编号的球(比如说取得 2 号球)的概率便为 1/10．同样，取得 5 号球的概率也是 1/10．取一次取得 2 号球或取得 5 号球的概率是 $1/10 + 1/10 = 2/10$ 或 1/5，因为可能的结果是 10 个，这一事件出现的结果有两个，即可能取得 2 号球，也可能取得 5 号球．这两个事件（取得 2 号球与取得 5 号球）是相互排斥的，即是说两个事件不可能同时发生．由上面的例子可以看出，两个相互排斥的事件之中任何一个都可能出现时，这一个事件的概率便等于各个事件的概率之和．一般说来，在一组相互排斥的事件中，其中任何一个出现的概率为其各个事件的概率之和．这个法则叫做概率的加法规则．

只要每次取出的球都放回箱子里并将所有球重新混匀，则取得某一编号的球的概率仍为 1/10．如果保持放回、混匀这个条件，第二次取出某一编号的球的概率便与第一次取球

的结果无关，即两次取球中的事件是独立的. 乘法规则告诉我们，两个或两个以上的独立事件都发生的概率为其各个事件发生的概率之乘积. 因此，在上述条件下两次都取到某一编号的球的概率为 $1/10 \times 1/10 = 1/100$.

不过两次都取得编号相同但编号是任何一种的球的概率仍为 1/10. 这一事件和后述事件是一样的：第一次取得任何一个球，第二次取得的球的编号与第一次相同. 第一次取得任何一个球即取出一个球的概率为 1. 因此第二次取出的与第一次取出的编号相同的球的概率为 1/10. 自然，1 和 1/10 的乘积仍为 1/10. 必须注意问题的提法，以免弄出大错误.

第一次试验取得 2 号球或第二次试验才取得 2 号球的概率初想起来似乎为 $1/10 + 1/10 = 1/5$. 然而事实上两次至少一次取得 2 号球的真正概率只有 19/100. 如果第一次取球成功，即是说，如果取到 2 号球，就无需再作第二次试验，因为第二次试验的结果不会使概率有所增加[1]. 换句话说，仅当第一次没有取到 2 号球时才会取第二次. 因此，两次试验中至少一次取到 2 号球的概率为第一次取得 2 号球的概率加第一次试验失败第二次才取到 2 号球的概率. 答案是 $1/10 + (1/10 \times 9/10) = 19/100$. 两个答案的差为 1/100，这是两次都取到 2 号球的概率. 计算至少一次没有取到 2 号球的概率并从 1 减去这个概率也可得到 19/100 这个数值. 第一次试验没有取到 2 号球的概率为 9/10，第二次试验没有取到 2 号球的概率也为 9/10，两次都没取到 2 号球的概率为 $9/10 \times 9/10 = 81/100$. 从 1 减去这个数值就得 19/100 这个结果.

---

1) 既然第一次试验已经取到 2 号球，因而不管第二次取得什么编号的球，两次试验就至少一次取得二号球. 这种情况的概率为 $\frac{1}{10} \times 1 = \frac{1}{10}$，这与第一次取得 2 号球的概率相等——译校者注.

要是做一次试验或试验(例如第二次试验)的结果依赖于第一次试验结果,便要涉及条件概率. 再说一遍,答案与问题的具体提法有关. 如不管第一次取没取到 2 号球都取第二次,即两次试验是独立的,则每两次试验取到 2 号球的平均次数为 1/5.

表 2.1 至少一次取得 2 号的概率与取到 2 号球的平均次数

情况	第一次试验		第二次试验		各情况的概率	取到 2 号球的次数	各情况的概率与取到 2 号球的次数之乘积
	结果	概率	结果	概率			
A	成功	1/10	成功	1/10	1/100	2	2/100
B	成功	1/10	失败	9/10	9/100	1	9/100
C	失败	9/10	成功	1/10	9/100	1	9/100
D	失败	9/10	失败	9/10	81/100	0	0
					合计=1		取到 2 号球的平均次数=20/100=1/5

表 2.1 综合列出了两次取 2 号球的各种情况和概率. *A*、*B* 和 *C* 三种情况中任何一种出现就是至少一次取到 2 号球. 由于三种情况是相互排斥的,因而至少一次取得 2 号球的总概率为其各个概率之和,即为 19/100. 若仅当第一次失败后才取第二次,则每次取球至少[1]有一个 2 号球的概率是相同(19/100)的. 如果总是要取第二次,则取到 2 号球的平均数便为每种情况的概率乘上相应的取到 2 号球的次数然后相加,如右栏所示. 如不一定要取第二次,则由于某些情况只有一次试验,因而每次取球取到 2 号球的平均数便降为19/100.

2.1.1 排列

每次取到的球不再放回时,概率便随每次试验的成功与否而异. 如 2 号球第一次取到后不再放回,则第二次取到 2

1) 这两个字是多余的,因为第一次取得 2 号球后就不再取了,不会出现两次取得 2 号球的情况——译校者注.

号球的概率便为 0，而取任何其它编号的球的概率却从 1/10 增加到 1/9. 显然，如某一个球第一次和第二次都未取到，则第三次取到它的概率便增加到 1/8.

第一次试验取到 2 号球和第二次试验取到 5 号球的概率为 $1/10 \times 1/9$ 或 1/90. 同样，第一次取 5 号球和第二次取 2 号球的概率也为 1/90. 考虑取得的球的顺序时，就要用排列这个术语.如从 n 个东西取出 r 个每次取出后就不再放回，排列数便由公式(2.1)给出:

$$排列数 = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{2.1}$$

符号"!"读为"阶乘". $n!$ 表示从 1 到 n 所有可能的正整数之乘积，即 $n! = (n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1$. 因此 10 球一次取 2 个的排列数为 $10!/8! = (10\cdot 9\cdot 8\cdots 2\cdot 1)/(8\cdot 7\cdot 6\cdots 2\cdot 1) = 10\cdot 9 = 90$. 取得某一排列[1]的概率为 1/90，这是与前面的计算一致的. 由排列公式 $n!/(n-r)!$ 可知，取所有 10 个球的不同方法数为 $10!/0!$. 按定义，$0!$ 的数值为 1. 因此排列数为 $10\times 9\times 8\times\cdots\times 3\times 2\times 1 = 3{,}628{,}800$，于是当 10 个球的编号按任何一个指定的顺序出现时取 10 个球的概率为 1/3,628,800，小于千万分之三.排列的符号是P_r^n，意即 n 个东西一次取 r 个的排列数.

2.1.2 组合

假如先取得 2 号球或先取得 5 号球我们不作区别，而只要取出这两个球就行，便可用两种不同的方法求概率. 第一，用排列的概率乘以成功的排列数，即 $1/90\times 2 = 1/45$. 这相当于将两个成功的排列的概率相加，因为这些排列是相互

1) 例如，25 即第一次取得 2 号球第二次取得 5 号球，52 即第一次取得 5 号球第二次取得 2 号球——译校者注。

排序的.

表 2.2 从总共 10 个球中取 2 个球的 45 种组合

1 和 2	1 和 7	2 和 4	2 和 9	3 和 7	4 和 6	5 和 6	6 和 7	7 和 9
1 和 3	1 和 8	2 和 5	2 和10	3 和 8	4 和 7	5 和 7	6 和 8	7 和10
1 和 4	1 和 9	2 和 6	3 和 4	3 和 9	4 和 8	5 和 8	6 和 9	8 和 9
1 和 5	1 和10	2 和 7	3 和 5	3 和10	4 和 9	5 和 9	6 和10	8 和10
1 和 6	2 和 3	2 和 8	3 和 6	4 和 5	4 和10	5 和10	7 和 8	9 和10

第二，用组合数计算概率. 组合数是不考虑顺序时从 n 个东西中取 r 个的方法数. 在前述例子中，从总共 10 个球中取 2 个球有 45 种不同的组合. 表 2.2 枚举了这些组合. 我们也可用组合公式来求组合数，用不着复杂的枚举法. n 个东西一次取 r 个的组合数由下式给出:

$$组合数 = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{2.2}$$

从 10 个球中一次取 2 个时，组合数便为 $10!/2! \times 8!$，即 $10 \times 9 \times 8 \times \cdots \times 2 \times 1/2 \times 1 \times 8 \times 7 \times \cdots \times 2 \times 1$，简化后便为 $10 \times 9/2 \times 1$. 既然 2 号球和 5 号球只有一种组合，因此取出这个组合的概率便为 1/45. n 个东西一齐取出的组合数显然为 1，这一点可以用组合公式来证明:

$$n!/r!(n-r)! = n!/n! \times 0! = n!/n! = 1.$$

组合符号为 C_r^n，意即 n 个东西一次取 r 个的组合数.

比较排列和组合公式

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} \qquad C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

可以看出，组合数等于排列数除以 r 阶乘. 这是合乎逻辑的，因 $r!$ 为取 r 个东西的不同方法数，即 r 个东西的可能的顺序数，而组合数是不考虑顺序的.

我们也可用组合公式来计算更复杂事件的概率. 将事件

成功的组合数除以可能的组合总数便得事件的概率. 必须注意,组合公式(2.2)和比较简单的排列公式(2.1)所考虑的抽取是随机的、不放回的抽取,因此每次抽取时可供抽取的事物都比上一次减少. 此外,如前所述,取得特定事物的概率将随以前各次抽取成功与否而异. 下面三个例子将说明这种计算方法,并说明条件概率和独立概率的差别[1].

1. 例如一个箱子中有 8 个白球 6 个黑球,随机取 4 个球,则取得两种颜色各 2 个球的概率计算方法如下: 8 个黑球取 2 个的组合数 C_2^8 为 $8!/2! \times 6! = 8 \times 7 \times \cdots \times 1/2 \times 1 \times 6 \times 5 \times \cdots \times 1 = 28$; 6 个白球一次取 2 个的组合数为 $6!/2! \times 4! = 15$. 这两个数相乘的乘积就是从这个箱子里取 2 个黑球和 2 个白球的组合数. 从 14 个球中一次取 4 个的组合总数为 $14!/4! \times 10! = 1,001$. 因此从这个箱子中正好取 2 个黑球和 2 个白球的概率为 $420/1,001 = 0.42$. 读者可以规定哪些球是黑球哪些球是白球,并用表 2.2 所示的方法枚举出所有可能的组合来证实这一结果.

2. 如有 4 个红球和 4 个绿球,则取得每种球各 2 个的概率为 $C_2^4 \times C_2^4/C_4^8 = 6 \times 6/70 = 0.514$,略大于二分之一.从另一方面讲,假定一家有 4 个孩子,并且出生男孩和女孩的概率相等. 有 2 个男孩和 2 个女孩的概率只有 0.375[2]. 这两个结果为什么会有明显矛盾呢[3]? 这是因为这两个不同的问题

1) 这些例子说明了超几何分布(又叫复合概率定律)的应用.

2) 男孩和女孩各种组合的概率如下: 4 个男孩为 $(1/2)^4(1/2)^0=1/16$; 3 个男孩和1个女孩为 $4(1/2)^3\times(1/2)=1/4$; 1 个男孩和 3 个女孩为 1/4; 4个女孩为 1/16. 两个男孩和两个女孩的概率为 $1-\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}\right)=1-\frac{3}{8}=0.375$ (这句话是校者加的). 当有两种可能的结果(在可靠性中结果就是成功或失败)时,便为独立概率,独立概率的问题将在讨论二项式分布的第 3.2 节中更详细地讨论.

3) 两个不同的问题,答案不同,是合理的,而且答案都是正确的,因而没有矛盾. 原文下面所讲的不能说明所提出的问题——译校者注.

中事件的影响不同引起的. 在带色的球的情况，每当取出一个球后，红球和绿球的百分比变化了，因而取出某一颜色的球的概率也就随前一次取球的结果而变化. 这是条件概率. 在生孩子的情况，生男孩或生女孩的概率不受前一次出生的孩子性别的影响. 这是独立概率.

3. 从全付 52 张扑克牌中抽 5 张牌时，4 张 A 全部抽到的概率是非常非常小的. 5 张牌的总组合数为 $52!/5! \times 47! = 2,598,960$. 因为有 4 张 A 和 48 张其它牌，所以 4 张 A 和一张其它牌的组合数为 $C_4^4 \times C_1^{48} = 4!/4! \times 0! \times 48!/1! \times 47! = 1 \times 48 = 48$. 因而抽 5 张牌中有 4 张 A 的概率为

$$48/2,598,960 \doteq 0.00001847.$$

抽到任何点数相同的 4 张牌的概率将高达13倍，即0.0002401，这仍然是非常小的一个数值. 接连两手取得四张同点数的牌的概率为 $(0.0002401)^2 = 0.0000000576$. 如果发生这种几乎不可能出现的情况，我们就会怀疑牌（或分牌人）有假.

2.2 集中趋势的量度

本节和第 2.3 节将讨论分布的描述性量度. 虽然这些量度通常是就连续分布考虑的，但也可用于离散分布. 集中趋势有许多种量度，但只有一种——算术平均数——才在可靠性中广泛使用. 另外两种——中位数和众数——应用比较有限. 其它量度，比如几何平均数和调和平均数的应用非常少.

2.2.1 平均数

算术平均数通常叫做均数或均值，它的定义是各个测量值的和除以测量次数的商. 假如有五个测量值 X_1, X_2, X_3, X_4 和 X_5，平均数或平均值便等于测量值之和除以 5，即

$$\bar{X} = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)/5.$$

符号 $\bar{X}$ 一般读为"X一横"，意即子样的算术平均数。一组测量值的平均数的一般表达式为

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \tag{2.3}$$

式中符号 $\sum_{i=1}^{n}$ 表示"从 1 到 n 所有测量值相加"。

平均数的物理意义为各个值的平衡点或重心；围绕平均数的一阶矩为 0。例如，假如五个值分别为 2，4，7，8 和 9，这些数值的和为 30，它们的算术平均数为 30/5 = 6。我们可以想像一根没有重量的尺子，上面有刻度把它分成若干段，如图 2.1 所示。将重量相等的法码放在刻度为 2，4，7，8 和 9 的地方。尺子将在刻度为 6 的点平衡，因为各法码离 6 的距离的代数和为 0。

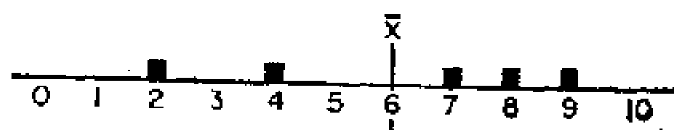


图 2.1 算术平均数的物理意义.

2.2.2 中位数

集中趋势的第二种量度为中位数。中位数是测量值的一半比它小、另一半比它大的一个数。它也可定义为分布的 50%分位数[1]。在上面的五个数中，中位数为 7。有奇数个测量数时，中位数便为测量数之一。有偶数个测量数时，如中间两个数不同，中位数为这两个数之和的一半；如中间两个数相

1）分位数是这样的数：设 x 是测量值的 n%分位数，则测量值小于等于 x 的个数占总数的 n%。

同，中位数也就是中间这个测量数. 中位数在收入统计和其它类似统计中用处较多，在可靠性中用得较少，尽管偶尔也用到这个概念，而且在某些应用中还需要了解这个概念. 例如符合度检验就是在不同百分位数(包括50％分位数)下将子样频率与理论频率进行比较.

2.2.3 众数

众数是出现频率最高的数. 虽然在第五章叙述的偏态分布的正态化中利用了这个参数，但它的应用还是非常有限的. 大多数分布只有一个众数，如有一个以上的众数，往往表明在数据产生时输入条件有变化或是有一个以上的母体源，例如用两个不同的机器制造同类部件. (平均数和中位数的定义本身就把集中趋势的这两种量度限于一个值.)

2.3 离散度的量度

离散或偏离是所有母体的固有特性，只是离散程度有所不同. 有些参数，比如寿命，相差很大，而另外有些参数，变化却很小，小到要作极为精密的测量才能测出差异. 如果参数没有差异，从理论上讲，便可生产出永不失效的元件和系统，因而有理想的可靠性. 甚至由耗损引起的大多数失效，追查起来最终还是由于材料或最后组装的微小差异引起的. 可靠性工作的必要性，从根本上讲，就是因为存在着差异. 在数学研究工作中，有许多工作都得考虑各种差异的检查、测量和各种差异之间的关系.

2.3.1 极差

离散性的最简单的量度是极差. 极差的定义是，最大测

量值与最小测量值之差．极差在质量控制中广泛使用，而在大多数可靠性工作中，却需要更精确的量度．当子样数非常少、其它方法在这样少的子样数下失去精确性时，有时也用极差来建立可靠性要求所需要的可接受准则．

2.3.2 标准偏差

最常用的量度是标准偏差 σ．它的求法是，先求出所有各个值与算术平均数之差的平方，然后再取这些平方平均数的平方根，如下式所示．

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(X_i-\overline{X})^2}{n}} \tag{2.4}$$

因此，标准偏差往往也叫均方根偏差．与式(2.4)等价的另一公式是

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(X_i^2)}{n}-\overline{X}^2} \tag{2.4a}$$

从矩的定义[1]可以看出，标准偏差是围绕平均数的二阶矩的平方根．此二阶矩本身叫方差．方差的单位是平方单位，而标准偏差的单位与被测数据的单位相同，因而一般选用标准偏差．标准偏差是离散度的直接量度．直接比较两个分布的标准偏差，便可比较这两个分布的离散度．如果一个分布的标准偏差为另一分布的二倍，则平均说来第一个分布的离散度也为第二个分布的二倍．事实上，进行直接比较的唯一要求是测量单位相同．平均数无需一样，在大多数情况下(例如应力-应变)平均数是不同的．

为了说明标准偏差的计算方法，我们考虑寿命(根据降压测量)为 17.5 天、10.4 天、12.8 天、14.4 天、20.0 天、11.9 天、

---

1) 围绕平均数的 k 阶矩是 $(1/n)\Sigma(X_i-\overline{X})^k$，围绕原点的 k 阶矩是 $(1/n)\Sigma(X_i^k)$．因此平均数就是围绕原点的一阶矩．

16.3 天、14.6 天、21.7 天和 15.4 天的 10 个滤波器. 如表 2.3 所示，这些数值是按寿命增加的顺序排列的，这样只是为了方便，并不是非如此不可.

表 2.3　10 个滤波器的寿命

每个的寿命	与平均数的差	差 的 平 方
10.4	−5.1	26.01
11.9	−3.6	12.96
12.8	−2.7	7.29
14.4	−1.1	1.21
14.6	−0.9	0.81
15.6	−0.1	0.01
16.3	0.8	0.64
17.5	2.0	4.00
20.0	4.5	20.25
21.7	6.2	38.44
$\Sigma = 155.0$ $\bar{X} = 15.50$		$\Sigma = 111.62$

从公式(2.4)得标准偏差为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{111.62}{10}} = 3.34 \text{ 天}$$

（标准偏差的量度单位与测量数据的单位和平均数的量度单位相同.）值得注意的是，接近平均数的值对标准偏差影响非常小，而远离平均数的值对标准偏差影响却很大.

2.3.3　母体与子样

到目前为止，我们没有将子样的平均数和标准偏差同母体的平均数和标准偏差加以对比. 两者的平均数都用符号 $\bar{X}$ 表示. 不过标准的用法是，$\bar{X}$ 表示子样平均数，希腊字母 μ 表示母体平均数. μ 的算法与 $\bar{X}$ 的算法相同:

$$\mu = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$$

不同的只是这里的 n 代表母体的个体总数，而 $\bar{X}$ 中的 n 是代表子样中的个体数. 因此，μ 是母体平均数的精确值，而 $\bar{X}$ 是基于某一子样得到的母体平均数的估计值. 估计值 $\bar{X}$ 的精确度将随子样的增大而提高. 精确度可以用估计值 $\bar{X}$ 的标准偏差 σ_X 给出，σ_X 与母体标准偏差 σ 和个体数 n 的关系如下:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{2.5}$$

当子样大小增加四倍时，子样平均数的离散度将减一半，$\bar{X}$ 也就越接近于 μ.

子样的标准偏差曾用希腊字母 σ 表示，σ 的公式由式(2.4)给出，这里我们把它重写出来:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}} \tag{2.4}$$

正如平均值的情况一样，母体的标准偏差和子样的标准偏差也应有所区别. 现在我们用 σ 表示母体的标准偏差，这时，n 就不代表子样的个体数，而代表母体的个体数.（公认的用法是，母体参数用希腊字母表示，子样统计量用英文字母表示[1]）用上面的公式进行计算，同时也就精确地定出了母体的离散度.

子样的标准偏差用 s 表示，而且在上述公式的分母中用 $n-1$ 而不是用 n 来计算；其中 $n-1$ 表示子样的个体数减 1:

$$s = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})}{n-1}} \tag{2.6}$$

1）母体的可测特性叫参数，从子样计算得到的数值叫统计量.

公式(2.6)中为何用 $n-1$ 而不用 n,在弗里曼[1]所著一书第1.36节中有所解释.对可靠性工作(和大多数其它统计工作)来讲,我们计算子样标准偏差时只要记住用 $n-1$ 而不用 n 就行了.当子样数增大时,$\sqrt{n-1}$ 便接近于 $\sqrt{n}$,因而标准偏差的估计值的精度得到提高,正如平均数的估计值的精度得到提高一样.

2.3.4 其它描述性量度

母体的另外两个描述性量度也值得提一下,一是歪度或偏度,二是峭度或峰度. 偏度由公式(2.7)定义,它是表示分布的不对称程度.

$$偏度=\frac{(1/n)\sum(X_i-\bar{X})^3}{\sigma^3} \tag{2.7}$$

偏度为0表示分布是对称的,不过计算非对称分布时也可能得到零偏度,尽管这种情况是不太会发生的. 用这种方法定义的偏度是一个纯数值,它既不依赖于尺度的单位,也不依赖于原点位置. 负值表示分布尾在左(图2.2a),正值表示分布尾在右(图2.2b). 第一情况是"偏负"或"尾在左",第二种情况是"偏正"或"尾在右".表2.3中的数据表明分布略为偏正.



图2.2 偏态分布.(a) 偏负,偏度<0; (b) 偏正,偏度>0

一个比较简单的计算偏度的方法如下式所示,用标准偏差除平均数与众数(中位数)之差:

---

1) H. A. Freeman, "Industrial Statistics", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1942.

$$偏度 = \frac{平均数 - 众数(中位数)}{\sigma 或 s} \qquad (2.8)$$

由于偏度不常用，因而没有比较这两种方法的用途．需要测量偏度时，最好用比较简单的方法．由于用正态分布[1]比用偏态分布更容易作可靠性预测和可靠性估计，因此人们提出了一些方法，将偏态分布的数据转换成正态分布或接近正态分布的数据．这些转换方法，其中有些将在第五章讨论．

另一描述性的量度是峭度(峰度)，其定义是

$$峰度 = \frac{(1/n)\sum(X_i - \overline{X})^4}{\sigma^4} \qquad (2.9)$$

正态分布的峰度值为 3．如果两个分布有相同的标准偏差，峰度比较高的那个分布一般说来也更尖．峰度在可靠性中很少使用，因此我们就不作进一步讨论了．

2.4 抽样与置信度

在离散事件的情况我们已经指出，随机抽取子样时，从子样计算得到的统计量可能与母体参数大不相同．在一家有四个孩子的例子中，三个男孩一个女孩或三个女孩一个男孩的概率为 50%，而男女各二的概率只有 37.5%．我们知道，男性数与女性数大约相等，因此，如果我们只选一个有四个孩子的家庭，而且碰巧那个家庭不同性别的孩子的比例正好为 3:1，我们决不能在我们的估计中犯这样的错误：说不同性别的孩子的比例为 3:1．同样，假如有四个红球和四个绿球，我们希望随机取两个球而能平均地各得一个．但是，如果我们取到两个颜色相同的球，也不应感到意外．

---

1) 正态(或高斯)分布将在第 3.5 节中讨论．

我们可以抽取子样，测量各个个体的尺寸或性能特性，计算子样的平均数和标准偏差. 我们希望，这些统计量是被抽样的母体参数的代表值. 但是，如果子样统计值与母体参数有差别，我们也不应感到奇怪，特别是子样小的时候. 我们也应想到，由子样算得的任何其它统计量，比如众数或偏度，也会不同于母体的对应参数值.

当我们知道分布的准确性质和描述分布的参数值后，我们便能预测随机抽取的子样的分布. 我们不仅能计算子样有大约相同统计值的概率，而且也能从数学上确定子样统计值与母体参数相差等于指定数值的概率. 即是说，我们能算出四个孩子有相同性别的概率，算出取得四个红球的概率，算出在平均数为 8.0 的母体中随机抽取平均数为 6.0 的子样的概率，以及算出从标准偏差为 3.3 天的母体中取得标准偏差为 5.0 天的子样的概率.

在可靠性中以及在质量控制、试验和其它有关产品和工艺的评定工作中，我们通常是关心相反的问题. 我们不是去计算从已知的母体中获得有某些特性或统计量的子样的概率，而是想根据子样的一组数据估计母体的特征. 我们知道，子样并不一定代表实际情况，即是说，子样可能不代表母体. 小子样之间，差别可能很显著. 随着子样增大，在同一母体中取得的子样之间，差别便越来越小.

当我们不能确信一个子样是有代表性时，我们可以给抽样结果定一个保险度. 这个保险度叫做置信度，它是根据抽样结果所得结论的可信水平定义的. 已经介绍过的，或者我们比较熟悉的如下任何一个特性，我们都能定出它们的可信水平：比如一个母体的废品率，或一个分布的平均值在一组给定限内的概率，以及真正的可靠度至少在某一水平的概率等. 置信度将依赖于：数据性质、待估计的参数，所取的可靠

性水平，以及可以得到的子样数据的数量．本书的许多部分，尤其第三、四、十三和十四章，我们将直接讨论置信度．

补 充 读 物

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Bazovsky, L.: Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of. "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practices," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.

Dixon, W. J., and F. J. Massey, Jr.: "Introduction to Statistical Analysis," 3d ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.

Dummer, G. W., and N. B. Griffin: "Electronics Reliability: Calculation and Design," Pergamon Press, Ltd., London, 1966.

Freeman, H. A.: "Industrial Statistics," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1942.

Grant, E. L.: "Statistical Quality Control," 3d ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.

Hoel, P. G.: "Introduction to Mathematical Statistics," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1947.

Ireson, W. G.: "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

Mood, A. M.: "Introduction to the Theory of Statistics," McGraw-Hill Book Company, New York, 1950.

Munroe, M. E.: "The Theory of Probability," McGraw-Hill Book Company, New York, 1951.

Shooman, M. L.: "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach," McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

第三章　可靠性使用的分布

3.1 引　言

本章简要介绍可靠性中最常用的分布，并结合它们在可靠性分析中的应用解释它们的基本特点。首先讨论离散事件或离散概率使用的分布——二项分布，因为这种分布与上章讨论的概率问题最为密切相关。然后讨论普阿松分布和负指数分布，正如我们将会看到的那样，这两种分布都是从二项分布得来的。

其次介绍正态分布和有关分布——学生氏[1]的 t 分布。前者是描述很多自然现象和人为现象的特性，后者是在估计平均值时用来计算置信限的。然后介绍 χ^2 分布，尽管 χ^2 分布是用来分析离散值的，但它是后面一些用以计算离散度的分布的基础。

可靠性中遇到的最复杂的分布是威布尔分布。本章只简单地介绍一下这个分布，到第十四章才作更深入的讨论，并特地选了一个例子作了解答。最后一个题目是切贝谢夫不等式，这是在只有最少量的信息可资使用时才用的一种“最后手段”。

当我们研究可靠性原理、可靠性估计和可靠性指标的现实方法时，熟悉这些分布和它们的应用将是非常重要的。

---

1) 学生氏是笔名，原名科萨德（Gosset）——译校者注。

3.2 二项分布

二项分布尽管是用来计算复杂冗余系统的可靠度的分布，但却是最简单的分布之一．它通常是与概率问题和几率游戏有关的一种分布．二项式的形式是 $(a+b)^n$，可以展成下式：

$$a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)a^{n-2}b^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)a^{n-3}b^3}{3!} + \cdots + b^n$$

一个事物只有两个可能的状态或结果时，例如说，一个元件或系统只能有某一特性或没有某一特性，满足要求或不满足要求，工作或失效时，才能使用二项分布．如果我们用 p 和 q 代替 a 和 b，这里 p 为一个事件发生(一个元件是好的)的概率，q 为这一事件不发生即对立事件（一个元件是坏的）的概率，则 $p+q=1$，$(p+q)^n$ 也等于1．由此可见，$(p+q)^n$ 的展式也必须等于1：

$$p^n + np^{n-1}q + \frac{n(n-1)p^{n-2}q^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)p^{n-3}q^3}{3!} + \cdots + q^n = 1 \tag{3.1}$$

展式中头一项 p^n 叫零项（$r=0$）．第 r 项的表达式为

$$第\ r\ 项 = \frac{n!}{r!(n-r)!}\,p^{n-r}q \tag{3.2}$$

式中 n 为事件(元件)的总数，r 为不利事件(废品)的数目[1]．

下面我们研究展式（3.1）左边的级数中各项的意义．假定有 n 个同种的元件，一个元件是好的概率为 p，是坏的概率

1）如果 X 是一个随机变量，X 取 r 值的概率为(3.2)式，$r=0,1,2,\cdots$，则 X 叫做具有二项分布的随机变量——译校者注．

为 $q(=1-p)$. 如果只有一个元件 $(n=1)$, 则它是好的概率就是 p. 如有 2 个元件 $(n=2)$, 则两个都是好的概率为 $p\times p=p^2$. 如有 3 个元件,三个都是好的概率为 p^3. 如有 n 个元件, n 个都是好的概率便为 p^n. 因此级数的第一项(重新编号是从 1 起,而不是从 0 起)便是所有元件都是好的概率.

现假设有两个元件 A 和 B, 一个好,一个坏. 出现这种情况有两种可能性: A 好, B 坏, 概率为 $p\times q$; A 坏, B 好, 概率为 $q\times p$. 这两种可能性是相互排斥的, 而且这两种情况构成了一个元件好、一个元件坏的所有可能的组合,因此总概率为 $2pq$. 如有三个元件 A, B 和 C, 两个好,一个坏, 便有三种可能的组合: A, B 好, C 坏; A, C 好, B 坏; B, C 好, A 坏. 每一种组合的概率为 $p\times p\times q=p^2q$, 而且各种组合是相互排斥的, 三种情况构成了所有可能的组合, 因此两个元件好、一个元件坏的概率为 $3p^2q$. 以此类推, 如有 n 个元件, $n-1$ 个元件好、一个元件坏的概率便为 $np^{n-1}q$. 因此, 二项式展开的级数的第二项为只有一个元件是坏的而其余元件都好的概率.

把上述推导方法推广,用到其后的每一项,就得到: 第三项是有 2 个元件是坏的概率, 第四项是有 3 个元件是坏的概率,如此等等. 展式中有 $n+1$ 项,最后一项是所有元件都坏的概率.

二项分布是用来计算冗余元件相同的、并行工作冗余系统的成功概率. 它也适用于计算可靠性依赖于时间的元件、一次使用的设备(比如闪光灯、多级导弹分离器、气体发生器和其它一次使用的工作元件) 的成功概率. 也适用于计算那些只要求工作一段时间而不再重新使用的、诸如导弹发动机、短寿命电池等一次使用的工作设备的可靠度. 两个主要要求是: (1)知道整个任务中单个元件的可靠性, (2)其它元件失

效后这一可靠性有相对的稳定性．例如，如有两个元件并行工作而需要的只是一个，那就要一个失效后不影响另一个的可靠度(或失效率)．严格讲，一个或一个以上的元件失效后，剩下的元件的失效率不可能不受影响，因为剩下的元件承受的负载可能升高，环境可能变化，例如环境温度可能降低等．为了实用起见，我们假定失效率不受影响．这个假定尽管不是百分之百正确，但还不致于否定可靠性计算的有效性．

一组冗余元件的可靠度不仅依赖于各个元件的可靠度和冗余结构中的元件的数量，而且也依赖于系统成功所需的元件的数量．如果要系统中的全部元件工作正常时系统工作才正常，则二项级数中的第一项便是系统成功的概率．这种情况实际上没有冗余度．不过，假如除了一个以外全都要工作正常（容许一个失效），那么，只要不发生失效或只有一个失效，系统便是成功的．因此，系统的可靠度为级数的前两项之和．如容许两个失效，则前三项之和便为系统成功的概率．一般说来，若容许 r 个失效，则系统成功的概率便为前 $r+1$ 项之和．表 C.1[1] 给出了 n 个冗余元件容许 r 个失效的、冗余系统的可靠度．R_i 是单个元件的可靠度．

子样数 n　　1
1　　1　1
2　　1　2　1
3　　1　3　3　1
4　　1　4　6　4　1
5　　1　5　10　10　5　1
6　　1　6　15　20　15　6　1
7　　1　7　21　35　35　21　7　1
等等

图 3.1　帕斯克尔三角形：二项展式中各项的系数．

1) C.1 是指附录中的第一个表．引用附录里的所有附表时，用大写字母(A、B 或 C)表示附录，用数字表示具体用表．涉及到置信水平或要给不同的子样大小给出分表时，又在表的番号数后加有一个小写字母．

我们可以用公式（3.2）中的系数或用帕斯克尔三角形图3.1求二项展式中各项的系数. 注意，三角形中的每一个数都是上一行中最邻近的两个数之和.

3.3 普阿松分布

为了保持一致，现在我们将 q 视为对立事件（这里即为失效）在给定的时间间隔内发生的概率，将 n 视为元件数目[1]. n 变为无穷大时，nq 保持为一常数，二项分布 $(p+q)^n$ 将接近一个极限. 这个极限就叫做普阿松分布. 对于等式（3.1）所给的二项分布

$$p^n + np^{n-1}q + \frac{n(n-1)p^{n-2}q^2}{2!} + \cdots$$

的每一项，在下式

$$e^{-c} + ce^{-c} + \frac{c^2}{2!}e^{-c} + \cdots = 1 \tag{3.3}$$

所给的普阿松分布中都有一个对应的项. 式中 c 为 nq，e 为自然对数的底，等于 2.71828. 头一项仍然叫做零项. 第 r 项的表达式为

$$第\ r\ 项 = \frac{c^r}{r!}e^{-c} \tag{3.4}$$

普阿松分布的第 r 项直接对应于二项分布 n 为无穷大时的第 r 项，因此普阿松分布中各项的意义很容易理解. 正如二项分布一样，第一项 e^{-c} 表示不发生失效的概率，第二项 ce^{-c} 表示只有一个失效的概率，等等. 我们知道，二项分布各项之和等于 1，同样，普阿松分布各项之和也等于 1. 差别只

1）原著把 n 视为时间间隔数，根据下文，改为元件数，意义较为妥当——译校者注.

是，二项分布的项数是有限的，n 为一个正整数. 而普阿松分布是二项分布中 n 为无穷大时的极限，因此普阿松分布有无穷多项. 不过，以后我们将会看到，这一事实并不妨碍普阿松分布在可靠性计算中的应用.

由于乘积 $nq(=c)$ 为一常数，因此失效数为常数[1]. 在可靠性中，当元件或系统的失效率为常数时，便出现这种情况. 我们用 λt 代替 c，这里 λ 为失效率，t 为时间，因而如乘积 nq 一样，乘积 λt 仍然代表失效数. 为使系统失效率不变，必须使工作元件数不变.（其它考虑在后几章讨论.）如有一个元件失效，必须修复，使它恢复到原来的状态，或者用相同的元件替换. 与二项中讨论的工作冗余法不同，系统的这种工作方法叫做后备冗余法.

普阿松分布是用来计算后备冗余系统的可靠度. 将等式(3.3)改写一下便得下式：

$$e^{-\lambda t}+\lambda te^{-\lambda t}+\frac{(\lambda t)^2}{2!}e^{-\lambda t}+\cdots=1 \qquad (3.5)$$

如前所述，头一项代表没有元件失效的概率，第二项代表一个元件失效的概率，等等，而且展式中项数无限. 不过，一个系统中可以修复或替换的元件数是有限的，因此，用展式中的有限项数就可以确定系统成功的概率. 例如，假如系统有五个元件，一个工作，四个贮备起来，一旦工作的元件失效后，贮备的元件立刻顶替上去，那么，只要失效不多于四个，系统便是成功的. 普阿松展式中的前五项分别表示没有、有一个、两个、三个和四个元件失效的概率，因此这五项的和便是系统成功的概率. 本书以后还要详细讨论二项分布和普阿松分布在可

---

1) 原著中是失效数或失效概率为常数. 从以下所讲的可以看出，著者是说 nq 为失效概率，这是不对的，因而在译文中删去了"或失效概率"——译校者注.

靠性中的应用，那时，等式(3.5)所示的普阿松分布通常要改写成下面的形式：

$$e^{-\lambda t}\left(1+\lambda t+\frac{(\lambda t)^2}{2!}+\cdots\right)=1 \qquad (3.6)$$

普阿松分布的头一项 $e^{-\lambda t}$ 非常重要，因为它表示失效率为常数的单一元件或无冗余元件的系统的不失效的概率，即可靠度．这一项称为负指数分布，下节讨论．

3.4 负指数分布

许多元件特别是电子元件，在工作时间内可能由于"偶然"[1]的原因而失效．这段时间里，没有一种失效机构对失效起主导作用．在随机失效期，早期失效已经通过设计上、操作方法上或检验方法上、或功率老化上的纠正措施被消除，而且耗损期尚未到来，耗损或性能退化超过容许限度而引起的失效，对总失效率还没有显著影响．在随机失效期中发生的失效数，看来只同工作元件的总数、工作时间长短和试验条件有关．如果受试元件相当多，而时间又足够长(长到能够淘汰早期失效但又未达到耗损期)，我们将会发现，失效率趋近于某一稳定的值．

在元件类型给定的情况下，失效率的数值将依赖于工作条件和外部环境条件(电压高低、温度高低、压力大小、振动大小等)，而且是这种条件的一个特征值．自然，在条件变化时，

1) 可以说，从非常严格的意义讲，失效原因之中没有"偶然"原因．所有失效原因最终都能查出，通过研究元件及其材料的物理、化学和冶金性质不难实现这一点．从预测可靠性讲，这样深人的分析是不必要的．这些失效不是经常而是偶然发生，因此将这种失效分为"偶然失效"或随机失效一类．这种实用的分类法完全符合我们的要求．我们将按习惯，把这类失效分为随机失效一类．

失效率也就随之而变．这些条件变化对失效率的影响在第九章才作更充分的讨论．本节介绍的分布，可以描写正常失效率的情况，从而可以描述大部分可靠性预测工作．

负指数分布就是适合描写上述情况的一种分布．负指数分布就是 $y=e^{-x}$，用图表示便如图 3.2 所示．正如我们已经知道的那样，可靠性应用中 y 代表可靠度，x 为失效率 λ 和时间 t 的乘积，即 $R=e^{-\lambda t}$．

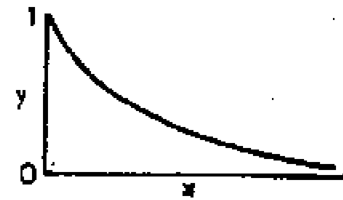


图 3.2　负指数分布．

失效率为常数时，可靠度的值只取决于时间．可靠度的两种极端情况是，开始时可靠度为 1.0，无限长的时间后可靠度为 0.0．这种分布和普阿松分布一样，叫做单参数分布[1)]，因为只要给出了失效率，可靠度函数便完全确定了．图 3.3 画出了这种分布与时间(或 λt，λ 为常数）的关系．失效率高(λ 大)时，可靠度曲线(a)下降急剧，迅速接近零．失效率低（λ 小）时，可靠度曲线(c)下降较缓，接近零更慢．这种曲线的一般形状是相同的，只是在 λ 不同时可靠度接近零的时间有所缩短或增长．在失效率为常数的串连系统中，平均无故障工作时间 m 为失效率的倒数（$m=1/\lambda$，或 $\lambda=1/m$)，等式 $R=e^{-t/m}$ 与 $R=e^{-\lambda t}$ 可互换使用．表 3.1 就一些失效率和时间给出了可靠度值，使我们对这种关系有一个一般的印象．附

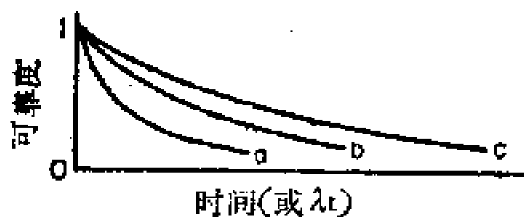


图 3.3　λ 为常数时可靠度与时间的关系．(a) λ 大，(b) λ 中等，(c) λ 小．

1) 类似地，二项分布为双参数分布，因为必须给出概率 p（或 q）和指数 n 才能描写这个分布．第 3.5 节中的正态分布也是一种双参数分布，因为确定这个分布需要知道平均数 μ 和标准偏差 σ．

表 3.1　用负指数分布时可靠度是失效率和时间函数： $R = e^{-\lambda t} = e^{-t/m}$

失效率%/1000小时	平均无故障工作时间,小时	时间 1,000 小时								
		0.1	0.5	1.0	5	10	50	100	500	1,000
0.01	1×10^7	0.99999	0.99995	0.9999	0.9995	0.999	0.995	0.990	0.951	0.905
0.02	5×10^6	0.99998	0.99990	0.9998	0.9990	0.998	0.990	0.980	0.905	0.819
0.05	2×10^6	0.99995	0.99975	0.9995	0.9975	0.995	0.975	0.951	0.779	0.607
0.10	1×10^6	0.9999	0.9995	0.999	0.995	0.990	0.951	0.905	0.607	0.368
0.20	500,000	0.9998	0.999	0.998	0.990	0.980	0.905	0.819	0.368	0.135
0.50	200,000	0.9995	0.9975	0.995	0.975	0.951	0.779	0.607	0.082	0.0067
1.0	100,000	0.999	0.995	0.990	0.951	0.905	0.607	0.368	0.0067	0.00005
2.0	50,000	0.998	0.990	0.980	0.905	0.819	0.368	0.135	0.00005	0.00000
5.0	20,000	0.995	0.975	0.951	0.779	0.607	0.082	0.0067	0.00000	0.00000
10.0	10,000	0.990	0.951	0.905	0.607	0.368	0.0067	0.00005	0.00000	0.00000

录 B 给出了更完整的表.

计算元件或系统的可靠度时，用负指数分布计算是最简单的. 尽管计算简单是所希望的，但数学上选择一个分布描写可靠度函数时，计算简单并不是决定性的因素. 分布的选择仍以设备的技术上的考虑为基础. 如前所述，幸而许多设备(尽管不是绝大多数)都是在已经经过老化排除了早期失效而耗损尚不是影响失效的重要因素这一段时间里工作. 换句话说，设备是在失效率比较稳定的那段时间里使用，因此负指数分布比较真实地反映了这种可靠度，而且易于使用.

使用负指数分布的一个推论是，系统无冗余元件[1]时可靠度是不依赖于起始时间的. 如果一项设备开始失效率为 λ，则它在间隔为 t 的时间周期内可靠度为 $e^{-\lambda t}$. 如果它在这个时间周期结束时仍可工作，则在下一个间隔相同的时间周期内可靠度仍为 $e^{-\lambda t}$. 只要设备在工作时间内失效率恒定，可靠度便都是 $e^{-\lambda t}$.

由此可见，只要时刻 t_1 系统在工作，则时刻 t_1 到时刻 t_2 的任何一段时间里设备的可靠度就是 $\exp[-\lambda(t_2-t_1)]$[2].如果我们所知道的仅仅是前一时刻 t_0 设备在工作，则它在时间间隔 (t_0, t_2) 内可工作的概率(可靠度)便为 $\exp[-\lambda(t_2-t_1)]$ 和 $\exp[-\lambda(t_1-t_2)]$ 的乘积；而 $\exp[-\lambda(t_1-t_0)]$ 为设备在时间间隔 (t_0, t_1) 的可靠度. 此乘积等于 $\exp[-\lambda(t_2-t_1)-\lambda(t_1-t_0)]$ 即等于 $\exp[-\lambda(t_2-t_0)]$. 自然，如果我们计算 t_0 到 t_2 这段时间内的可靠度，也会得到同一结果.

---

1) 关于冗余系统的问题将在第八章数学模型和第十章可靠性预测中讨论.

2) 注意，$\exp(x)=e^x$；凡有助于排版方便时，我们都用这种记法.

3.5 高斯(正态)分布

正态或高斯[1]分布("钟形"曲线)也许是大家最熟悉的分布. 许多自然现象都有这种分布. 此外,设备的许多特性通常也有这种分布. 当大学教授讲他"按曲线评分"时,指的就是正态分布. 这种分布的表达式是

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(X_i-\mu)^2/2\sigma^2} \tag{3.7}$$

式中 X_i 为横坐标,或水平轴上的值; Y 为纵坐标,或曲线在相应 X 值的高度. 确定这个分布需要两个参数,一是中心数(均值) μ, 二是离散度(标准偏差) σ. 平均数 μ 为算术平均值, 标准偏差 σ 为分布的离散性的量度. σ 的定义是 $[\sum(X_i-\mu)^2/N]^{1/2}$, 其中 N 为母体的个体数[2]. σ 越大,分布伸展越宽. μ 和 σ 一经确定后,分布也就唯一确定了. 对任何一个给定的分布, μ 和 σ 都为常数. 图 3.4 和 3.5 比较了不同 μ 值和 σ 值的正态分布. 每条曲线下面的面积均为 1.

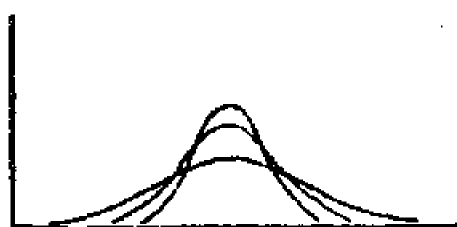


图 3.4 平均值相同而标准偏差不同的正态曲线.

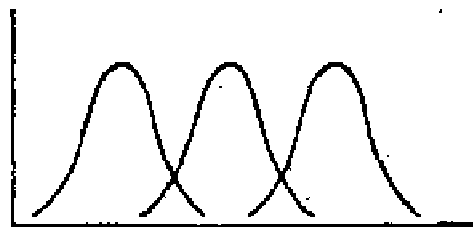


图 3.5 标准偏差相同而平均值不同的正态曲线.

正态分布与二项分布和其它离散分布有一个重要不同之

1) 此分布按德国数学家卡·高斯命名.

2) 原作者对母体及子样两个概念常常混淆起来谈. 对于一定生产条件得到产品的某一特性值是正态分布时, μ, σ 是客观存在的. 子样 N 个值得的算术平均及 $\left(\frac{\Sigma(X_i\geq\mu)^2}{N}\right)^{1/2}$ 只是近似于 μ 及 σ——译校者注.

处. 我们还记得，二项分布是只有两个离散值的分布. 即是说，不管概率大小如何，一个元件总是要么有某一性能或特性,要么没有某一性能或特性. 例如，一个元件可以是好的，或者是坏的，但决不可能是 0.5372198 好. 可是正态分布却是连续的. 尽管一个元件或一种特性具有任一特定值的概率非常小,但这个数值却是可能出现的[1].

正态分布是对称的，因而分布在均值的两边正好各占一半. 但是,不管 σ 值如何,在均值 μ 和离平均值的距离为标准偏差的某一指定倍数 $z\sigma$ 的值(即 μ 与 $\mu+z\sigma$)之间,或$(-\infty, \mu+z\sigma)$ 与 $(\mu+z\sigma, \infty)$ 之间，分布都有相同的百分数或分数[2] 这一点就不是那么明显了. 例如，当 $z=1$ 时，则分布的 34.13% 在平均值 μ 和 $\mu+1\sigma$ 所表的值之间. 此外，分布的 15.87% 的值大于 $\mu+1\sigma$ 所表的值，而 84.13% 的值小于 $\mu+1\sigma$. 例如，在图 3.6 中,当 $\mu=50$ 而 $\sigma=5$ 时,则分布的 34.13%在50 和 55 之间，有 15.87%大于 55，有 84.13%小于 55. 如 σ 不是 5，而是 12，均值仍然是 50，则 $\mu+1\sigma$ 应等于 62,因而前面给出的百分数应是针对数值 62 的，而不是针对数值 55 的.

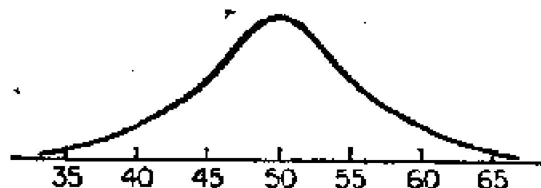
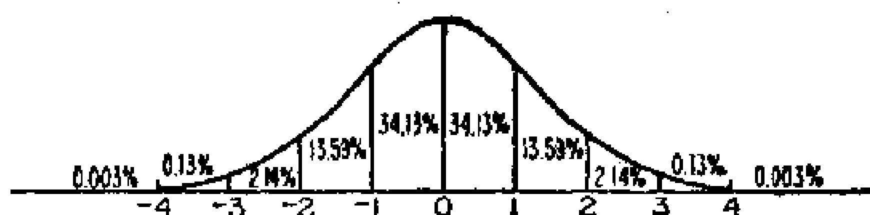


图 3.6 均值 $\mu=50$ 标准偏差 $\sigma=5$ 的正态分布.

图 3.7 表明了不同 z 值 (σ 的不同倍数) 间正态分布的百

1) 从理论上讲，可能值的数目是无限的，因此出现任一特定值的概率为 0 . 通常,测量不可能精确到很多位数，所以我们只好就我们所能区分的值的最小范围给定概率 .

2) 在 $-\infty < X \leqslant \mu + z\sigma$($z$ 为任意值) 范围积分 Y 值便可证明这一点. $z=0$ 时，结果为 0.5.



离均值的距离(以标准偏差 σ 为单位)

图3.7 在标准偏差的整倍数之间正态分布的百分数。

分数. 表 B.2 给出了 $-z\sigma$ 到 $+z\sigma$ 之间正态分布的百分数.

我们常常处理的是子样,而不是整个母体,而且子样往往还是相当小的. 由于有某个或某些原因,我们不能不这样作. 母体也许得不到,甚至母体还未产生出来,是否要产生母体还得看子样能否符合要求.实际上对整个母体都进行分析,检验试验可能费用太大或太费时间. 估计分析工作可能实质上带有破坏性,因此,当检查全部母体会破坏全部个体时,便没有个体可以用来完成所要完成的任务. 所以,子样和抽子样的母体之间的这种关系是重要的. 更重要的是,我们要用通常是有限的子样得到的情报来确定或描写母体.

若母体是具有均值为 μ、标准偏差为 σ 的正态分布,则从该母体随机抽取的子样也趋向于正态分布[1].子样越大[2],子样的分布越接近正态分布,子样的均值(记为 $\bar{X}$, 读为"X 一横")也越接近于母体均值 μ. 不过,由于子样是随机抽取的,因此 $\bar{X}$ 就不一定正好等于 μ, 但是它是 μ 的最好的估计值.

正如母体标准偏差 σ 表示母体离散度一样, 子样标准偏差 s 也表示子样各个体的离散度. s 的计算非常类似于 σ,

1) 子样数始终是有限的,它总是一组离散值,从这组离散值可以得出一个累积相对频数曲线, 这曲线随 n 的增大而接近母体的累积分布函数曲线. 原文概念是不清的——译校者注.

2) 子样包含的单元(个体数)通常叫子样容量或子样的大小或子样数. 本书叫法不统一, 读者注意——译校者注.

即 $s=[\sum(X_i-\bar{X})^2/(n-1)]^{1/2}$，所不同的是用 $\bar{X}$ 代替 μ，分数的分母比个体数 n 少1. 用 $n-1$ 而不用 n 算得的 s 值是 σ 最好的(无偏的)估计值. 之所以如此，是由它的分布性质决定的. (更详细的讨论，读者可以参阅数理统计书.)我们用 $\bar{X}$ 和 s 来估计 μ 和 σ 的值.

我们往往需要将子样的 $\bar{X}$ 和 s 同母体的 μ 和 σ 进行比较，或者从一个子样的 $\bar{X}$ 和 s 估计一个母体的 μ 和 σ 的可能范围. 这些计算方法，有些将在后几章讨论. 要想进行这些计算，我们必须知道子样的统计值是如何分布的. 当母体分布是正态分布时，子样诸均值 $\bar{X}$ 的分布也是正态分布. 甚至母体分布不是正态分布时，诸 $\bar{X}$ 的分布也非常接近于正态分布[1]. 在质量控制工作中，子样均值的正态性是我们所希望的，在控制制图工作中，尤其有用. 可是，在可靠性计算中如果不意识到原始母体可能不是正态，便会导致错误的结果.

子样均值的离散性也是同样重要的. 子样均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{X}}$ 等于母体的标准偏差除以个体数 n 的平方根，即 $\sigma_{\bar{X}}=\sigma/\sqrt{n}$. 若用 s 作为 σ 的估计值，则 $\sigma_{\bar{X}}=s/\sqrt{n}$. 这里，在分母中使用 n，尽管在 s 的计算中是使用 $n-1$.

正态分布在可靠性的计算中有两个主要应用. 第一是考虑设备的定量特性[2]与规范值的关系，包括计算设备特性符合性能要求的概率. 第二是考虑元件耗损和工作时间延长引起的失效分布. 实际上，耗损可视为影响元件可靠性的另一定量特性. 不过，只要元件在工作，或至少在一个短的时间内工

---

1) 见 E. L. Grant, "Statistical Quality Control", 3d ed., p.35, McGraw-Hill Book Company, New York, 1964. 或 W. A. Shewhart, "Economic Control of the Quality of Manufactured Product," p.182, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1931.

2) 定量特性的意义是特性值为一连续随机变量一次试验得出一个具体的数值——译校者注.

作，我们通常都将元件的性能看做是正常的，而耗损是在比较长的时间后才会出现，因此我们把定量特性与耗损分开讨论。

我们往往要求一个元件要在某一预定的限界值范围内工作。例如一个交流信号发生器必须在某些频率范围内产生某一给定的频率；一个控制开关必须在某些电压之间的某一大小的电压下打开；一个爆炸装置必须在某些外加电压范围内爆炸。上述这些应用，都涉及到定量的工作特性与限界值的关系。有时，只有一个限界值(上限或下限)，比如保险丝的电流限值。上述这些特性的分布都可用正态分布来表示，μ和σ的值可以估计。因此我们可以建立分布与额定限值的关系。用这种方法就可以确定符合要求的概率——可靠度。

我们记得，随机失效期过了之后，元件或设备将到达耗损期。尽管耗损失效的分布通常并不是真正的正态分布，但常常还是将它看做是正态分布的。耗损失效的分布往往非常接近于正态分布，因而用正态分布来预测或估计可靠度是有效的，并能提供有用的信息。在耗损失效的情况，我们只关心一个限值，即所要求的工作寿命；并把所要求的最短寿命与耗损失效分布作比较，以估计成功地完成任务的概率。

3.6 学生氏 t 分布

讨论正态分布时曾经讲过，从母体抽取子样时，子样的均值和标准偏差可能不同于母体的真正均值和标准偏差。这种差异称为抽样误差。只抽几个个体时，抽样误差可能很大。例如，从具有正态分布的母体中只抽三个个体时，可能三个个体的值都小于母体均值，因而三个个体的均值也小于母体均值。根据这三个个体计算的标准偏差也可能比母体标准偏差大得

多或小得多．用小子样估计母体的这些参数时，抽样误差可能相当大．

我们可以抽越来越多的个体来减小可能产生的误差．子样数越大，误差越小，这是因为，抽取的个体越多，越不可能使所有个体的值都在均值的一边而没有一个在另一边．最后，当子样大到与母体相等时，抽样误差便为零．

但是不大可能由测量母体的每个个体来计算母体的均值，即使测量大部分个体来估计母体也是不大可能的．换句话说，我们必须从比较少量的个体估计母体的均值．既然这样作会发生误差，那我们就希望能够说出：真正均值在哪两个数值范围之内，或者真正均值不小于某一指定值或不大于某一指定值．我们也希望知道我们的估计有多大把握（置信度）．当我们有理由确信母体为正态分布时，学生氏 t 分布将能使我们解决上述问题．

用这种分布可以算出这种有限子样抽样结果产生的误差．若将估计值的误差同置信度联系起来，这种分布便能提供估计均值的置信度．估计值可以接受的绝对误差越大，相信真正均值或百分数在某些限值范围的把握就越大．相反，如果说真正均值在两个非常狭小的数值范围（即接近的估计值），相信我们所说的是正确的把握就越小，相应的置信水平也就下降．如上所述，当子样增大时，相信真正均值在某两个数值范围的置信度也就随之提高．如要保持同一置信水平，则两个数值范围变狭，即误差减小．简言之，子样增大将使置信度提高，或误差减小，或既是置信度提高又是误差减小．

图 3.8 用曲线表明了母体均值与误差大小、置信水平和子样大小之间的关系．图的解释如下：当子样的个体数为 2 时，我们有 50％ 的把握（置信度）真正均值 μ 在估计平均值的

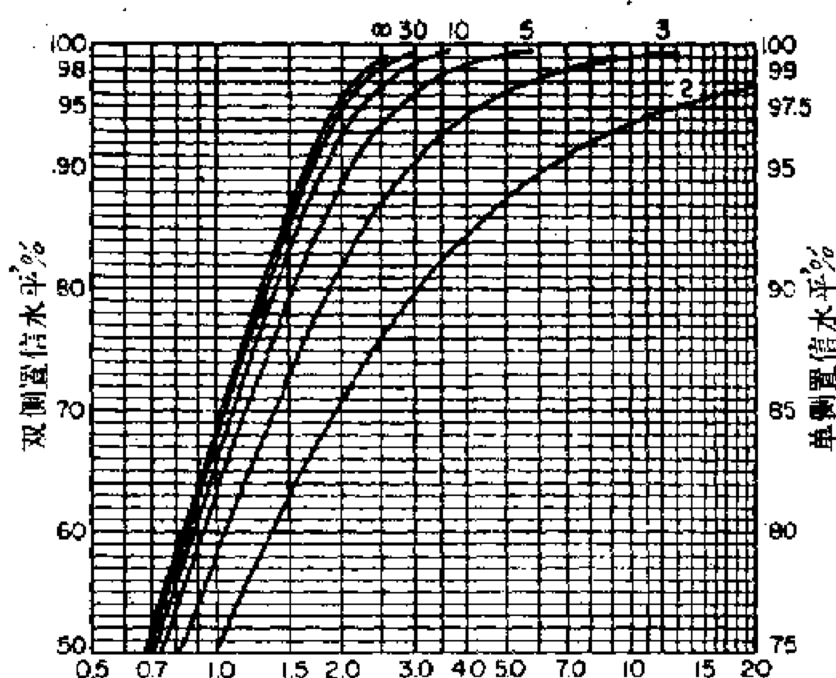


图 3.8 子样大小、置信水平和标准偏差的误差三者的关系.

$\pm 1.0\sigma_{\bar{X}}(=1.0s\sqrt{n}$[1]) 以内，有 75% 的把握 μ 不小于 $\bar{X}-1.0\sigma_{\bar{X}}$，也有 75% 的把握 μ 不大于 $\bar{X}+1.0\sigma_{\bar{X}}$. 从同一条曲线可以知道，有 70% 的把握 μ 在 $\bar{X}\pm 1.96\sigma_{\bar{X}}$ 以内，有 90% 的把握 μ 在 $\bar{X}\pm 6.31\sigma_{\bar{X}}$ 之内. 子样个体数大于 2 时，要用其它曲线确定误差（以 $\sigma_{\bar{X}}$ 为单位）和置信度.

表 B.3 给出了这种关系的更详细的数据. 子样大小用自由度 (d. f.) 列在左边一列内. 自由度用希腊字母 ν（纽）表示，它比子样个体数小 1，即 d.f.（或 ν）$= n-1$. 自由度的概念第四章将有详细讨论. 置信度（概率）列于其它各列之首. 误差大小（以标准偏差为单位）列于表之主体. 下面我们举三个简单的例子，说明表的用法.

1. 子样个体数 = 10 (d.f. = 9)，置信度 = 0.90，双侧 t = 1.83.

1）从第 3.5 节我们知道，子样均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{X}}$ 等于母体标准偏差除以个体数的平方根.

这就是说，母体均值μ在$\bar{X}-1.83\sigma_{\bar{X}}$与$\bar{X}+1.83\sigma_{\bar{X}}$之间的概率为90%。$\mu$小于$\bar{X}-1.83\sigma_{\bar{X}}$的概率为5%，$\mu$大于$\bar{X}+1.83\sigma_{\bar{X}}$的概率也是5%。

2. 子样个体数=4，置信度=0.95，双侧$t=3.18$。μ在$\bar{X}-3.18\sigma_{\bar{X}}$与$\bar{X}+3.18\sigma_{\bar{X}}$之间的概率为95%。

3. 子样个体数=30，置信度=0.995，单侧$t=+2.76$或-2.76。μ大于$\bar{X}-2.76\sigma_{\bar{X}}$的概率为99.5%，小于$\bar{X}+2.76\sigma_{\bar{X}}$的概率也为99.5%，$\mu$在$\bar{X}-2.76\sigma_{\bar{X}}$与$\bar{X}+2.76\sigma_{\bar{X}}$之间的概率为99%。

应当注意，当子样的N增大时，本表中的t值将接近于正态分布表中的z值。

t分布的另一直接应用是将子样均值$\bar{X}$与已知的或假定的母体均值μ进行比较，确定子样是否取自那个母体。这种比较称为假设检验，因为在这种比较中我们对$\bar{X}$与μ的关系作了假设，并作了统计检验来证实或否定这种假设。如果子样大，即使原始分布不是正态分布，用t表的数据也能作有效的比较。下一章我们将介绍这种检验方法。

3.7 χ^2分布

χ^2分布是可靠性中使用的又一重要分布。虽然这种分布本身是连续的，但也能象二项分布那样用于离散值的情况。二项分布限于考虑一个事件只有两个可能的结果，例如好或坏，而χ^2分布却可考虑许多可能的结果。不过，每一结果都要单独发生，而且没有其它可能的结果。例如，掷一颗骰子（假设骰子不停在边角上）时，有六种而且只有六种可能结果，掷一次的结果必然是这六种结果之一。

常常有某种特性可以用而且也用了连续标度来量度，在

测量精度范围内任何一个数值都可能出现. 不过，我们把测量值分到规定的数组中，把数据视为离散值，可能的离散值的数目等于数组的个数. 例如，测量男性成人高度时，在测量设备能力范围以内，最大测量值和最小测量值之间的任何结果都是可能出现的. 为了分类方便起来，我们把测量值分到一些适当的组内，多半分到最靠近的某一吋. 然后分析每组或每类中的相对量.

χ^2 分布是用来比较观测频率与假设分布的理论频率的. 第五章叙述的符合度检验，就是利用 χ^2 分布来确定，某一理论分布是否适合用来描写测量数据，即确定：是否有理由预期观测的数据是来自假定的分布. 符合度检验是用下式求 χ^2 值：

$$\chi^2 = \sum_{1}^{n} \frac{(f_{0i} - f_{ti})^2}{f_{ti}} \tag{3.8}$$

式中，f_{0i} 是第 i 组中的观测频率，f_{ti} 是同一组中的理论频率，n 为组数.

χ^2 值的表（表 B.4）是用类似于 t 分布表的排法排列的. 左边一列列的是自由度. 概率或百分数列于其余各行之首，χ^2 值列于表之主体. 第五章要介绍一些具体的例子，因此这里我们只介绍表的用法.

假定分析的结果得到 χ^2 的值为 6.57，而且有 10 个组. 联系到这些数的自由度（d.f. $= n-1$）为 9[1]. 在自由度为 9 和概率为 70% 的表中 χ^2 值为 6.39；概率为 50% 时 χ^2 值为 8.34. 这就是说，χ^2 值高达 6.57 的概率大致是 70%，因此我们可以断言，理论分布代表这些数据[2]. 另一方面，χ^2 值高达 20 的概

1) 必须注意当理论分布有 l 个参数，且用 l 个参数的估值进行符合度检定时，自由度为 $n-l-1$——译校者注.

2) 原文作者这样用假设检验是有问题的，此时不能认为理论分布不代表这些数据. 但不能说理论分布代表这些数据. 有可能别的理论分布能更好地代表. 但没有更多根据前，可以把这理论分布当成代表这些数据——译校者注.

率只约 3.5%，如从观测数据得到这个 χ^2 值，那我们可以断定，这个分布不代表这些数据.

我们应当注意到：和 t 分布相反，当 χ^2 分布的自由度增加时，表中的数值也增加. 这是因为，χ^2 分布是将所有各组的差相加，组越多，和越大. t 分布是用均值，子样越大，子样均值越接近真正均值.

3.8 χ^2/自由度分布

与 χ^2 分布密切相关的分布是 χ^2/自由度分布. 这个分布的值是将 χ^2 值除以自由度而得，因而命名为 χ^2/自由度. 它象 χ^2 分布一样，用得很频繁，它用来比较 s^2 与 σ^2，前者为子样标准偏差的平方或方差，后者为正态分布母体已知的或假定的方差. 因此，χ^2/自由度分布与正态分布方差的关系如同 t 分布与均值的关系一样.

用 χ^2/d.f. 分布比较方差时，便可决定方差为 s^2 的某一子样来自方差为 σ^2 的母体的概率. 如果这个概率高，则可断言说 s^2 不同于 σ^2 是没有统计依据的. 如果概率低，结论就是 s^2 不同于 σ^2，即子样不是取自方差为 σ^2 的母体.

根据 s^2 与 σ^2 之比，可以求得 χ^2/d.f. 的值. 如果根据统计分析得出 χ^2/d.f. 值为 2.00，而相应的自由度为 14（相当于 $n=15$），则 s^2 等于 σ^2 的概率非常小——由于偶然原因出现高达 2.00 的值的概率小于 2%（据表 B.5）. 如果 2.00 这个值取自只有五个个体（4 个自由度）的子样，则 s^2 等于 σ^2 的概率大约为 8%，更不应肯定有差别.

正如 μ 的置信限可从 t 表得到一样，σ^2 的置信限也可从 χ^2/d.f. 表推出，χ^2/d.f. 表中的值是比值 s^2/σ^2. 方法是求 s^2 的两个乘数 k_1 和 k_2，使得 σ^2 在 k_1s^2 和 k_2s^2 之间的概率等于给定

的百分数．例如，假定我们希望 σ^2 在 k_1s^2 和 k_2s^2 之间有 90% 的概率，则可求出 k_1 和 k_2 的值，使得 σ^2 小于 k_1s^2 的概率等于 5%，σ^2 大于 k_2s^2 的概率等于 5%．步骤如下．

$$c_2 < \frac{s^2}{\sigma^2} < c_1$$

$$\frac{1}{c_2} > \frac{\sigma^2}{s^2} > \frac{1}{c_1}$$

$$\frac{1}{c_1} < \frac{\sigma^2}{s^2} < \frac{1}{c_2}$$

$$\frac{s^2}{c_1} < \sigma^2 < \frac{s^2}{c_2}$$

现在令 $k_1 = \frac{1}{c_1}$, $k_2 = \frac{1}{c_2}$, 使得

$$k_1s^2 < \sigma^2 < k_2s^2$$

从表 B.5 求出 c_1 和 c_2 的值，使得可以得到前面所要的概率．当概率为 90%、子样个体数为 15 时,则 $c_1 = 1.692$, $c_2 = 0.469$，而相应的 k_1 和 k_2 值分别为 0.591 和 2.13.

假定想求出 k_2s^2 的值，使得 σ^2 不大于 k_2s^2 的概率为90%，便可求出单侧置信限．当 $n = 15$ 而概率为 90% 时，c_2 的值便为 0.556，k_2 便为 1.80．σ^2 大于 $1.80s^2$ 的概率为 10%．如有必要，同样可求出 k_1 的值，使得 σ^2 小于 k_1s^2 的概率为 10%．

3.9 F 分　布

就所比较的是两个方差来看，F 分布是类似于 χ^2/d.f. 分布的．χ^2/d.f. 是把子样方差 s^2 与已知的或假定的母体方差 σ^2 比较，而 F 分布是把两个子样方差 s_1^2 和 s_2^2 相互比较.我们将结

合假设检验（第四章讨论）与如下数据的方差分析，比较两个子样的方差：这些数据来自一整套试验，其中有几个待计算的方差．F 分布可以帮助我们确定哪个输入特性对待研究的输出有显著影响，哪些输入特性要相互影响．

既然 F 分布是比较两个子样的方差，因此两个方差各有各的自由度．表 B.6 是分子、分母各有各的自由度的 F 分布表．下面我们举两个例子，说明 F 分布表的用法．

1. 假如比较各有 10 个个体的两个子样的方差，而两个方差的比 s_1^2/s_2^2 为 3.50，则由于偶然性达到这样高的比[1]的概率小于 5％．这个结论是根据这样的事实推得的：自由度为 9 与 9 时，对应 95％ 概率值的 F 值只有 3.18，这意味着，如果两个母体的方差相同，则取自这两个母体的两个子样的方差比小于 3.18 的概率为 95％．同样，该比小于 0.319 的概率只有 5％．因此，取自方差相等的两个母体的两个子样的方差之比在 0.319 和 3.18 之间的概率为 90％，比值超出这个范围的概率只有 10％．这个例子中，两个方差所对应的自由度是相同的．如下例中那样，当自由度不同时，必须使用表中适当的几组值．

2. 假定有 5 个个体的子样的方差为 2.80，有 16 个个体的另一子样的方差为 2.10，而方差之比为 1.33．分子自由度 ν_1 为 4，分母自由度 ν_2 为 15．自由度为 4 与 15 时，比值为 1.51 或更小数值的概率为 75％，因此比值为 1.33[2] 的概率大于 25％．

若将方差交换，使 ν_1 为 15，ν_2 为 4，比值为 0.75．则可用自由度为 15 和 4 的 F 表的值来比较．F 值小于或等于 0.664 的概率为 25％，因此，比值为 0.75 的概率大于 25％．这就证实了原来的比较．

1) 应为达到与超过这样高的比值——译校者注．
2) 应为比值达到并超过 1.33——译校者注．

注意，0.664 为 1.51 的倒数. 为从倒数置信限 $1-\alpha$ 求两个方差比的置信限 α，必须交换自由度，必须按下式交换该比值：

$$F_{\alpha,\nu_2,\nu_1}=\frac{1}{F_{1-\alpha,\nu_1,\nu_2}} \tag{3.9}$$

式 (3.9) 可用来求表中没有列出的某些值. 例如，如果需要 $\nu_1=10$ 与 $\nu_2=50$ 时 0.95 的值，便可用 $\nu_1=50$ 与 $\nu_2=10$ 时 0.05 的值的倒数：

$$F_{0.95,10,50}=\frac{1}{F_{0.05,50,10}}=\frac{1}{0.493}=2.03.$$

3.10 威布尔分布

威布尔分布是可靠性分析中常用的最复杂的一种分布. 这种分布是由瑞典 W. 威布尔首先提出的，它是用来处理材料寿命疲劳等问题. 负指数分布只需一个参数 λ（或 m）来描述，正态分布需两个参数 μ 和 σ 来描述，而威布尔分布却需三个参数才能唯一地确定. 这三个参数是，尺度参数 α，形状参数 β，位置参数 γ. 三个参数的关系由威布尔密度函数公式(3.10) 表示，相应的可靠度函数由公式(3.11)给出.

$$f(t)=\frac{\beta(t-\gamma)^{\beta-1}}{\alpha}e^{-\frac{(t-\gamma)^\beta}{\alpha}} \tag{3.10}$$

$$R(t)=e^{-\frac{(t-\gamma)^\beta}{\alpha}} \tag{3.11}$$

图 3.9 至图 3.11 表明了这些参数数值不同时对分布形状的影响，我们可以把这三个图与描述不同的正态分布和负指数分

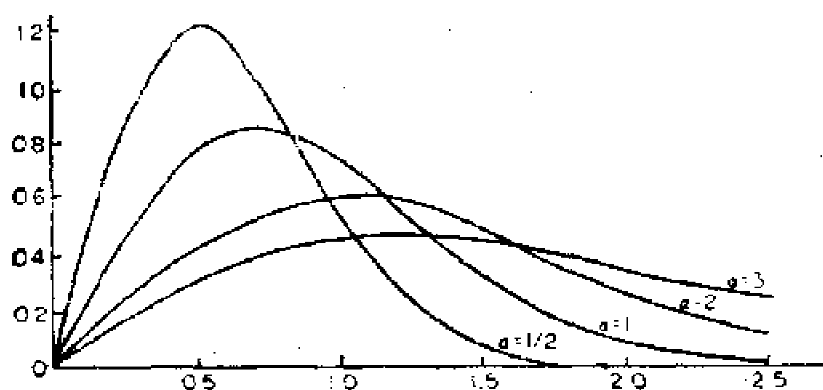


图 3.9 $\beta=2, \gamma=0$, α 值不同时的威布尔分布.

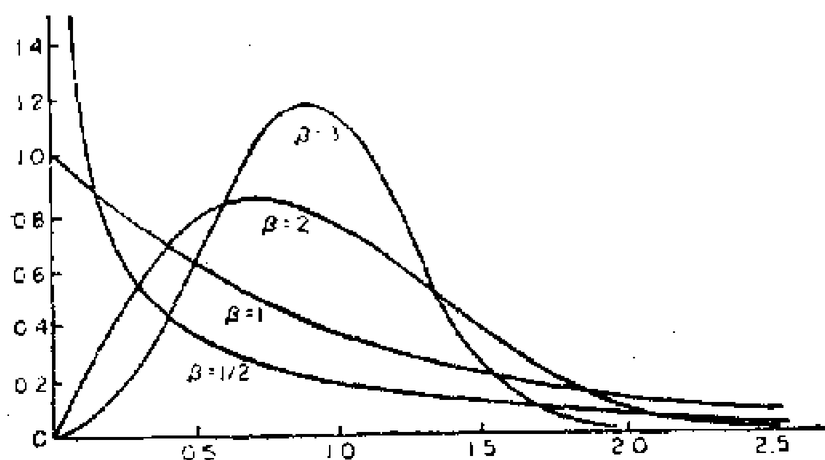


图 3.10 $\alpha=1$、$\gamma=0$, β 值不同时的威布尔分布.

布的图 3.3 至图 3.5 加以比较[1]. 图 3.9 给出了 β 和 γ 保持不变而 α 数值不同时的一族威布尔曲线中的四条曲线. 可以看出,最初的零点相同,分布的一般形状也相似,只是在时间轴或横轴上分布有所压缩或伸长. 分布形状随 β 值不同而异, β 值相同时,曲线族中的所有各条曲线都有大致相同的形状. 同样,当 γ 值不同时,最初的零点将发生变化,曲线族中的所有各条曲线都有新的零点.

图 3.10 是 β 变化而 α 和 γ 不变的情况. 这时,分布的形

1) β 值近似等于 $3\frac{1}{2}$ 时,威布尔分布和正态分布非常近似. 负指数分布为 $\beta=1, \gamma=0$ 时一种特殊的威布尔分布,此时, α 的值相当于平均无故障工作时间 m, 即 λ 的倒数.

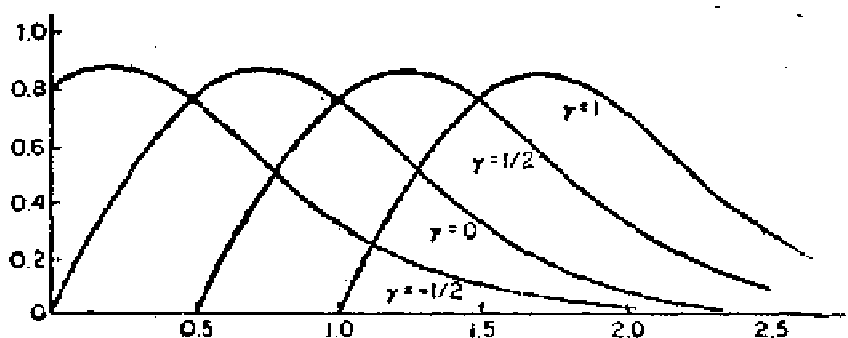


图 3.11 $\alpha=1$、$\beta=2$, γ 值不同时的威布尔分布.

状变化了,但尺度和原点未变. 由于形状改变了,因而看起来不象图 3.9 中形状保持不变那么容易, 这里比较难于想象尺度的一致性.

图 3.11 表示形状参数和尺度参数相同而 γ 值不同的一族威布尔分布. γ 为负时,表示某些元件开始工作就已坏了,即这些元件在贮存期间已失效. γ 为正时, 表示有一段不失效的时间. 例如,在滚珠轴承情况,这段不失效的时间可以是轴承表面下原来的微缝向表面传播而尚未引起疲劳失效的那段时间.

得到任何一组失效数据后,便可求出 α, β 和 γ 的值以及相应的可靠度-置信度数值. 尽管也有可用的计算法,但我们还是乐于使用图解法,因为图解法比较容易使用. 由于威布尔分布在可靠性中的主要应用是作可靠性估计, 而且即使是图解法也有相当多的计算,因此这里我们不打算讨论,到第十四章再举具体的例子.

3.11 切贝谢夫不等式

当我们对一种分布除了晓得它的均值和标准偏差外其它一无所知时,便可用切贝谢夫不等式来求置信区域或置信限. 不等式(3.12)告诉我们, 一种分布远离均值在 $k\sigma$ 以上的那部

分不会超过 $1/k^2$.

切贝谢夫不等式:

$$P(|X-\mu|>k\sigma)\leqslant 1/k^2 \qquad (3.12)$$

例如，一种分布远离均值在 3σ 以上的部分不多于九分之一，或大约 0.11. 就正态分布来讲，这种估计是很差的，正态分布中远离 μ 在 3σ 以上的部分不到其整个部分的千分之三(<0.003).

当分布是对称分布而只有一个众数时，我们可以用一个比不等式(3.12)有所改进的不等式. 这个有所改进的不等式叫做坎普-迈德尔不等式，如式(3.13)所示，它将上限从 $1/k^2$ 减至 $4/9\,k^2$.

坎普-迈德尔不等式: $P(|X-\mu|>k\sigma)\leqslant \frac{4}{9}k^2$ (3.13)

使用不等式(3.13)时，一个分布远离均值在 3σ 以上的部分不超过 $4/9\times 1/9$ 或 $4/81$，小于 5%.

可以看出，无论切贝谢夫不等式或坎普-迈德尔不等式，都不能给出非常高的置信度或可靠度. 如果我们用切贝谢夫想得到 99% 的置信度，均值与规范值之差将有 10σ. 即使用坎普-迈德尔不等式，此差值或安全限至少也得是 $6\frac{2}{3}\sigma$. 如能用正态分布，则只需用约 $2\frac{1}{2}\sigma$ 的安全限. 分布的均值与规范要求的差距过分大是少见的，因而切贝谢夫不等式在可靠性数学中并不是一个非常有用的工具.

补 充 读 物

Barlow, R. E., and F. Proschan: "Statistical Theory of Reliability," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.

Bazovsky, I: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engine-

ering,'' U. S. Government Printing Office, 1964.
Calabro, S. R.: ''Reliability Principles and Practices,'' McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.
Chorafas, D. N.: ''Statistical Processes and Reliability Engineering,'' D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.
Dixon, W. J., and F. J. Massey, Jr: ''Introduction to Statistical Analysis,'' 3d ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.
Grant, E. L.: ''Statistical Quality Control,'' 3d ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.
Hiltz, P. A., and J. L. Gaffney: ''Statistical Techniques for Reliability,'' North American Aviation, Inc., Downey, Calif., 1965.
Hoel, P. G.: ''Introduction to Mathematical Statistics,'' John Wiley & Sons, Inc., New York, 1947.
Ireson, W. G.: ''Reliability Handbook,'' McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.
Johnson, L. G.: ''The Statistical Treatment of Fatigue Exueriments,'' American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 1964.
Lloyd, D. K., and M. Lipow: ''Reliability: Management, Methods, and Mathematics,'' Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.
Mood, A. M.: ''Introduction to the Theory of Statistics,'' McGraw-Hill Book Company, New York, 1950.
Munroe, M. E.: ''The Theory of Probability,'' McGraw-Hill Book Company, New York, 1951.
Shewhart, W. A.: ''Economic Control of Quality of Manufactured Product,'' D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1931.
Shooman, M. L.: ''Probabilistic Reliability: An Engineering Approach,'' McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.
Villars, D. S.: ''Statistical Design and Analysis of Experiments for Development Research,'' Wm. C. Brown Company Publishers, Dubuque, Iowa, 1951.
Working, H.: ''A Guide to Utilization of the Binomial and Poisson Distributions in Industrial Quality Control,'' Stanford University Press, Stanford, Calif., 1943.

第四章　假 设 检 验

4.1 引　　言

我们可以提出许多关于可靠性数据的问题. 人们也许想知道，两批元件的均值或离散度是否有差别，一批新的元件是否符合已有的标准，是否显著改善，或者是否显著变差. 也许需要知道，某一特定的理论分布是否能用来描述实际观测到的特性的分布，一个变数的值是否能用来估计另一变数的值. 后面的问题将在下章讨论；这些问题的讨论要涉及到可靠性和其它工程活动中的某些统计方法，同时也应是工程技术人员和统计人员应当熟悉的. 本章讨论有关一个或多个子样和母体的均值和标准偏差的假设检验. 也讨论这些参数的置信区间，因为判断一个假设被采纳或被否定要看对所作判断的希望的正确程度如何.

4.2 置信度与风险

第二章我们讲过，置信度是我们对抽样所得结论的确信度. 与此相反，风险就是不确信度. 提问题和下结论的方法不同，将会产生不同的置信度和风险. 后几段我们将对两种不同的结论加以区别. 第一种是关于子样均值和标准偏差的假设检验，这是本章的主题，是我们直接感兴趣的. 第二种更直接与可靠性数据有关，与它相联系的风险是另一种类型. 区

别这两者是很重要的.

犯错误的概率或置信度可以规定在所希望的某一水平上. 例如，在决定是否要改变制造工艺时，改变之前希望有99% 的把握新工艺胜过老工艺. 犯错误的概率——当新、老工艺之间没有差异，但改变了工艺的风险——应是1%. 在这种类型的判断中，应当提出一个检验计划，假定新工艺不比老的好. 这种假设叫做零假设. 仅当由于偶然性得到这些试验结果的概率不大于1% 时，这个假设才被否定.

当假设正确而被否定，这种错误叫做 α 型错误或第一种错误，例如说，我们说新工艺要好些而实际上并不这样，犯这种错误的概率叫做生产者的风险. 因为买方使用的许多抽样方案的假设是这样定的：这批产品是好的，除非抽样结果表明是坏的. 因此，当抽样结果是，假设实际上是正确而被否定时(一批产品实际上是好的而被否定时)，制造者将由于产品判断错误被退回而遭受损失.

还有相反的一种错误——当假设不成立时根据抽样接受了这一假设. 这种错误叫做 β 型错误或第二种错误. 犯第二种错误的概率叫做使用者的风险，因为它是按抽样方案把一批实际上不符合要求的产品作为符合要求而接受所冒的风险. 在绝大多数均值和方差的假设检验中，α 风险是定了的，β 风险是不知的，除非待研究的母体参数已知. 但是，如果参数值已经知道，便没有理由去作假设检验了，因此在这些假设检验中 β 风险一般是不知道的. 在给定的子样容量下，α 风险定得越小，β 风险就越大. 减小这两种风险或减小一种而不增大另一种的唯一办法是检验更大容量的子样.

可靠性数学中常用的假设是可靠度不劣于某一规定的水平. 这是与零假设相对立的假设. 零假设是说，两个均值、两个标准偏差、两种工艺等是相同的，而可靠性中用的假设是，

设备符合(高于)规定的可靠度水平. 这种情况的风险是 β 风险——假设是错误的(可靠度不符合规定的水平)而接受假设(可靠度符合规定的水平) 的风险. 可靠度-置信度的关系我们将于第十三和十四章再详细讨论.

4.3 自 由 度

讨论假设检验本身之前,我们先较充分地解释一下第 3.6 节引入的自由度概念. 自由度用希腊字母 ν 表示, 它的定义是变数的独立值的数目. 换一个说法是变数值的数目减去所受的约束数. 如果借以计算一个常数或参数的变数有 n 个值,则该变数只有 $n-1$ 个值保持独立或不固定. 即是说,求出 $n-1$ 个值后, 最后一个值必然是从算出的那个常数或参数值推得的值. 例如求一个容量为 n 的子样的子样标准偏差 s 时, 如果从 n 个 X 值算出了子样均值 $\bar{X}$, $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 就是一个约束条件. 有了这个约束条件后, 自由度就是 $n-1$. 因为当 $n-1$ 个 X 独立地求得后, 末一个 X 值就不再是独立的了,因为它可以用 $\bar{X}$ 及前 $n-1$ 个 X 值推得[1]. 再说一次,独立值的数目就叫自由度.

如从一个变数的 n 个值算出了一个参数, 计算第二个参数时便只有 $n-1$ 个自由度. 如已计算了两个参数, 例如威布尔分布的 α 和 β, 计算第三个参数例如 γ 时,便只有 $n-2$ 个自由度. 同样,如已计算了三个参数,计算第四个参数时便只有 $n-3$ 个自由度,等等. 正如我们将会看到的那样,结果的显著性将取决于数据的自由度数, 因此分析数据时自由度

1) 原文这样解释自由度是很不严格的,也有很大漏洞,但一开始可暂且如此理解——译校者注.

数是非常重要的.

4.4 均值与方差的假设

这里考虑的两种主要假设是关于均值和方差或标准偏差的假设. 我们将用不同的统计分布来估计这两种基本假设的试验结果的显著性.对均值采用正态分布和学生氏的 t 分布,对方差采用 χ^2/自由度分布和 F 分布. 两个分布之中用哪一个要看数据的性质,即要看哪些参数值是已知的,哪些是要估计的. 估算均值的差时,如知道标准偏差,便用正态分布; 如果一个或两个标准偏差是从子样估计的,便用 t 分布. 同样,当估算标准偏差的差异时,如果知道一个标准偏差,便用 χ^2/自由度分布;如果两者都是从数据估计的,便用 F 分布. 这些统计分布也用来估算其它类型的试验结果. 例如,对统计实验设计所得数据进行方差分析时,便用 F 分布. 这里只讨论这些分布在上述假设和一些直接有关的问题中的应用.

4.5 关于均值的假设

现在我们考虑的第一组假设是与子样和母体均值有关的假设. 首先讨论子样和母体均值的比较,举些单侧检验和双侧检验的例子. 然后比较两个子样的均值,并讨论其它可用的比较方法和置信区间.

4.5.1 方差已知时的均值的比较

第一种而且是最简单的一种情况是,知道或已假定母体的标准偏差,将一个新分布的均值与一个现存分布的均值进行比较. 将一部新机器生产的所有元件的特性的均值与现有

机器生产的元件特性的均值进行比较时，便要遇到这种比较。另一例子是，将一批新燃料子样的辛烷等级与现有标准进行比较。这些比较中用正态分布。当母体是正态分布时，用正态分布将给出精确的概率；子样大时，甚至母体分布不是正态的，用正态分布假设得出的结果也是近似正确的。

这种分析中，将要用到子样均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$，它等于母体标准偏差除以计算均值所用个体数的平方根，如下式

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{4.1}$$

用 $\sigma_{\bar{X}}$ 除一批新材料的均值与已有材料的均值之差，确定这个差数的显著性。如果这个差数由于偶然原因出现的概率极小，例如，小于 1%，便可说这个差是非常显著的，并可作出结论，这种新材料的均值有差异。如果单由偶然原因，该差数出现的概率就比较大，便没有根据排斥新材料与老材料有相同均值的假设。事实上也可以有差异，只是统计证据不足以保证这个结论有合理的确信水平。常常用 5% 作为显著性的标准。如 α 型错误的后果是严重的，而 β 型错误的后果是不严重的，则有时也用 1%。

假定一种燃料的平均辛烷等级为 98.0. 从一批新油的 25 罐中各抽一个样品，子样容量为 25 得出平均值为 97.7. 据过去的经验知道母体标准偏差 σ 为 0.8. 问题是新的一批是不是至少与过去的各批一样好或这平均值上的 0.3 的差异是不是足以说明辛烷比有显著降低。从式(4.1)知道，均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{X}}$ 等于母体的标准偏差除以子样容量 25 的平方根，即 $\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{25} = 0.8/5 = 0.16$. 因此 0.3 这个差值等于标准偏差 $\sigma_{\bar{X}}$ 的 1.875 倍. 这里的问题不是新的一批是否与过去的不同，而是新的一批是不是差些. 因此要作统计检验来确定比 1.875σ 低一些的值是不是显著. 从表 B.2 可以看出，由

于偶然原因引起 1.875σ 的单向差值[1]的概率为3.0%[2]. 如果概率为 5% 或更小,我们便认为是显著的,从而可以判定,新的一批的均值低于初先所设的均值.

考虑单向差值时,作单侧检验. 考虑双向差值时,作双侧检验. 如果估算一批新燃料的差值而不管方向[3],则差值大到 1.875σ 以上的概率为 6.1%. 如果仍以 5% 作为显著性的标准,则可以判定,新的一批没有显著的差别. 应当注意,不考虑差的方向时,均值之间差大于任何一个量的概率都比某一单向差值的概率高一倍.

安装一部新机器并希尺寸的均值保持在过去机器元件尺寸均值的同一水平时,需作双侧检验. 假设过去尺寸均值为 3.278 吋,标准偏差为 0.002 吋,而且尺寸为正态分布. 测量新装机器的十个元件,得到下列值(吋):

3.281	3.278
3.276	3.282
3.278	3.279
3.289	3.280
3.279	3.277
总计	32.790
平均	3.279

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n} = 0.002/\sqrt{10} = 0.00063$$

$$差 = 3.279 - 3.278 = 0.001$$

$$以\ \sigma_{\bar{x}}\ 为单位的差 = \frac{0.001}{0.00063} = 1.59$$

1) 差值为正且大于 1.875σ, 或差值为负且小于 1.875σ——校注.

2) 从表可以查出, 正态分布在 (-1.875σ) 与 $(+1.875\sigma)$ 之间的部分为 0.9392. 在 $\pm 1.875\sigma$ 之外的部分为 $1.0000-0.9392=0.0608$. 由于正态分布是对称的,因此小于 -1.875σ 的部分是 0.0604 的一半,即0.0304 或 3.0%.

3) 考虑差的绝对值,双向都考虑——校注.

从表 B.2 可知，$1.59\sigma_{\bar{X}}$ 差的概率为 0.11. 此概率大于 10%，当然大于 5%，因此可以接受这个新设备的均值没有差异这个假设. 如从 25 个元件得到相同的均值，则 $\sigma_{\bar{X}}$ 应为 $0.002/\sqrt{25}=0.0004$，以 $\sigma_{\bar{X}}$ 为单位的差应为 $0.001/0.0004=2.5$. 由于偶然原因差值超过 $2.5\sigma_{\bar{X}}$ 的概率只有 1.25%时，就应否定均值没有差异的假设.

知道标准偏差来比较平均值时，正态分布的这种应用叫做 z 检验. 这种检验的标准记法是

$$z=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \tag{4.2}$$

希腊字母 μ 表示已知的或假定的母体均值，$\bar{X}$ 为子样的均值. 如式(4.1)所示，均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{X}}$ 为 $\sigma/\sqrt{n}$. 因此，z 的值是以子样均值的标准偏差为单位得到的[1]，是子样均值和母体均值之差的量度. 可以将 z 值直接与正态分布表进行比较，正态分布表给出了以标准偏差为单位的差的概率.

4.5.2 方差是估计时的均值的比较

即使分布是正态分布或接近正态分布，但在大多数可靠性工作和其它技术工作中 σ 的值并不知道，必须根据子样数据来估计. 我们记得，平均来讲，s 是 σ 的最好的估计值，s 可以代替式(4.1)和式(4.2)中的 σ. 不过，s 是一个随机变量，而 σ 是客观存在的未知值. 在一半以上的情况，s 实际上小于 σ. 因此，z 不再是作判断的最精确的参数，得用 t 来代替. t 检验与 z 检验相似，只是用 t 代替 z，用 s 代替 σ:

$$t=\frac{\bar{X}-\mu}{s/\sqrt{n}} \tag{4.3}$$

---

1) 这样得到的值叫标准化值. 这个术语在统计学文献中时常见到，常指从正态分布(以 σ 为单位测得的)得到或推出的任何数据.

表 B.3 给出了不同自由度的超过 t 值的概率. 自由度比子样大小小 1. 比较表 B.3 和表 B.2 可以看出，子样容量增加时，t 值越来越接近相应概率下的 z 值.

下面给出 t 检验的应用的一个典型例子. 曾算出一种液体存贮箱的平均爆破压力为 549 磅/吋². 爆压分布近似为正态分布，但标准偏差不知道，必须根据测试数据估计. 从一批新的存贮箱抽 5 个进行耐裂试验，爆破压力的记录精确到 5 磅/吋². 我们希望确定，新的一批存贮箱的爆破压力是不是显著地低于以前的各批. 表 4.1 给出了这些数据.

表 4.1 一批新的液体存贮箱的爆破压力

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
545 磅/吋²	2	4
530	−13	169
550	7	49
545	2	4
545	2	4
总计 2,715 磅/吋²		$\Sigma = 230$

$$\bar{X} = 543 \text{ 磅/吋}^2$$

$$s = \sqrt{\frac{230}{4}} = 7.58 \text{ 磅/吋}^2$$

$$t = \frac{543 - 549}{7.58/\sqrt{5}} = \frac{-6}{3.39} = -1.77^{1)}$$

1) 从原始数据只得到两位精度，因而不能保证得到更高的精度.

自由度为 4 时，用 t 分布表 B.3 可以得到：绝对值在单向大到 1.77 的概率为 8%，因此可以得出一个结论，均值的差为 6 磅/吋² 是不显著的. 如从 15 个或更多（自由度为 14 或更大）个体得到相同的均值和相同的标准偏差，则有这样大的单向差的概率应小于 5%，而 6 磅/吋²的均值差就应当视为是显著的.

正如有单侧和双侧 z 检验一样，用 t 分布时也有单侧检验和双侧检验. 上面所举的例子是单侧情况. 如果作检验用以确定一批新的液体存贮箱的平均爆破压力是不是有任何差异,而不是确定爆破压力是不是更低,则应作双侧检验. 当自由度为 4 时，绝对值在任何方向偶然大到 1.77σ 的概率大约是 16%，这个绝对值在统计上不应认为是显著的.

4.5.3 两个子样均值的比较

这节考虑的均值的最后一类假设是比较两个子样的均值. 比较两个子样需考虑两个均值、两个离散度、两个子样容量. 将式(4.2)和式(4.3)作如下改变便可实现这一点:

$$z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \tag{4.4}$$

此式是用来比较两个 σ 已知而相等(通常是假定相等)的两个子样的均值[1]. 不过几乎在含有两个子样的所有情况下,标准偏差的值都是不知道的,要使用下面的检验(再次假定两个标准偏差相等):

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \tag{4.5}$$

式中 s_p 为标准偏差的综合估计值，其求法是[2]:

---

1) 两个标准偏差已知而不相等时，用公式 $z = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$,

母体均值相等时，$\mu_1 - \mu_2 = 0$.

2) 当标准偏差不知道而且不相等时,应当用下面的公式:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}$$

这里有 f 个自由度，f 的求法是

$$f = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{[(s_1^2/n_1)^2/(n_1+1)] + [(s_2^2/n_2)^2/(n_2+1)]} - 2$$

f 的值通常不是整数,可用表 B.3 中最接近的值. 要想得到相当精确的结果,必须进行内插. 母体均值相等时,仍有 $\mu_1 - \mu_2 = 0$.

$$s_p = \sqrt{\frac{\sum(X_{1i} - \overline{X}_1)^2 + \sum(X_{2i} - \overline{X}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \qquad (4.6)$$

足标 1 和 2 是指所读数据的那个子样的番号；自由度为 $n_1 + n_2 - 2$。

可照前例所用的相同的方法，用单侧和双侧检验来作这种比较．当所作比较仅用于确定 $\overline{X}_1$ 是否小于（或大于）$\overline{X}_2$ 时，用单侧检验．如果所作比较是确定两个均值的可能的差，而不考虑方向时，用双侧检验．如前所述，对于以 σ 为单位的任何给定的 z 值或 t 值，不考虑方向（双侧检验）时超过这个给定值的概率比只考虑一个方向（单侧检验）时的概率大一倍．

对均值的差进行单侧检验的一个例子是比较两个锅炉设计的均值：一个是新的更费钱的锅炉，另一个是现有的锅炉，两个均值都是根据子样计算得出的．如果在产生相同热量的条件下将新设计的锅炉的平均消耗燃料量与现有设计的锅炉的平均消耗量进行比较，便应当用式(4.5)比较这两个均值（因为 s_p 的值是根据数据计算出来的）．只是当新设计的平均燃料消耗量显著降低时才能否定平均燃料消耗量相等的假设．

双侧检验可用来确定两种可用的工艺中哪个废品率比较小（或可靠性比较高）．如果废品率是某些正态分布变数（比如张力强度、最小功耗、耗损寿命等）的函数，显著性检验便是有效的．这种检验可以比较这两种工艺所得变数的均值；如有显著差别，在所有其它因素相同的情况，应当选择产品质量比较高的那种工艺．

4.5.4 其它比较法

到这里为止，我们已经讨论了两种比较均值的方法．相等性的假设，或者在没有充分统计证据否定它时被接受，或者在偶然机会引起的双侧均值之差的概率非常小时被否决．假设被接受时，可假设均值相同．假设被否决时，可判定均值不同，究竟相差多少仍不得而知．如果没有相反的证据，也没有技术上的理由要假定任何特定的值，则均值的最好估计值便是观察到的均值，差的最佳估计值就是观察到的差．

这个方法似乎没有留有余地：两个均值要么相同，要么不同，二者的差就是观察到的差．但是我们知道，当$\bar{X}$是μ的最佳估计值时，$\bar{X}$仍然只是一个估计值．甚至真正均值与估计均值的差还没有观察均值之间的差那么大，或者是还没有观察均值与已得到的μ值之间的差那么大，真正均值也可能不同于估计均值[1]．图 4.1 说明了这种关系．图中$\bar{X}$与μ的差在统计上是显著的，因此可假定$\bar{X}$来自另一母体．这个母体的平均值与估计值$\bar{X}$可能不同，它可能是点线所示范围内的某一个值．同时，原母体的子样大小为n的均值也可能与μ

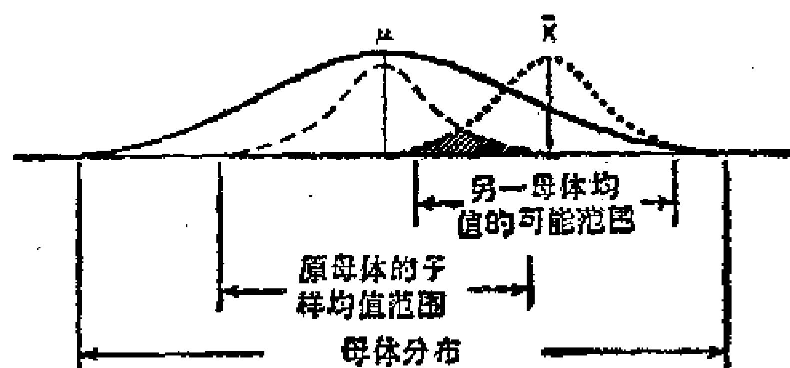


图 4.1 母体不同时母体均值和子样均值间的关系．

1）否决相等的假设时，真正的差实际上可能大于观察到的差．

不同，而是由折线所示范围中的某一个量．注意，两个均值的分布不一定要重叠．这种关系取决于均值的真正的差，取决于两个母体的离散度，取决于子样大小．

这个例子中，从新的母体获得的一个子样均值有可能较小，而从原母体取得的子样的均值也有可能较大，因此有可能，两个均值的差异很小，于是统计分析没有显著差异，因此均值不相等时有可能接受均值相等的假设．这种情况就会犯 β 型或第 2 种错误．如前所述，犯第二种错误的概率依赖于两个母体的均值及标准偏差，并与所取的 α 风险和子样大小有关．

从以上讨论可以明显看出，除了作相等的假设检验之外，还可作其它的假设检验．根据技术上或其它方面的考虑，可能希望均值有某一特定的差．例如，钢的张力强度在高温下估计会降低，某一晶体管的漏电流在高温下会增大．例如，为了达到在高温下强度降小一些的目的而对钢的新的化学成份进行试验，我们可以作这样一个假设：在环境温度下和规定的高温下张力强度的差等于从前有过的降低值．如果这个假设被证明是错误的，张力强度的降低显著地低于期望值，便需采用新的成份．

我们分别令 $\overline{X}_a$ 和 $\overline{X}_e$ 代表在环境温度下和某一高温下新成份的平均张力强度，令 d 代表从前降低的经验值（d 等于第 4.5.3 节足注式中的 $\mu_1-\mu_2$）．因此，检验这个假设时，可以使用张力强度的以往的标准偏差值和张力强度的差值的 z 检验．这种 z 检验的定义是

$$z=\frac{\overline{X}_a-(\overline{X}_e+d)}{\sigma\sqrt{1/n_1+1/n_2}} \tag{4.7}$$

假定 $\overline{X}_a=75$，$\overline{X}_e=61$，$d=16$，$\sigma=2$，$n_1=n_2=8$，而所有值都以 1000 磅/吋^{2}为单位．代入式(4.7)，便得

$$z = \frac{75 - (61 + 16)}{2\sqrt{1/8 + 1/8}} = -2.0$$

我们感兴趣的只是差值是否小于从前有过的差值，即是说，是否 $\bar{X}_a < (\bar{X}_c + d)$，因此用单侧检验. 用正态分布表可以查出，由于偶然原因得到低到 -2.0σ 以下的概率只有约 2.25% 左右，因而可认为这个值是显著的. 这个新成份可以采纳.

如下式所述，这种 z 检验可以表为差的检验，而不表为均值的检验. 这样，我们就得到与前面足注中相同的公式:

$$z = \frac{(\bar{X}_a - \bar{X}_c) - d}{\sigma\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \tag{4.8}$$

式中 $d = \mu_1 - \mu_2$. 检验的这种表达形式在数学上是和式(4.7)等价的，得出的结果是相同的.

4.5.5 均值的置信区间

我们已经看到，子样均值将在某一范围内变化，由式(4.1)已知，子样均值的标准偏差是母体标准偏差的 $1/\sqrt{n}$. 当我们不打算将子样均值与别的某一均值进行比较时，也许希望估计取子样的母体的真正均值落在什么范围内. 这基本上是一个与前面讨论过的问题相同的问题，只是现在从另一角度来考虑. 对可靠性来讲，我们希望知道母体均值是否符合最低(或最高)要求，例如，某一化学过程的平均产量是否满意. 可以取一个子样的许多个体，算出它们的均值和标准偏差，并将结果与所要求的进行比较. 如果已知标准偏差，或已根据已有的经验作了假定，便应用 z 检验，如 s 是从子样数计算得到的，便应当用 t 检验.

假定对一新的化学过程作了十次试验，产量如表 4.2 所示. 表中也给出了 s 的计算值. 没有规定量度单位，可以是磅、千瓦、卡(路里)或任何其它适用于这个过程的单位.

表 4.2 化学过程的产量

X_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
196	1	1
193	-2	4
197	2	4
195	0	0
195	0	0
192	-3	9
194	-1	1
198	3	9
196	1	1
194	-1	1
总 计 1,950		$\Sigma=30$

均值 195.0　　　　$s=\sqrt{30/9}=1.826$

均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{X}}$ 等于

$s/\sqrt{n}=1.826/\sqrt{10}=0.577$

假定产量的分布是正态分布，或非常接近于正态分布，便可用 t 分布从这些数据算出 μ 的置信区间. μ 的真正值在 $\bar{X}-K\sigma_{\bar{X}}$ 和 $\bar{X}+K\sigma_{\bar{X}}$ 范围内的概率是某一确定的值[1]. 本例中如想得到 95% 的置信区间，便应按自由度为 9 选择一个 K，使得真正平均值小于 $\bar{X}-K\sigma_{\bar{X}}$ 的概率为 2.5%，大于 $\bar{X}-K\sigma_{\bar{X}}$ 的概率为 2.5%. 从表 B.3 可以查出，这个 K 值为 2.26 因此，真正均值在 $195.0\pm2.26\times0.577$ (193.3 和 196.3) 之间的概率为 95%.

如只需最小 (或最大) 均值，可作单侧检验. 如想确定这个最小均值，使得我们有 95% 的把握真正均值至少有那么大，则可选择一个 K 值，使得 μ 小于 $\bar{X}-K\sigma_{\bar{X}}$ 的概率为 5%.

1) 可靠性中常用 $K\sigma_{\bar{X}}$，而不用 $z\sigma_{\bar{X}}$，因为均值的标准偏差大多都是从 s 而不是从 σ 计算出来的.

自由度为 9 时，此 K 值为 1.83. 真正均值等于或大于 $195.0-1.83\times0.557(193.9)$ 的概率为 95%.

4.6 关于离散度的假设

我们可以用检验均值的差的类似方法来检验标准偏差之差的显著性. 这种离散度的检验是利用方差（标准偏差的平方），因此要编制相应的比较表. 尽管 s^2 分布的性质与 z 分布和 t 分布的性质是根本不同的(标准偏差决不能小于零，而 z 分布和 t 分布对 μ 和 $\bar{X}$ 是对称的)，对正态分布变数讲，s^2 的分布同样是完全知道的，并可用相应的表估计观察值和理论值的差.

4.6.1 单一方差与已知标准偏差的比较

当我们所作的假设是关于单一方差和已知的或假定的方差或标准偏差的比较时，便用 χ^2/自由度检验. 两个方差都是根据观察试验数据确定时，便用 F 检验来比较两个方差或两个标准偏差. 因为在 χ^2/自由度和 F 这两个检验中至少要估计一个标准偏差，因此要用自由度. χ^2/自由度检验中，只需一个自由度，可以使用 χ^2 自由度表(表 B.5)，此表列出了不同概率下，自由度范围从 1 到∞时的比较数值[1]. F 表稍微复杂一些，因为要估计两个方差值，而且用以检验显著性之比的分子和分母中都用到自由度. 因此，F 表(表 B.6)相当大，需就不同的概率值、分子自由度、分母自由度三个变数给出表中的值.

---

1) χ^2/自由度和 χ^2 表的关系非常简单. 只要 χ^2 表中的值除以自由度数便得 χ^2/自由度表的值. 因此，有些书就略去了 χ^2/自由度表，让使用者自己去算.

我们举几个例子，说明这些检验的应用，单侧检验、双侧检验都有。方差之差的单侧和双侧检验之间的关系与均值之差的两种检验的关系相同。用一个检验确定方差是否大于(或小于)另一方差时，便用单侧检验。检验是针对差而不考虑方向时，便用双侧检验。

用单侧检验比较自动车床(用来加工汽车活塞的直径)现在的方差和过去的标准方差来估计更改对机器的影响，以便建立一致性更好的工艺。作了更改后，加工了 25 个活塞，对 25 个活塞计算直径方差 s^2，其结果为 0.00066。更改前，生产流程的母体方差为 0.00040。如果更改有不利的影响，可作相反的更改，以减小方差，若变化不显著，可试验其它更改。作 χ^2/自由度检验（式 4.9）以检验显著性：

$$\chi^2/\text{自由度} = \frac{s^2}{\sigma^2} \tag{4.9}$$

χ^2/自由度的值为 $0.00066/0.00040 = 1.65$。χ^2/自由度表表明，自由度为 24（自由度 $= n - 1$）时，出现高达 1.65 的值的概率不到 2.5%。（如果方差相同，比值小于 1.64 的概率为 97.5%。）因此可以判断，0.00066 的方差显著地大于过去的方差，这说明要作相反的更改。

再举一个例子，假定要估计一个新型压力传感器，并要与目前设计的传感器作比较。比较两种传感器的精度，就是比较它们的相对离散度，亦即比较它们的压力对标准压力的离散度。我们知道，目前传感器的标准偏差为 1.50 磅/吋^2——相当于方差为 2.25 (磅/吋^2)^2（方差 $= \sigma^2$）。从新型传感器取 10 个独立测量值，并根据测量值估计 s^2 来估计它的方差。重要的是，测量必须是独立的，以便一次测量的误差不影响另一次。用 $s^2 = \sum(X_i - \bar{X})^2/(n - 1)$ 计算 s^2 的值；式中每个 X_i 都代表观察值与真正值的差（误差），$\bar{X}$ 为差的平均值(平均误

表 4.3　平均测量误差 $\bar{X}$ 及其方差的计算。直正值＝50 磅/吋²。

测量值	X_i 误差（与直正值的绝对差）	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
52	2	0.4	0.16
54	4	2.4	5.76
49	1	−0.6	0.36
50	0	−1.6	2.56
47	3	1.4	1.96
51	1	−0.6	0.36
49	1	−0.6	0.36
48	2	0.4	0.16
49	1	−0.6	0.36
51	1	−0.6	0.36
	$\Sigma = 16$		$\Sigma = 12.40$
平均误差 $\bar{X}$ = 1.6 磅/吋²			$s^2 = 12.40/9 = 1.38$

差），而不是平均值．表 4.3 列出了数据．

我们希望将新型传感器的方差估计值(1.38)与现有传感器的已知方差值(2.25)比较一下，看新型传感器是否有显著改善．用式(4.9)作 χ^2/自由度检验：　χ^2/自由度＝1.38/2.25＝0.613．从表 B.5 可以查出，自由度为 9 时，出现低达 0.613 的概率在 20％以上．因此这个数据尚不足以判断新型传感器的母体方差小于目前传感器的方差（不过，新型传感器的子样方差比较小，因此可在得最后结论之前再加几个传感器进行试验）．

工业上很少有例子表明需要有一些离散性．一般说来，研究的课题，比如工艺更改，或其它更改，都是减小离散度，以实现更一致的生产．需要差异的一个工作是人员选择工作，通过这种选择将工业人员分去作他们最适合作的工作．倘若试验结果与工作技能有良好的相关，最好进行适应性和熟练

度试验，给出一系列结果.

假定熟练度试验结果的标准偏差为 5.0 点 ($\sigma^2 = 25$)[1]，而且这样就容许作适当选择、并给出好的相关. 进行这种试验和估计这些结果的费用是很大的；如果实验结果有相同的方差和足够的相关，便可采用不太花钱的试验. 拿 50 个应征者作这种新试验，试验结果得出标准偏差为 3.9. 因此方差为 15.2. χ^2/自由度检验之比 s^2/σ^2 为 $15.2/25 = 0.61$. 这时便应当用双侧检验.

作双侧检验的方法是选择显著性水平 $1-\alpha$，并确定一个区域使得比值 s^2/σ^2 落在其中的概率为 $1-\alpha$. 使这个区域是对称的(对称的意思是 $\chi^2_{\frac{1}{2}\alpha}$/自由度 $< s^2/\sigma^2 < \chi^2_{1-\frac{1}{2}\alpha}$/自由度)，以便低于下限的概率和高于上限的概率都等于 $1/2\,\alpha$. 如果检验的比值落在这个区域以外，即是说，或者低于 $\chi^2_{\frac{1}{2}\alpha}$/自由度或者高于 $\chi^2_{1-\frac{1}{2}\alpha}$/自由度，便可认为结果是显著的. 用内插法从 χ^2/自由度表可以得出，自由度为 9 时，s^2/σ^2 在 0.64 和 1.43 之间的概率大约为 95% (低于 0.64 或高于 1.43 的概率只有 5%). 因此我们可以认为低到 0.61 的值是显著的，从而判断，新试验的标准偏差不同于标准试验的标准偏差[2].

4.6.2 两个子样方差的比较

方差的许多比较都涉及两个子样的方差，需要用 F 分布来确定差的显著性. 使用这种比较的情况是和已经讨论过的诸如工艺离散度、辛烷等级、功率等级、机器能力、强度特性等等是同类型的. 唯一差别是，两个方差都是根据子样数据估

---

1) 由于熟练度是用评点法表达的，因此单位是"点".

2) 必须指出，在估计一种相同的工艺、一批相同的产品、一种相同的生产流程时，50 个子样个体可以说是比较多的. 但是估计一批不知特点而他们之间可能又有很大差别的人时，这个个体数实际上是非常少的.

计的。先考虑单侧检验。

若要比较一台新型冲床的冲强离散度与现有冲床的冲强离散度，则先要根据所得子样估计两者的方差，然后作 F 检验。假定新型冲床有某些优越的特性，只要没有显著证据证明它的冲强方差大于现有冲床的冲强方差，就用新型冲床。根据对 10 个子样进行试验，估计新型冲床的冲强方差 s_1^2 为 12 磅^2，而现有冲床从 16 个子样估计所得方差只有 9 磅^2。使用下式定义的 F 检验，

$$F_{\nu_1,\nu_2}=\frac{s_1^2}{s_2^2} \tag{4.10}$$

式中 ν_1 和 ν_2 分别为分子和分母的自由度。本例中自由度为 9 与 15，F 比为 $12/9=1.33$。自由度为 9 与 15 时，从表 B.6 得知，由于偶然性比值高到 1.33 的概率大于 25%（表中 0.75 的值是 1.46）。因此结论是，没有显著证据证明，新型冲床的离散度大于现有冲床的离散度。

可作的等价比较是，确定第二个方差（现有冲床）是否显著小于第一个方差（新型冲床）。可估计现有冲床的冲强方差，看它是否显著小于新型冲床的冲强方差。使用相同的一组数值（$s_1^2=12$，$s_2^2=9$），F 检验应当对 s_2^2 与 s_1^2 作如下比较：$F=9/12=0.75$，而自由度现在是 15 与 9。因为现在的比较是确定 s_2^2 是否显著地较小，0.75 的值是以小的概率与 F 表中的值比较[1]。自由度为 15 与 9、概率为 25% 时，F 表值 $F_{15,9}$ 为 0.69。0.75 超过 0.69，因此有 25% 以上的概率由于偶然性出现小到 0.75 的值，从而得出没有显著差别的同一结论。

附录 B 中的 F 表给出了这样的概率和相应的表值：由于

1）两个 F 表值的关系由3.9节式(3.9)给出。

偶然性，两个方差之比小于这一表值的概率等于给定的概率。作 F 检验，看分子的 s^2 是不是显著地大于分母的 s^2 时，比值一定要超过相应于高概率的 F 表值，由于偶然性超过表值只有很小的概率。检验分子 s^2 是否显著小于分母 s^2 时，比值必须小于与低概率相应的 F 表值。

作 F 检验确定一个母体或者一个组的方差（或检验偏差）是否显著地不同于另一个母体或组的方差而不管是大些还是小些时，要用双侧 F 检验。计算每个母体的方差，求出两个方差之比，并与适当的 F 表值比较。标准步骤是确定显著性水平 $1-\alpha$，建立这样一个区域：F 比值由于偶然性小于下限的概率为 $1/2\,\alpha$，大于上限的概率也为 $1/2\,\alpha$。这个方法与用子样数据估计只有一个方差时在 χ^2/自由度检验中所用的方法相同，只是由于要估计两个方差，所以要用 F 检验而不用 χ^2/自由度检验。如用 90% 的显著性水平，则 $\alpha=0.10$，而 F 表的值应选择得使方差之比小于下限的概率只有 5%，大于上限的概率也只有 5%。如抽样结果是 F 的比值确实小于下限或大于上限，则应认为两个方差有显著差别。

假定一个罐头公司要比较两个不同的装料机装的罐头净重的差别，就从每个装料机处各取 10 个罐头，称一下净装物重。记录如表 4.4 所示（所有测量都以盎司为单位）。

从表 B.6 可以查出，自由度为 9 与 9 时，上侧和下侧 5% 这一点分别为 0.31 和 3.18。数值 0.47 在这两个数值以内，因此可以得出结论，用 90% 的显著性水平没有证据说明两个装料机的方差有差别。

正如罐头工业中的一般情况一样，假如每台机器有许多分别可控的装料头，不管 F 检验的显著性如何，要保证作出结论：10 个个体还不够。一台机器中装料头与装料头之间很容易产生差别，抽样程序必须包括数量足够多的罐头，以保证

表 4.4　两个装料机装的罐头净重

第一台机器			第二台机器		
净重	$(X_i-\bar{X})$	$(X_i-\bar{X})^2$	净重	$(X_i-\bar{X})$	$(X_i-\bar{X})^2$
15.54	−0.02	0.0004	15.57	0.01	0.0001
15.55	−0.01	0.0001	15.54	−0.02	0.0004
15.57	0.01	0.0001	15.58	0.02	0.0004
15.55	−0.01	0.0001	15.56	0.00	0.0000
15.56	0.00	0.0000	15.53	−0.03	0.0009
15.57	0.01	0.0001	15.59	0.03	0.0009
15.58	0.02	0.0004	15.56	0.00	0.0000
15.55	−0.01	0.0001	15.55	−0.01	0.0001
15.56	0.00	0.0000	15.57	0.01	0.0001
15.57	0.01	0.0001	15.55	−0.01	0.0001
$\Sigma=155.60$		$\Sigma=0.0014$	$\Sigma=155.60$		$\Sigma=0.0030$
$\bar{X}_1=15.560$ $s_1^2=\frac{0.0014}{9}$ $=0.000156$			$\bar{X}_2=15.560$ $s_2^2=\frac{0.0030}{9}$ $=0.00033$		

$$F=\frac{0.000156}{0.000333}=0.47$$

所有或者至少绝大多数装料头装的罐头都抽到了，或者最好比较一下各个装料头的方差及两台机器的方差．汽车发动机制造厂出现的类似情况也生动地说明了这一点．腕针衬套装在活塞上后，用四钻头机钻它们的内径．最初的测量表明，机器的方差太大，造成的废品率非常高．这个公司准备买一台保证方差非常小的新机器．可靠性工程人员却首先对现用机器作了详细研究，发现该机器的四个钻头每个的方差都非常小，但安装不尽相同而出现了大方差，将四个钻头细心调到相同的情况后，废品的数目便降到完全可以接受的水平．在这个例子中，简单地应用了适当的分析方法便净节约五万美元

以上，而且还不包括废品和返工费用的节省.

4.6.3 方差的置信区间

正如可以建立均值的置信区间一样，也可建立方差的置信区间. 事实上，罐头净装物重这个例子就需要确定置信区间，然后将 F 比值与置信限比较. 置信区间的数值决定真正方差在相应上下置信限内的概率. 用适当的 χ^2/自由度表或 F 表可以对任何要求的概率水平给出置信区间. 例如，假如需要仅 80% 的置信区间，便可用表中 10% 和 90% 的概率值. 如要非常大的置信区间，例如 99% 的置信区间，便可用表中的 0.5% 和 99.5% 的概率值.

4.7 结　　语

讨论过的假设检验利用了一些数表，这些表给出了正态分布或接近正态分布的子样的概率. 子样大小大于 30 时，即使是非正态分布，子样平均值的分布也是近似正态分布的. 也可利用简单的参数变换，将许多非正态分布正态化，例如，有的分布取对数后可成正态分布. 第五章将讨论一些变换.

而且如第 1 节所述，子样数据是否符合特定分布的检验，变数间的相关性检验，也能作为假设检验问题提出来. 这些检验不依赖于分布的性质，它们叫做非参数检验，因为所比较的是分布，而不是分布的参数. 因此无需假定正态性，对任何一组数据都可用这些检验.

最后，许多可靠性预测和估计工作都要涉及到估计均值和标准偏差（或方差），都要将所得的分布与规范要求进行比较. 本章讨论的假设只涉及到这些参数中的某一个，而且也介绍了适当的统计分析法，但是没有同时考虑两个参数. 第

十四章关于可靠性估计方法中，将详细叙述同时估计均值和方差时的可靠度计算；这章也介绍表C.4的用法。表C.4由许多组曲线组成，这些曲线给出了很大范围内的子样和估计参数值的可靠度(概率)-置信度关系。

补 充 读 物

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.

Dixon, W. J., and F. J. Massey, Jr.: "Introduction to Statistical Analysis," 3d ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.

Fisher, Sir Ronald A.: "The Design of Experiments," Oliver & Boyd Ltd., London, 1935.

——— and Frank Yates: "Statistical Tables for Biological, Agicultural and Medical Research," 4th ed., Hafner Publishing Company, Inc., New York, 1953.

Freeman, H. A.: "Industrial Statistics," John Wiley & Soms, Inc., New York, 1942.

Hiltz, P. A., and J. L. Gaffney: "Statistical Techniques for Reliability," North American Aviation, Inc., Downey, Calif., 1965.

Hoel, P. G.: "Introduction to Mathematical Statistics," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1947.

Ireson, W. G.: "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

Mood, A. M.: "Introdnction to the Theory of Statistics," McGraw-Hill Book Company, New York, 1950.

Simon, Gen. L. E.: "Engineer's Manual of Statistical Methods," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1941.

Snedecor, G. W.: "Statistical Methods," 5th ed., Iowa State College Press, Ames, 1957.

Villars, D. S.: "Statistical Design and Analysis of experiments for Development Research," Wm. C. Brown Company, Publishers, Dubugue, Iowa, 1951.

第五章　有关统计方法

5.1 符　合　度

进行可靠性预测、估计和其后的其它统计步骤时，总要对数据所符合的分布的性质作一假设；有时也要对描写分布的参数值作一假设．如果假设的分布为正态分布，便用数据计算其均值和标准偏差，并用这个正态性假设所得的计算结果推导置信度和可靠度．同样，当假设的分布为负指数分布时，即失效率为常数时，也是确定假设分布的 λ 值和最后的置信度-可靠度关系．对任何一组数据和任何一种被选来描述这些数据的分布都是如此．在假设检验中，要对参数值作出假设并进行检验，以确定假设是否成立，并借以估计假设的参数值的取舍．我们已举过检验均值和标准偏差之差的例子，也研究过这些差的显著性．

这些方法一般说来是十分精确的．选择何种分布和参数值通常都有工程上的充足理由．历史数据可以说明失效性质、失效频率及其分布形式．输入特性的变化对输出值的影响常常是预先知道的．最差的办法是用切贝谢夫不等式估计一组数据，这种情况即使有过也是极少的．不过，对分布和参数值的选择纵使有高度把握，我们仍然要证实这种选择．

后几章中我们将会看到，已有的统计信息不多时，有时也对分布作出假设．这种情况就更希望证实分布是否与数据符合．通过符合度检验可以将测试数据与假设的分布进行比较．

顾名思义，这种检验就是估计测试数据与假设分布符合得好到什么程度，或者更确切地说，是确定是否有不符合的证据。可以选择否定假设所必要的某个确信度，确信数据不是来自假设的分布(即分布不符合数据)。因此我们可将符合度检验的结果与数学上已确定的要求进行比较。需要时，首先要确定数据与分布的不符合程度，然后判断这种不符合度是否达到要否定假设分布的程度。读者应当注意，不管哪种情况，符合度检验都是针对分布与数据的不符合，而不是针对符合的。只要没有充分证据否定假设，便可假定数据符合分布。

符合度检验的一个潜在缺点是，即使假设的分布符合数据，仍可能有其它分布同样好甚至更好地符合数据。另一分布可以是不同类型的，例如，可以是正态分布，而不是指数分布；它也可以是同一类型的分布而有不同的参数值——不同的均值或标准偏差。例如，某种情况下，可以假定一个系统中的10个主要元件失效分布为负指数分布。但是，随着试验时间的积累而失效越来越多时，明显地看出某个元件的失效不是由偶然原因引起，而是由耗损所致，这种失效便不是指数分布，而是正态分布。尽管正态分布可能会更好地符合数据，可是单单头几个失效还不算有充分证据证明失效率不是常数，即还不算有充分证据证明失效分布不遵从负指数分布。直到发生了更多的失效后，才有强有力的证据说明分布发生了变化。因此提醒读者注意，使用符合度检验时，仅当这种检验有确切证据证明假设分布是错误时才能否定这种分布；没有足够的证据否定假设分布时，也不能保证所设定的分布就是最好的分布。

符合度分析最常用的检验有两种。第一种检验叫 χ^2 检验，它是比较不同事件的观察频数与理论预计频数，它是对比实际的频数差与偶然的频数差。χ^2检验限于用来比较大子样，

即子样的个体多于 25 个．第二种检验叫柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫检验，它是比较累积频数，因而可以估计每个个体的值．尽管这种检验也可用于大子样的数据，但在估计分布符合于小子样的数据时更有用处．

5.1.1 χ^2 检验

在 χ^2 检验中，要把观察频数和理论频数之差的平方除以理论频数，然后将所得的商相加，如下式所示．分子各项之所以要平方是因为不平方，正、负值可能彼此抵消．

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \left[\frac{(f_{0i} - f_{ei})^2}{f_{0i}} \right] \tag{5.1}$$

式中 f_{0i} 为每一组或每一类的观察频数，f_{ei} 为相应的理论预计频数，和号表示将 k 组或 k 类数据求和．下面举两个例子说明这种检验．

如掷一颗均匀的骰子，则每掷一次，某一个特定数朝上的概率为 1/6．如掷150次，则每个数的预期频数便为 $1/6 \times 150$，即 25．从经验上讲，我们不应期望每个数朝上正好 25 次，但我们希望与 25 的差异不太大．如果一两个数出现得比其它数频繁得多，便可讲，这颗骰子是假的，或者是不均匀的．可以用 χ^2 检验来确定，相差的数量是否合理地是由于偶然性引起？注意，我们是根据均匀的骰子的性质假定了一种分布．

假定数字 1 至 6 分别出现 33，23，24，23，28 和 19 次．我们希望知道，象 33 这样高的频数或象 19 这样低的频数是否由于偶然性造成的？χ^2 检验比较统计量的计算如下：

$$\chi^2 = \frac{(33-25)^2}{25} + \frac{(23-25)^2}{25} + \frac{(24-25)^2}{25} + \frac{(23-25)^2}{25} + \frac{(28-25)^2}{25} + \frac{(19-25)^2}{25}$$

$$= \frac{64}{25} + \frac{4}{25} + \frac{1}{25} + \frac{4}{25} + \frac{9}{25} + \frac{36}{25} = \frac{118}{25}$$

$$= 2.56 + 0.16 + 0.04 + 0.16 + 0.36 + 1.44 = 4.72$$

将 4.72 这个数值与 χ^2 表中的数值进行比较便可确定它的显著性．差的显著性——这种情况为 4.72——取决于数据的自由度．如果分布的参数没有一个是用数据加以估计的，自由度 ν 便比组数少 1：$\nu = k - 1$[1]．每从数据估计一个参数后，便减少一个自由度．由于没有估计过一个参数(数值 25 是假设的)，而且每掷一次骰子有 6 个可能的结果(6 类)，因此有 5 个自由度．查表 B.4 可知，自由度为 5 时，由于偶然性出现这样大的 χ^2 值的概率大约 45％．因此骰子均匀或每个数朝上的概率为 1/6 这一假设是可以接受的．

假设已有第一性知识，知道骰子是假的，并相信出现 1 的概率比没有假的骰子高 20％，出现 6 的概率比没有假的骰子低 20％．因此掷 150 次后数字 1 到 6 的预期频数分别应为 30，25，25，25，25 和 20．χ^2 值便为

$$\chi^2 = \frac{(33-30)^2}{30} + \frac{(23-25)^2}{25} + \frac{(24-25)^2}{25} + \frac{(23-25)^2}{25} + \frac{(28-25)^2}{25} + \frac{(19-20)^2}{20}$$

$$= \frac{9}{30} + \frac{4}{25} + \frac{1}{25} + \frac{4}{25} + \frac{9}{25} + \frac{1}{20}$$

$$= 0.30 + 0.16 + 0.04 + 0.16 + 0.36 + 0.05 = 1.07$$

由于偶然性出现 1.07 或大于 1.07 的数值的概率大于 95％．因此，尽管没有统计上的显著理由否定前一均匀假设，但后一分布甚至比基于骰子均匀的假设所得的分布更符合观察数据．

1) 少一个自由度是因为某一理论分布的假设和组数引起的．

第二个更为适合的例子是假定失效率为常数的某一特性。假定将大量(250 个)元件进行试验，直到全部失效，并将失效分为 10 组或 10 个时间区间。头 100 小时的失效放在第一个时间区间，第二个 100 小时的失效放在第二个时间区间，如此等等。平均无故障工作时间 (MTTF) 近似为 300 小时。各个时间区间的失效频数列于表 5.1。

表 5.1　失效频数

时间区间	失效数	时间区间	失效数
0—100小时	39	500—600小时	72
100—200小时	58	600—700小时	11
200—300小时	47	700—800小时	6
300—400小时	23	800—900小时	7
400—500小时	25	900—1000小时	2
			250

表 5.2　250 个元件中预期的失效数

时间区间终点	工作概率[1]	失效概率	预期失效数	时间区间终点	工作概率	失效概率	预期失效数
$\frac{1}{3}$MTTF (100 小时)	0.7165	0.2835	71	2MTTF (600 小时)	0.1353	0.0536	$13\frac{1}{2}$
$\frac{2}{3}$MTTF (200 小时)	0.5134	0.2031	$50\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{3}$MTTF (700 小时)	0.0970	0.0383	$9\frac{1}{2}$
1MTTF (300 小时)	0.3679	0.1455	$36\frac{3}{4}$	$2\frac{2}{3}$MTTF (800 小时)	0.0695	0.0275	$6\frac{3}{4}$
$1\frac{1}{3}$MTTF (400 小时)	0.2636	0.1043	36	3MTTF (900 小时)	0.0498	0.0197	5
$1\frac{2}{3}$MTTF (500 小时)	0.1889	0.0747	$18\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{3}$MTTF (1000 小时)	0.0357	0.0141	$3\frac{1}{2}$
				$>3\frac{1}{3}$MTTF (>1000 小时)		0.0357	9

1) 工作概率 $= R = e^{-\lambda t} = e^{-t/m}$，式中 $m = \text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$。

可以用负指数分布表求出每一时间区间的预期失效频数. 因为 MTTF 为 300 小时,因此 100 小时便为 MTTF 的三分之一. 表 5.2 列出了每 100 小时 (每 1/3 MTTF) 的终点的工作概率,并用减法求出了这个时间区间的失效概率. 预期的失效数为失效概率乘子样个体数 250 的乘积.

表 5.3　250 个个体的 χ^2 检验

a 预期频数	b 观察频数	c 差	d 差平方	e 商 (d/a)
71	39	32	1024.00	14.42
$50\frac{3}{4}$	58	$7\frac{1}{4}$	52.56	1.04
$36\frac{1}{4}$	47	$10\frac{3}{4}$	115.56	3.19
26	33	7	49.00	1.88
$18\frac{3}{4}$	25	$6\frac{1}{4}$	39.06	2.08
$13\frac{1}{2}$	22	$8\frac{1}{2}$	72.25	5.35
$9\frac{1}{2}$	11	$1\frac{1}{2}$	2.25	0.24
$6\frac{3}{4}$	6	$\frac{3}{4}$	0.56	0.08
5	7	2	4.00	0.80
$3\frac{1}{2}$	2	$1\frac{1}{2}$	2.25	0.64
9	0	9	81.00	9.00
				$\Sigma = 38.72$

表 5.3 列出了预期频数、实际频数、差、差的平方和 χ^2 值. 表中加了最后一项 $(0-9)^2/9$, 目的是平衡预期的分布[1]. 注意,若将最后一个时间区间分成两个或更多的时间区间,最后几项的和仍为 9, 因为观察的频数全为零.有 11 类数,并根据观察数据估计了一个参数——平均无故障工作时间. 因此有 9 个自由度: $\nu = k - 1 -$ 估计的参数数目. 自由度为9、

1) 实际数据超过 1000 小时就没有了. 但作为 $\lambda = 1/300$ 的理论分布来说,超过 1000 小时的概率还有 3.58%. 对于 250 个样品来说,理论上应有 $8.95 \doteq 9$ 个——译校者注.

概率为 0.1% 时，χ^2 值为 27.88，小于计算的 χ^2 值 38.72. 因此数据来自这个分布的概率还不到千分之一. 第十四章要详细讨论的威布尔分布可能更适用. 那时，读者可以回到这个例子，检验一下其它分布的符合情况.

5.1.2 柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫检验

如前所述，柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫 (K-S) 检验是比较观察累积频数与理论累积频数，因此可用于小子样. 下面一个例子说明它的应用. 假定对 15 个个体测量某一变数值. 15 次观察值大小顺序为 11.1, 13.1, 13.8, 14.3, 14.7, 14.8, 15.0, 15.1, 15.1, 15.4, 15.7, 16.3, 16.7, 17.5 和 18.2. 假定这个特征是均值为 15、标准偏差为 2 的正态分布，并用 K-S 检验来验证这一假设.

以 χ^2 检验用过的类似方法将假设的分布和观察值分成几个适当的类别. 本例使用的类宽为 $1(=0.5\sigma)$. 不过，不是逐类比较观察频数和预期频数，而是使用累积值求观察累积频数和预期累积频数的最大差. 然后将此最大差与 K-S 表的临界值比较，以确定预期的差来自偶然性是否合理，或者这个差是否大到使假定的分布不真正代表这些数据. 表 5.4 列

表 5.4 柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫检验的数据

值	等于或小于前行数值的累积频数												
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
观察累积量	0	0	0	1	1	3	7	11	13	14	15	15	15
观察累积频数	0.00	0.00	0.00	0.07	0.07	0.20	0.47	0.73	0.87	0.93	1.00	1.00	1.00
预期累积频数	0.00	0.01	0.02	0.07	0.16	0.31	0.50	0.69	0.84	0.93	0.98	0.99	1.00
绝对差	0.00	0.01	0.02	0.00	0.09	0.11	0.03	0.04	0.03	0.00	0.02	0.01	0.00

表 5.5　用于符合度检验的柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫数表[1]

子样大小	显著性水平（概率）											
	0.10 (0.90)	0.20 (0.80)	0.30 (0.70)	0.40 (0.60)	0.50 (0.50)	0.60 (0.40)	0.70 (0.30)	0.80 (0.20)	0.90 (0.10)	0.95 (0.05)	0.98 (0.02)	0.99 (0.01)
1	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
2	0.40	0.43	0.46	0.49	0.53	0.57	0.62	0.68	0.78	0.84	0.90	0.93
3	0.33	0.35	0.38	0.41	0.44	0.47	0.51	0.56	0.64	0.71	0.79	0.83
4	0.29	0.31	0.33	0.36	0.38	0.41	0.45	0.49	0.56	0.62	0.69	0.73
5	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.37	0.41	0.45	0.51	0.56	0.63	0.67
6	0.24	0.25	0.27	0.29	0.31	0.34	0.37	0.41	0.47	0.52	0.58	0.62
7	0.22	0.24	0.25	0.27	0.29	0.32	0.34	0.38	0.44	0.49	0.54	0.58
8	0.21	0.22	0.24	0.26	0.28	0.30	0.32	0.36	0.41	0.46	0.51	0.54
9	0.20	0.21	0.23	0.24	0.26	0.28	0.31	0.34	0.39	0.43	0.48	0.51
10	0.19	0.20	0.22	0.23	0.25	0.27	0.29	0.32	0.37	0.41	0.48	0.49
11	0.18	0.19	0.21	0.22	0.24	0.26	0.28	0.31	0.35	0.39	0.44	0.47
12	0.17	0.19	0.20	0.21	0.23	0.25	0.27	0.29	0.34	0.38	0.42	0.45
13	0.16	0.18	0.19	0.21	0.22	0.24	0.26	0.28	0.32	0.36	0.40	0.43
14	0.16	0.17	0.18	0.20	0.21	0.23	0.25	0.27	0.31	0.35	0.39	0.42
15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.21	0.22	0.24	0.27	0.30	0.34	0.38	0.40
16	0.15	0.16	0.17	0.19	0.20	0.22	0.23	0.26	0.30	0.33	0.37	0.39
17	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.21	0.23	0.25	0.29	0.32	0.36	0.38
18	0.14	0.15	0.16	0.18	0.19	0.20	0.22	0.24	0.28	0.31	0.35	0.37
19	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.20	0.22	0.24	0.27	0.30	0.34	0.36
20	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.21	0.23	0.26	0.29	0.33	0.35
25	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.19	0.21	0.24	0.26	0.30	0.32
30	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.19	0.22	0.24	0.27	0.29
35	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.18	0.21	0.23	0.25	0.27
>35	$\frac{0.61}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.65}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.70}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.75}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.81}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.87}{\sqrt{n}}$	$\frac{0.95}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.48}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

1) 各列开头的、不在括号内的数值表示：观察累积频数和理论累积频数最大绝对差小于或等于表中值时的概率，超过表中值的最大绝对差的概率列在括号内．概率(0.01)到(0.20)的表值取自 1956 年第 51 卷美国统计学会杂志 L. H. 米勒所著《柯尔莫哥洛夫统计量百分数点表》一文，并经该学会同意采用．其它表值是从该文公式(3)斯米尔诺夫表达式 $\sqrt{\log_e(1/a)/2n}$ 推出的，并用作者提出的误差修正因子作了修正，这样修正产生的任何错误都是作者的责任．

出了累积观察频数、μ 等于 15 和 σ 等于 2 的正态分布的累积预计频数，以及两者之差的绝对值．如观察值在两类的交界，例如在 15.0 处，观察值便在两个累积总数之中．

观察和预期累积频数的最大差为 0.11，小于表 5.5 中子样大小为 15 的任何一个值，相当于概率非常高．这意味着，子样大小为 15 时，由于偶然性观察到 0.11 这样大的值的概率接近 1；因而没有证据说明这些数据不是来自所设的分布．

如果我们对假定的、均值为 16 标准偏差为 2 的正态分布作 K-S 检验，累积频数的最大差值将为 0.23．尽管这个值大于 0.11，但由于偶然性出现的概率仍然相当高（约 35%），因此接受这个分布还是有理由的． $\mu=15$, $\sigma=1/2$ 的正态分布甚至比原来假定的分布符合得更好，前者给出的累积频数的最大差只有 0.05．

我们研究了一些检验，目的是考查假设的分布和这种分布所描写的数据之间的关系．这些检验提供了一些方法，确定什么时候假设的分布与观察数据有显著的差别．尽管符合度检验不能证明符合数据的分布就是最好的分布，但观察频数与理论频数产生差异的原因可以归结为偶然性，这一事实便提供了一定的保证度，保证可以使用假设的分布，保证使用假设分布的结果是有效的．

5.2 回归与相关

现在我们转到讨论一个有关的课题．不是去寻找描写数据的分布，然后又根据这个分布去推导某些关系和概率，而是想确定两个变数的关系，看看用一个变数值能够多好地预测第二个变数值．这个课题的第一部分——两个变数的关系——叫回归；第二部分——关系的精确度——叫相关．回

归与相关的区别最好是用图来说明. 图5.1给出了四个不同的变数的关系.

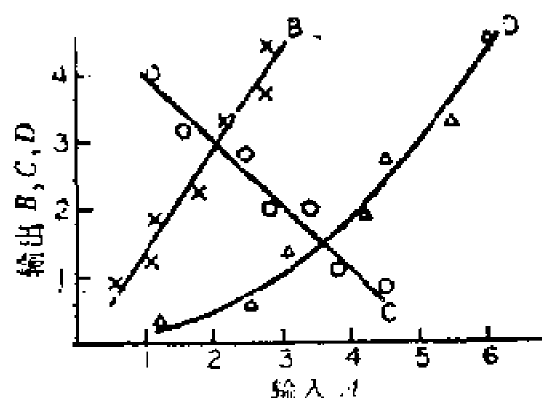


图5.1 一个自变数与三个因变数的关系，三个因变数都与自变数有很好的相关性.

水平轴(横坐标)表示自变数A的值，垂直轴(纵坐标)表示三个因变数B，C和D的值. 从图可以看出，因变数B，C和D同自变数A的关系非常紧密：第一种情况B的观察值用"×"表示，B与A的关系成正线性关系，即$B = 3/2\ A$. 变数C的观察值用"○"表示，C与A成负线性关系，即$C = 5—A$. D的观察值用"△"表示，它与A的关系也密切，不过不是线性的，可用代数式$D=1/8\ A^2$表示. 这三种情况，因变数的值在图所示的范围内都能用自变数值精确确定. (除非知道在图所示范围以外观察所得的关系仍然成立，便不能在图所示范围以外进行外推.)

可以说图5.1中B，C和D同A有非常好的甚至是极端好的相关性. 但变数B，C和D同A的回归线却十分不同，一个是线性的而且是正线性的，第二个也是线性的，不过是负线性的，而第三个则是非线性的(这里为二次). 也有更高次的回归线，不过本书不讨论.

相关度是数据与曲线符合程度的量度，而不考虑是何种类型的回归线. 虽然可以在得出回归线之前求出相关系数，

但常常是用回归方法找出最符合的线之后才作相关分析. 图 5.2 中画出的三条回归线都是正线性的，而且有相同的斜率. 不过它们的相关值却大不相同. 线 E 的数据,用"□"表示,有非常好的相关性,因变数 E 的值可由 A 的值精确预测. 因变数 F 的值(用"●"表示)与直线 F 稍许有些偏离. A 与 F 的相关度小于 A 与 E 的相关度. 这个相关度仍能根据 A 值相当精确地预测 F 值. G(用⊕表示)与 A 只略微相关,用 A 值估计 G 值精度很小.



图 5.2 在不同相关度下一个自变数和三个因变数的关系.

5.2.1 线性回归

简单线性回归代表因变数和自变数的直线关系，这是最容易计算的. 图 5.1 和 5.2 的所有变数,除 D 以外,关系都是线性的. 在 D 和 A 的图示范围内,即使用直线来定 D 和 A 的关系也可以,只是相关程度稍微低一些.

最符合的线,无论关系是线性的，还是高次的，都是这样定义的：它使得回归线与因变数观察值之垂直差的平方和最小. 如令 Y_0 表示因变数的观察值，令 Y_R 表示用回归公式求出的相应因变数值,则使 $\sum(Y_{0i} - Y_{Ri})^2$ 最小的 Y_R 值便在最符合的线上. 图 5.3 给出了平方和最小的数值.

一般直线方程是

$$Y = a + bX \tag{5.2}$$

式中 a 为 Y(垂直)轴上的截距，b 为直线的斜率[1]．将此 Y 值作为 Y_R，便得出回归线上的 Y 值．求 $\sum(Y_{0i} - bX_i - a)^2$ 的最小值时，可用微分法求出使平方和最小的 a 和 b 的代数表达式[2]．这两个表达式是

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \tag{5.3}$$

$$b = \frac{\sum[(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})]}{\sum[(X_i - \bar{X})^2]} = \frac{\sum(x_i y_i)}{\sum(x_i^2)} \tag{5.4}$$

本书以后全用式(5.3)和式(5.4)中的表示法，即用大写字母 X 和 Y 表示实际观察值，用小写字母 x 和 y 表示观察值与均值之差．计算乘积 $x_i y_i$ 时，一定要用相应的 x 值和 y 值．($\sum(x_i^2)$ 还有其它等价表达式，例如 $(\sum X_i^2 - n\bar{X}^2)$，不过，算分子就要算 x_i 的值，因而计算分母只需将 x_i 平方然后相加即可．)

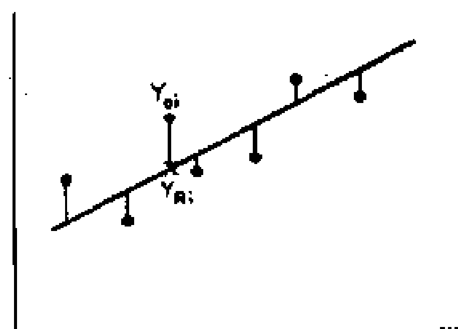


图 5.3　垂直偏差的平方和最小的回归线．

将式(5.3)的 a 与(5.4)的 b 代入式(5.2)，便可得出最符合线的方程．同时，由于待定的这条特定的线是回归线，因而还得用 Y_R 代替 Y：

$$Y_R = bX + \bar{Y} - b\bar{X} \tag{5.5}$$

然后求解式(5.4)中的 b，求出某一组数据的 Y_R 的最后值．

---

1) 这是统计文献使用的标准表示法，与其它数学领域使用的方程 $Y = mX + b$ 是一样的．

2) 将 $\Sigma(Y_{0i} - bX_i - a)^2$ 对 a 和 b 求偏导数，并令它们等于 0，便可求出使 $\Sigma(Y_{0i} - bX_i - a)^2$ 最小的 a 和 b 的代数值．附录 A.1 给出了完整的推导．

5.2.2 非线性回归

上面叙述的方法只考虑了线性关系．如图 5.1 所示，也可能有非线性关系．例如，平方、平方根、对数和指数函数以及其它非线性函数都是工程中常常碰到的，并且可能需要作回归分析．为了进行这些数学运算，已编好了一些计算机程序．这些计算比线性关系的计算复杂得多．有些程序甚至绘制出了分析结果．不过已发现，在细格坐标纸上准确标出参数值后，凭眼力观察也能相当精确地绘出最符合的曲线．事实上，计算机程序是考虑所有数据点，而一个反常点（多半由于测量或测试误差造成的），将会对计算结果产生不应有的影响[1]．凭眼力观察却能一下子看出任何反常数据，并可根据工程上的判断作出删去那个数据的决定．因此建议凭眼力观察绘回归曲线，只是有一个一般的限制：大多数情况要保持曲率方向不变（曲线没有拐点）．曲率大小还是可以变化，不过变化要平滑，以尽量符合数据．

5.2.3 相关

相关度可用相关系数来量度．其值为 1 时表示完全相关[2]，为 0 时表示不相关．相关系数用小写字母 r 表示，其表达式为[3]

$$r = \sqrt{1 - \frac{\sum(Y_i - Y_R)^2}{\sum(Y_i - \overline{Y})^2}} \tag{5.6}$$

---

1) 反常点的去除是有计算方法的，本书叙述是不全面的——译校者注．

2) 大多数教科书都视回归直线斜率 b 的正、负而用正的相关系数值或负的相关系数值．系数的显著性考虑了正值、负值两种可能性．不过，不管系数符号如何，相关度都相同，而且是开平方求得的，因此这里将用正值，以避免有时由负相关值所引起的混淆．

3) 在式(5.6)中和以后的讨论中，Y_i 都指观察值，Y_R 都指相应的回归线值．

因为相关系数是观察值 Y 接近回归直线的程度的量度，偏差为 0 便是相关系数为 1. 因此应从 1 减去偏差项，但又不能超过1. 当用如下的方法构成比值时，则比值便变化于 0 到 +1 之间：以同回归线的偏差的平方和，作比值的分子；以同均值的偏差的平方和，作比值的分母. 偏差之所以要平方是因为，按照定义，与均值的偏差的代数和总为 0，如果各项不平方，分数的分母便为 0. 由于用的是各差值的平方，因此最后的表达式要用平方根.

不难看出，式(5.6)的 r 表达式就是观察值与回归线值的符合度的量度. 不过它的计算量很大，因为必须对每个 X 值算出相应的 Y_R 值（根据 $Y_R = bX + \bar{Y} - b\bar{X}$），必须计算每一个差（$Y_i - Y_R$），等等. 相关系数有两个等价的表达式，每一个需要的运算量都要少些. 这两个等价表达式是[1)]

$$r = \frac{\sum x_i y_i / n}{\sigma_X \sigma_Y} \tag{5.7a}$$

$$r = \frac{\sum X_i Y_i / n - \bar{X}\bar{Y}}{\sigma_X \sigma_Y} \tag{5.7b}$$

这两个表达式的各项较为容易计算，因为许多运算都是在用式(5.4)计算 b 时算过的. 甚至 $\sigma_X \sigma_Y$ 的值也容易得到，因为所有 x_i 和 y_i 的值也在式(5.4)算过.

这些表达式的第二个优点是，无需计算回归直线就能算出相关系数，有时只要判断两个变数是否相关，此时只需相关系数，不必算出回归直线. 无论用式(2.4)或者式(2.4a)都能算出σ_X 和σ_Y的值，为了方便起见，这里将这两个式子重写出来.

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}} \tag{2.4}$$

---

1) 用式 (5.7a) 和式 (5.7b) 计算时，可能得出负 r 值. 可以不考虑符号而用绝对值.

$$= \sqrt{\frac{\sum(x_i^2)}{n} - \bar{X}^2} \quad (2.4a)$$

尽管用式(5.7a)或式(5.7b)比用式(5.6)容易算出 r 的值，但由于式(5.6)没有涉及回归直线，很难看出这个表达式是相关的量度。因此附录 A.2 证明了这三个表达式的等价性。以式(5.6)作为起点，逐步变换，首先变换成表达式(5.7a)，然后变换成表达式(5.7b)。每一步都编了号，并在完成变换之后，解释了相应的数学运算。

现在应当提出相关系数的显著性这个问题。照一般规则，如果相关系数乘上子样个体数的平方根后大于 2.0，从统计意义讲，相关就是显著的[1]。自然，r 值越大，两个变数的关系就密切，从一个变数值估计另一变数值也就越精确。

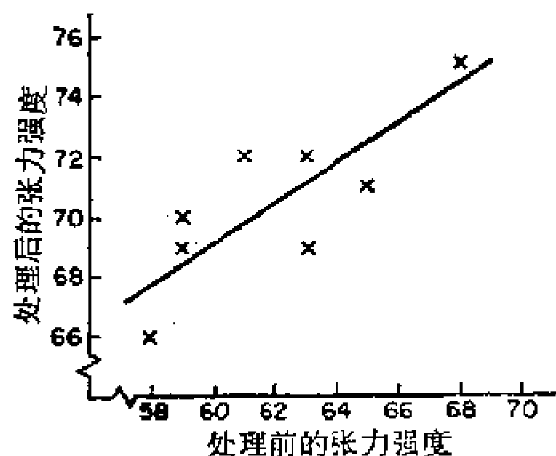


图 5.4 张力强度值(1000 磅/吋²)。

现在举一个简单例子说明回归分析和相关分析的应用。假定试验子样经过某种热处理后，要比较处理前和处理后的张力强度值，估计热处理对试验子样张力强度的影响。处理前的张力强度为 63，68，59，58，65，61，63 和 59。处理

1) 如果两个变数不相关，则真正的相关系数便为 0，根据子样算出相关度的均值也为 0。但某些子样表明有一定程度的相关，或者是正的，或者是负的。来自不相关的母体的子样的相关系数的分布近似为均值等于 0、标准偏差等于 $1/\sqrt{n}$ 的正态分布。如果从大小为 n 的子样得出的 r 值超过不相关情况下的 2σ 值($2/\sqrt{n}$)，则 r 值来自相关系数为 0 的母体的概率便不到 5%。因此，如果乘积 $r\times\sqrt{n}$ 大于 2.0，便可认为相关系数是显著的。

后的张力强度依次为 72，75，70，66，71，72，69 和 69. 所有数据均以 1000 磅/吋^{2}为单位，这些数据的对应关系见图 5.4. 表 5.6 列出了分析中的计算项目.

表 5.6　分析张力强度的数据

处理前 X	处理后 Y	$X-\bar{X}$ x	$Y-\bar{Y}$ y	x^2	xy	y^2
63	72	1	$1\frac{1}{2}$	1	1.5	2.25
68	75	6	$4\frac{1}{2}$	36	27.0	20.25
59	70	−3	$-\frac{1}{2}$	9	1.5	0.25
58	66	−4	$-4\frac{1}{2}$	16	18.0	20.25
65	71	3	$\frac{1}{2}$	9	1.5	0.25
61	72	−1	$1\frac{1}{2}$	1	−1.5	2.25
63	69	1	$-1\frac{1}{2}$	1	−1.5	2.25
59	69	−3	$-1\frac{1}{2}$	9	4.5	2.25
合计 496	564			82	51.0	50.0
平均 62	$70\frac{1}{2}$					

$$斜率\ b=\frac{\sum xy}{\sum x^3}=\frac{51.0}{82}=0.62$$

$$Y_R=bX+\bar{Y}-b\bar{X}=0.62X+70.5-0.62\times 62$$
$$=0.62X+32.0$$

$$r=\frac{\sum xy/n}{\sigma_X\sigma_Y}=\frac{51.0/8}{\sqrt{82/8}\times\sqrt{50.0/8}}=0.80$$

作显著性检验算得 $0.80/\sqrt{8}=2.3$；因此可认为 r 是显著的.

曾经提过，用某一分布描写数据时，尽管没有统计依据表明所选分布不符合数据，但也可能有其它分布亦符合这些数据. 同样，当回归直线是最符合的线时，其它曲线也可能是满意的. 本例中略向下凹的二次曲线也许符合得更好. 以前的

工程知识可能表明，预期的张力强度的增加也许为一常数，或者正好是处理前的数值的一个固定的百分数. 直线 $Y=X+8.5$(由 $\bar{X}$ 与 $\bar{Y}$ 之差确定)表示张力强度平均增加8.500磅/吋^2，用式(5.2)和式(5.6)计算得到 0.63 的相关系数. 这条倾角为 $45°$ 的直线 r 值略为小些，对这条直线作显著性检验得到的值($r \times \sqrt{n} = 1.8$) 正好低于显著性为5%的判据，这说明不能以显著水平 95%拒绝 $Y = X + 8.5$ 的假设.

5.3 正 态 化

本章最后一个课题是把非正态分布的数据变换成正态分布的数据. 尽管时常假定，正态分布是描写一组变化数据的分布，而且确能正确描写自然界和工业中许多特性的分布，但是也有一些变化的特性不是正态分布. 符合度检验表明可能有非正态分布，或者从工程观点讲，可能有产生非正态的随机变量的情况.

我们对正态分布了解得比较深入，而且也容易得到概率-变差关系表，因此实践中作可靠性分析时往往希望利用这个分布. 从表 B.2 可以查出离均值为标准偏差的给定倍数以上的分布的百分数，因此，如果数据为正态分布，便可很快确定某些数值的概率. 凡可通过变数的简单变换把非正态数据变换成正态分布时，都应这样作. 如能用正态分布中所适合用的方法来估计歪的单峰分布，便应采用这种方法. 显然，象负指数(常失效率)这种分布是不能正态化的，不过我们也不想这样作，因为这种分布本来就有现成的有效的分析方法，也有编好了的可用的表. 许多歪的单峰分布都很容易进行变换，而且早已有程序化了的变换方法.

5.3.1 歪的单峰分布

我们首先研究一下从经验得来的估计歪的单峰分布的方法。这种方法将经验和理论结合起来了。这种方法不依赖于原分布的精确的数学描述，因此还没有严格的数学证明。不过，象许多其它工程分析和可靠性分析方法一样，结果的有用性和有效性都是通过实际应用得到验证的。

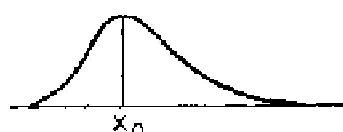


图 5.5 众数为 X_0 的歪的单峰分布．

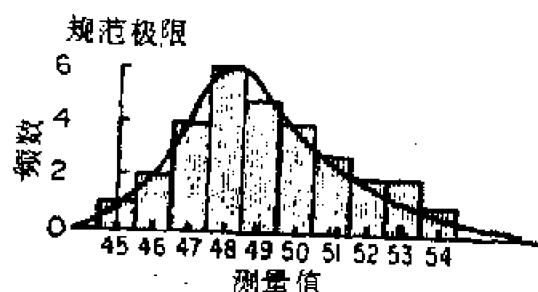


图 5.6 30个测量值的直方图，规范极限是给出了的．

当分布有众数 X_0 并有图 5.5 所示的一般形状时，就叫歪的单峰分布。如确定分布的形状时至少测了 25 个个体，便可对分布的形状进行估计。（如果子样很小，一般说来，无论从观察或从假设歪度存在进行符合度检验都不能得到非正态性的充分证据。）如图所示，分布右边有一个尾巴时，这个分布就是偏向右边的。

假定测了 30 个个体某一特性的值，绘成图时，测量值形成图 5.6 所示的歪的单峰分布。图中 30 个读数的直方图上重迭了一条连续曲线。再假定特性的最小值规定为 45。将这种分布以及只有一个众数的任何歪了的分布正态化时，一个可供参考的办法是把整个分布视为两个正态分布之和，而每一个分布的均值都等于歪的单峰分布的众数（这里为 48）。位于众数的含有要求值一边（包括众数）的那部分分布可当作正

态分布的一半来分析．本例就是分析包括模数的左边的部分．这包括从 45 到 48 的各测量值． 如图 5.7 所示，假定： 假设的正态分布除了模数本身而外的其余部分是对称的，从而算出标准偏差．标准偏差的计算列于表 5.7.

均值 48 与要求的最小值 45 之差为 $3/1.49 = 2.01$ 标准偏差．假设的正态分布中使用的实际原始值的数目为 13，求可靠度-置信度值时要用到这个数目． 可以用第十四章叙述的方法和表 C.4 中适当的曲线确定可靠度-置信度值．

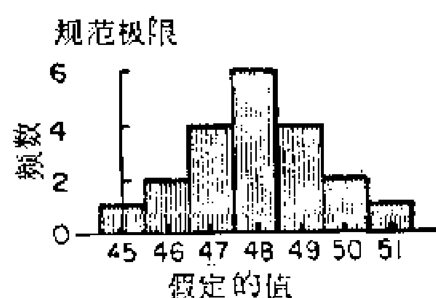


图 5.7　配全了的假设的正态分布．

表 5.7　假设的正态分布的标准偏差的计算

值 X_i	频数 n	差 $X_i-\bar{X}$	差平方 $(X_i-\bar{X})^2$	平方总数 $n(X_i-\bar{X})^2$
45	1	−3	9	9
46	2	−2	4	8
47	4	−1	1	4
48	6	0	0	0
49*	4	1	1	4
50*	2	2	4	8
51*	1	3	9	9
				$\Sigma = 42$

$$s = \frac{\Sigma(X_i-\bar{X})^2}{n-1^{\dagger}} = \sqrt{\frac{42}{19}} = 1.49$$

* 假设的值．

† n 的值由配全了的假设分布所用值的数目决定．使用的数值是 45 到 51，因此 $n=20$，$n-1=19$．

不过，最后的可靠度必须加以修正，以考虑原分布的不对称性。其作法如下。

1. 首先计算不可靠度 Q, $Q = 1 - R$.

2. 找出与可靠度计算有关的、原来的歪的单峰分布的那一部分。这就是在众数和规范极限之间（但只包括众数的一半）的那一部分。也包括规范极限以外的任何部分。本例中这些测量值包括数值 45，46，47 和 48，共有 $1 + 2 + 4 + \frac{1}{2}(6) = 10$ 个测量值。原有 30 个测量值；因此 10 为原数的三分之一。

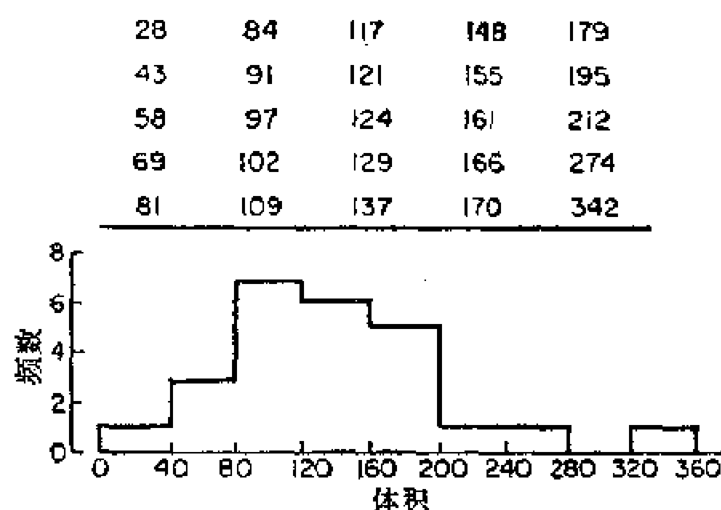
3. 将第一步得的 Q 值乘上第二步算得的分数再乘以2.新的值表为 $\hat{Q}$。我们的例子中 $\hat{Q} = 2 \times \frac{1}{3} Q = \frac{2}{3} Q$.

4. 最后的可靠度表为 $\hat{R}$，等于 $1 - \hat{Q}$。例如，如果在所要求的置信水平下可靠度为 94%，Q 为 0.06，则这种情况 $\hat{Q}$ 应为 $2/3 \times 0.06 = 0.04$，$\hat{R}$ 应为 96%。

5.3.2 已知的非正态分布

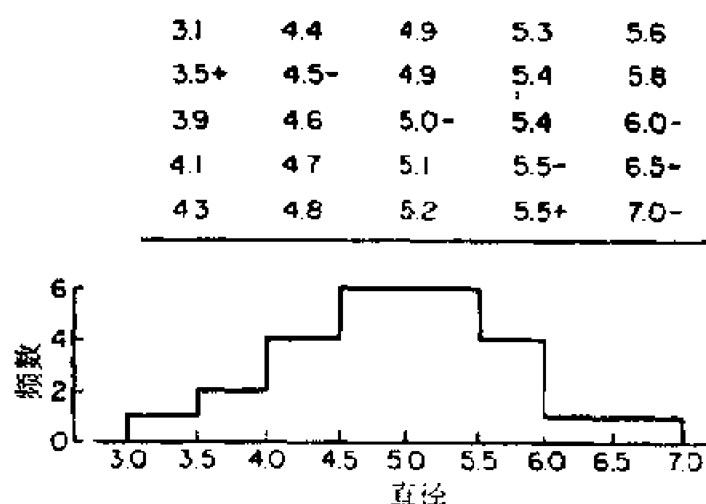
虽然有时有些分布不是正态分布，但它们却是另一正态分布的变数的函数。两个变数的关系可以是对数、指数、平方根，或根据这些变数的技术上的考虑而推出的某一函数。例如，气轮机中的风阻（功率）损耗正比于速度的 5 乘幂。若用控速器把速度加以控制，使得它为正态分布，则损耗的 5 次方根也是正态分布。同样，一块板的表面温度是照射在其反面的辐射热能的函数.这种情况，函数为指数函数：$T = ke^{-bx}$，这里 T 为温度，x 为厚度。如厚度为正态分布，则温度的自然对数也是正态分布。如果直接画出耗损或温度分布，便是非正态分布。由于已经知道数学函数，因此可以使用这些函数把数据变换成正态分布的变数。

假定某一输出 Y 正比于输入 X 的立方． 例如，球的体积正比于球的直径的立方．虽然直接测量直径是困难的，但通过排水量来确定球的体积那就容易得多． 如果我们想估计直径的参数（直径的均值与标准偏差），便可通过排水量统计分析立方根． 25 个球的体积列于下表，这些数据的直方图如图5.8所示（单位没有给出，所用单位可以是立方厘米、立方吋等）．注意，如果直方图的组宽（划分）是 50 而不是 40，则从肉眼看便不显著有不对称的依据． 这说明，如果使用的划分太少将



28	84	117	148	179
43	91	121	155	195
58	97	124	161	212
69	102	129	166	274
81	109	137	170	342

图 5.8　25 个球的体积的直方图．



3.1	4.4	4.9	5.3	5.6
3.5+	4.5-	4.9	5.4	5.8
3.9	4.6	5.0-	5.4	6.0-
4.1	4.7	5.1	5.5-	6.5-
4.3	4.8	5.2	5.5+	7.0-

图 5.9　25 个球的直径的直方图．

会掩盖重要的情报. 为揭示非正态性的存在，直方图也表示出最少需要25个测量值.

使用测量立方根时，将会得到更加明显的正态分布. 给出立方根，用图 5.8 所用的大约相同的组数，作出相应的直方图 5.9. 需要标出含有边缘读数的具体的组时，读数右方标有正负号.

由于预先知道数学函数，因此选用了立方根. 如果预先没有这种情报可以利用，便可用平方根、对数或其它函数，而且这些函数也可能产生貌似正态的分布. 这又说明：25个值是确定正态性的最小数目；如果函数不知道，便需更多的值. 均值和标准偏差的计算留给读者自己作练习. 愿意的话，也可作符合度检验.

作了变换并算出均值和标准偏差后，便可用正态分布中所用的标准方法来确定可靠度-置信度关系. 在原来的数据中可直接采用可靠度数值而无需作修正.

补 充 读 物

Amstadter, B. L., and T. A. Siciliano: "Reliability Assessment Guides for Apollo Suppliers," North American-Rockwell Corporation, SID 64-1447A, Downey, Calif., 1965, IDEP no. 347. 40. 00. 00-F1-28.

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.

Dixon, W. J., and F. J. Massey, Jr.: "Introduction to Statistical Analysis," 3d ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.

Draper, N. R., and H. Smith: "Applied Regression Analysis," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1968.

Fisher, Sir Ronald A., and Fran Yates: "Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research," 4th ed., Hafner Publishing Company, Inc., New York, 1953.

Freeman, H. A.: "Industrial Statistics," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1942.

Hiltz, P. A., and J. L. Gaffney: "Statistical Technigues for Reliability," North American-Rockwell Corporation, Downey, Calif., 1965.

Hoel, P. G.: "Introduction to Mathematical Statistics," John-Wiley & Sons, Inc., New York, 1947.

Ireson, W. G.: "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1947.

Johnson, N. L., and F. C. Leone: "Statistics and Experimental Design in Engineering and the Physical Sciences," John Wiley & Sons. Inc., New York, 1964.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability. Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

Miller, L. H.: Tables of Percentage Points of Kolmogorov Statistics, *J. Am. Statist. Assoc.*, Vol. 51, 1956.

Mood, A. M.: "Introduction to the Theory of Statistis, "McGraw-Hill Book Company, New York, 1950.

Shewhart, W. A.: "Economic Control of Quality of Manufactured Product," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1931.

Simon, Gen, L. E.: "Engineer's Manual of Statistical Methods," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1941.

Snedecor, G. W.: "Statistical Methods," 5th ed., Iowa State College Press, Ames, 1957.

Villars, D. S.: "Statistical Design and Analysis of Experiments for Development Research," Wm. C. Brown Company Publishers, Dubugue, Iowa, 1951.

第六章 数据考虑

6.1 引 言

许多作者已经谈到，几乎在人类事业的所有领域中，都需要有意义而又适用的数据．在所有工艺和学科中，特别是可靠性数学和可靠性有关方面，有效的数据是最不可少的．自然，在收集、整理和分析数据这些活动中，数据的需要是不言而喻的，但数据计算不是主要方面的那些工作中，同样也需要数据．举一个颇为明显的例子，例如，一个建筑师为了了解他所采用的材料和设计的信息，他便要查阅手册、表格和其它数据资料．他的信息的精确度和有效性已经多次证实，他就没有疑问地使用．同样，工程人员也需要相当多的、有关他工作方面的信息．从广义的观点讲，人类进步的整个历史，就是以接受从前被证实过的、被记录下来的事实为基础．当这些事实是错的时，进展会推迟（西半球发现和发展晚就是这种情况的一个有名的例子）；事实是对的时，将是进一步进展的基础．

因此，要想很好完成可靠性工作，取得良好的数据是必不可少的．有了精确而完整的数据，便能很好地估计可靠度，便能及时而有效地对设计和试验的缺点采取纠正措施，便能在方法、工艺和技术文件方面提出改进，避免发生失效．搞到这些数据不是一件容易的事情．除了全自动的系统外，记录、传送、整理和计算这些数据还得靠人的辛勤劳动．即使有了数据自动处理系统，还得进行解释，还得研究矛盾．

6.2 数据要求

有用的数据不仅要精确、有效，而且还要是适当的——能提供需要的信息．要想取得适当的数据，必须明确数据用途，弄清数据来源，知道计算方法，订出适用的分类标准．仅当所有这些要求都被考虑、被满足后，数据才是真正有用的．没有有用的数据，无论是可靠性工作还是任何其它工作，都不能指望完成计划的任务．

第一，必须明确信息用途．如果检验员、技术员和其它人员不知道或不了解需要什么数据，那就别想他们能够提供有意义的信息．规定要什么数据，责任在工程人员和分析人员．为此，他们必须首先清楚所收数据的用途．有些用途并不是眼前的(历史数据往往也得收集，尽管它们近期不会用到)，但还是应当注意的．

第二，必须规定数据来源，以保证全局而正确地报告数据．如果收集失效信息，那就不仅要实事求是地记录失效，而且也要记录成功．能提供适当数据的所有可用的来源都要使用．"可用"是指必须就收集数据的费用、使用价值和难易作出选择．"适当"是指实事求是地收集数据——偏爱某些数据来源只是基于数据的无偏见性考虑，而不是因为它们支持或否定可靠性或不可靠性的某一假设．当我们整理完成同一工作的两个或更多的元件或子系统的失效史时，如果某一元件或子系统已经工作过相当多的小时或已在很苛刻的环境下工作过，则这一元件或子系统比其它失效多这个现象可能就不突出了．

第三，着手收集数据之前必须确定计算方法。事实上，最成功最经济的计划是试验计划本身开始之前先拟好计算方

法。先知道分析数据所用的计算方法，直接关系到收集数据的效率和效果．例如，假设分析中需用定量数据．那么，只是收集属性数据(合格/不合格)是没有用的．相反，如果分析中只需成功和失败的总数而去观察和记录实际数据，便会浪费相当多的时间和费用．因此，必须至少在收集数据之前，最好在试验计划本身开始之前，对整个数据计划和将来使用的分析方法这些课题进行一番深入的研究．作了这种研究，便可具体确定分析方法．

最后，必须制定一个数据分类的标准．“什么算是失效?”“什么算是适当的试验条件?”“什么时候试验适当?”“什么是暂停的试验?”这些都是收集数据之前需要回答的中肯的问题．这种情况有一个实际例子，例如有一个液体泵，系统工程人员没有订出性能标准．泵装上后，性能反常，造成系统失效．但内行的工程人员会拒绝认可泵的失效现象，因为没有可遵循的标准．若要分析有意义，要作公正的评价，必须事先订出标准；在进行试验和收集、整理数据之前，这些标准必须定案．

6.3 数据收集

上面讨论的明确用途、制定分类标准等步骤只是初步的，它们本身并不能保证数据有意义．必须鼓励、甚至常常得督促操作、试验和维修人员提供情报．在这一点上，他们和我们是没有差异的，因为我们也只有一些人才乐于记载历史，记载那些适当评价数据所要掌握的事件、条件、参数值和其它情况的历史．取得数据没有什么神秘的决窍．必须经常督促和检查，因为只要稍有放松，数据报告便会相应减少．不愿写下数据不一定是故意的，甚至通常都不是存心的；这只是反映了一般人不欢喜写下那些在他们看来似乎是例行的公事．

6.3.1 人员教育(从略)

6.3.2 表格设计

正如必须排除障碍一样，收集数据的系统也需设计得易于记录数据. 设计的表格必须符合使用报表的具体计划和填写报表的人的需要. 有时这些需要是互相矛盾的. 一方面，表格项目要满足数据使用上的需要，易于数据分类，利于数据评价. 另一方面，当工作人员熟悉表格和数据填写格式时，他们很少有可能搞错或遗漏数据的，最好用标准表格. 即使包括几个计划，为了使数据记录尽可能简单，有时也用标准表格.

表格中的措词必须明确. 例如，一个最简单最容易发生误解的项目是日期. 它可能指写报告的日期，也可能指发生失效或其它事件的日期. 这两个日期不一定是相同的，因此在表格中应明确规定指哪一个日期. 有许多其它项目，也可能发生误解或混乱. 失效报告中不同的人可能把同一失效类型分在不同的类目里. 检验员或技术员完全和分析员或工程师一样心中对各种失效类型都有精确统一的定义和标准是少有的. 只有作了如下工作后，失效的分类才会比较一致：失效报告写出了元件和系统发生的现象并提供了辅助情报，而且分析人员也根据他对失效的分析和研究确定了分类.

表格可以是单用途的，也可是多用途的；可以是非常详细的，也可是比较简单的；可能要求广泛填写，也可能只要求在印好的项目中排一个作个标记；可能只要一份，也可能要几份. 采用何种形式要看目的和分配. 当工作是重复性或是非常复杂时，往往多用单用途的表格. 飞行报告、维修报告、工作小时报告和其它类似报告，都是日程表规定的重复性工作使用的单用途的报告. 设备重复进行同一工作或试验时，失效

报告便近乎单用途报告.(自然、失效报告在其记录失效这一点讲总是单用途的;但从同一报表用于大批不同元件或系统这个意义讲,它又是多用途的.)在工作多样而少有重复性的研究计划中,大多都用多用途的表格.

两种形式各有优劣.单用途的表格容易熟悉,可以减少为取得精确信息所需的训练.但若同一个人作的工作太多,而每一项工作又有它自己的表格,便不容易熟悉,信息就不够准确.多用途的表格开初需要较多的训练,但当有多种数据要记录时,它提供的信息要好些.一个典型例子是报告电子设备失效的表格 DD-787.艾里森所著《可靠性手册》第九章给出了许多单用途和多用途的表格;在卡拉布所写的书和航空无线电公司研究所所写的书中可以找到其它表格的例子[1].

记录复杂操作的数据所用的表格常常和操作表格合成一张表格,如图 6.2 所示,可直接在其上记录质量或可靠性信息.这种表格非常详细具体.另一极端情况是定期或经常记录系统工作、试验过程或类似工作的日记.日记中(图 6.3)具体项目极少,留有相当多的空格来详细描述所发生的事件.页数编有流水号.因此表格上预先印的细目的多少就取决于该表所记操作的复杂程度和信息内容预知的程度.当操作复杂而又知道待记信息的内容时,表格可以十分详细.十分详细将有助于防止差错和遗漏.不知未来的事件时,表格上应少印具体项目,对数据要作更多的审核.

挑选一个作标记式的表格比填写式的表格容易完成,也少出差错和遗漏.不过,如果操作重复性不很强,挑选一个作

1) ARINC Research Corporation, "Reliability Engineering", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.1964; S. R. Calabro, "Reliability Principles and Practices," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962; W. G. Ireson, "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

电子设备失效/替换报告 DD-787（建议）　　　　船舶局报告 10550-1

1.船舶或港口名称			3.报告形式（挑一个加上标记）	4.发生失效或开始维修的日期			
2.维修或报告人			1.□工作失效 2.□预防性维修（船上电子设备维修工作准备） 3.□预防性维修（不是船上电子设备维修工作准备） 4.□普通毛病 5.□可替换元、插件的维修 6.□其它	月	日	年	时
姓名	日期	所属单位					
		1.□美国海军2.□承包者3.□行政处		5.排除失效或完成维修的日期			
				月	日	年	时

设备

6.型号名称		9.故障的最初表现（挑一个加上标记）	10.工作条件	11.时米读数		
7.设备编号	8.承包者（海军代号或全称）	1.□不工作 2.□不符合容限，低 3.□不符合容限，高 4.□断续工作 5.□工作不稳定 6.□噪声或振动 7.□过热 8.□看得见的毛病 9.□其它，解释	（挑一个加上标记） 1.□过额2.□降额工作3.□无影响	A.高压		
				B.灯丝/工时		
				12.维修时间	人·小时	十分之几

替换数据

13.分得最少的元、插件	14.分得最少的元、插件的编号	15.参考名称（V-101，C-14，R11 等）	16.联邦贮备量	17.被换元、插件的制造者	18.失效类型	19.本体失效还是从属失效？	20.失效原因	21.被换元、插件的处理	22.能局部替换吗？
						本□从□			能□不能□
						本□从□			能□不能□
						本□从□			能□不能□
						本□从□			能□不能□
						本□从□			能□不能□

23.维修时间因子								24.备注
代号	日数	小时数	十分之几	代号	日数	小时数	十分之几	（需要时可接反面）

图 6.1　海军船舶局表格 DD-787

操作者	检验者	组　装　号	盖	章
编号	编号	操　作　叙　述	操作者	检验者
0220		用095667-1扳手和3/16艾伦板手把止推垫圈上的防松螺母(093073-1)扭紧到90—100吋-磅(见0150E)。注：别把防松垫片上的轮凸搞弯．		
	0225	检验扭矩并作记录：——吋-磅．		○
0230		将马达罩转至回流终止的位置．		
	0235A	(1)在轴处于最下位置具有最大轴向间隙的条件下测量图8(见0155B)的尺寸"A"并作记录：——． (2)减去0155B的测量值：——． (3)差：——．		○
	0235B	计算093212-5隔片所需的厚度： (1)从运算(0235A(3))记录的差减去0.010：——； (2)从隔片厚度(0145B)减去上面的值(0235B(1))：——．		○
0240A		将罩转至水平位置．		
0240B		卸下螺母、垫圈、rpm转速表转子、叶轮和键，取出回流隔片(093212-5)．		
0240C		把隔片磨到所需厚度：0235B(2)±0.001，平行度在总读数0.0005以内． 凭买方选择：——．		
0240D		照ASD5215C组装顺序重刻093212-5隔片的编号．按零件表上的要求记下P/N(093200-9)和顺序号．		
	0245A	测量093200-9隔片并作记录：——． 极限：0235B(2)±0.001．		○
	0245B	测量平行度：(总读数0.0005)——．用095667-1板手和回流端的095666-1轴支持工具把093073-1防松螺母扭到40-55吋-磅．		○
	0255A	测量并记录推力轴承总轴向间隙(见0195B极限：0.002-0.004)．		○
	0255B	检验扭矩并作记录：最初：——呎-磅 最后：——呎-磅		
0260A		将垫片轮凸弯入防松螺母和隔片槽．		
0260B		用MS20995C32把MS33540的六个094525螺栓和三个MS24673-3螺钉线锁起来．		
0260C		将装配件放在真空中清洁处理．		

图6.2　操作、检验记录

试验设备日记			流水号 056
试验设备	接班者	日期	卷号
负责工程师或主管干部		工作	

时间	叙述	✓

✓ 要进行研究或要采取纠正措施的项目的记号

图 6.3 流水日记

标记式的表格所提供的信息是不完全的,要想弄清详细情况,还得作进一步研究. 填写式的表格尽管花的时间较多,也容易产生差错,但作得好时,对产生数据的实际环境条件常常可以提供较多的信息. 为了保证某些项目不被遗漏需用挑选一个作标记式的表格,同时又需填写情况时,往往要将这两种表格结合起来. 这种结合式的表格一般说来是最理想的,因为它能保证所有有关数据不会遗漏,又有充分说明,有利于核实和把信息分类.

最后,付本份数也取决于数据性质和分配. 失效报告一般都得分发给质量管理或可靠性部门以及设计审定和检验分析组. 采购、系统工程、材料和其它协作组可以分得对它们有用的报告. 报告分发太多有两个不可避免的缺点. 第一,有

些付本字迹不清，特别是在四份以上时．第二，有些部门得到全部报告付本（有用的或没有用的）可能由于混杂凌乱而把一些非常有用的报告丢失．报告付本的复制和分发最好由主管部门控制，进行合理的分配，保证把付本送到感兴趣的小组．原始报告最好不多于四份（可能的话，最好更少一点）．

6.3.3 人员训练（略）

6.4 数据来源

数据来源是多种多样的．如图 6.4 所示，范围包括从原材料和元件的供应者到现场保养和操作工作的所有方面．有时，甚至使用以后的工作，比如废物利用，也能提供有用的资料．按顺序讲，第一个来源是原材料的供应者．常常表明，原材料的数据在以后的失效研究中是非常有用的，追查失效追到最后其原因可能还是化学成份、物理性质上的细微差量和处理上的问题（比如电镀问题）．商业和军工用户通常都要求原材料有合格证．有了合格证也不一定没有问题，也不一定可以放心使用．只有在自己的或专门的实验室进行定期检查或核实，才能相信合格证的有效性．我们偶尔也看到，原材料的供应者根本没有对材料进行实际分析，或者没有向工厂要求合格证，而只是看一下规范，然后在表格里填上合格的项目，照例发给合格证，写出化学分析结果．政府方面的检查减少或根本不检查的时候，比如在 1967 年和 1968 年，时常出现上述情况，这时就需要自己多加核实．

第二个数据来源是标准件的供应者．标准件是大量生产时，制造者最好要有些设备对标准件性能、环境、存储和寿命进行广泛试验，考核标准件的工作能力和寿命．对军用标准和高可靠的元件，通常都得进行这种试验．这些标准用于要

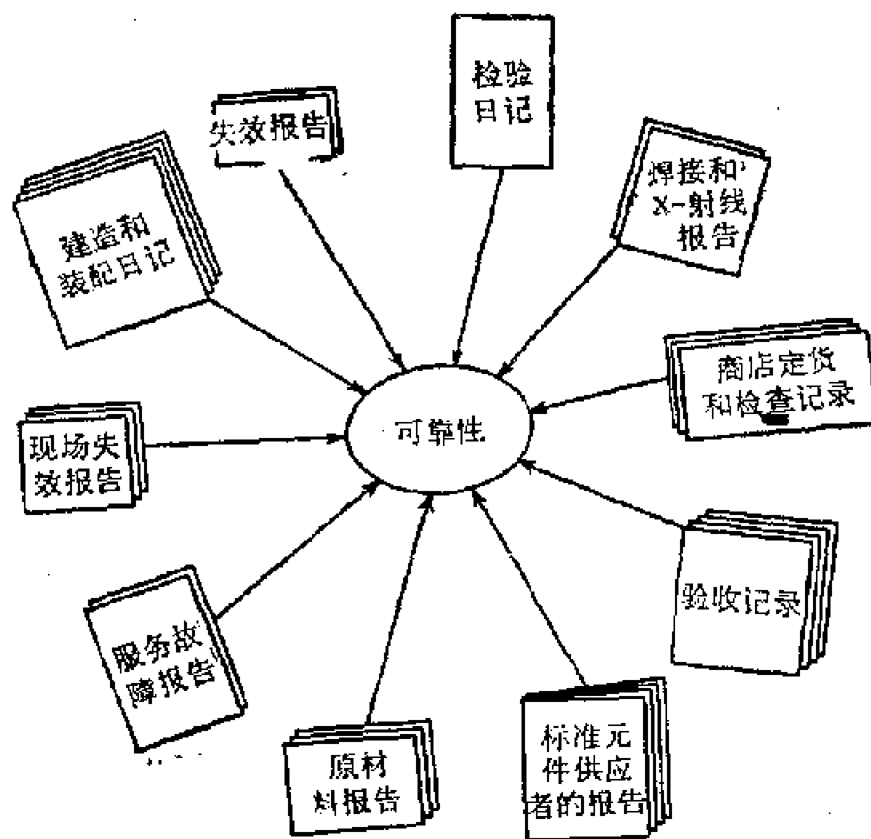


图 6.4 一些典型的数据来源.

求高可靠的应用中，已证明是非常成功的. 这种标准件的数据在可靠性计算中可以放心使用，而且是容易得到的. 附录C.5中列出了一部分数据源. 如果民用元件的数据源被证实是可靠时，这些数据源也是有用的. 有信用的供应者通常都得进行例行试验，因此他们提供的数据是经得起考验的.

从验收检查到最后签收这个环节中，自己试验室所得的数据能提供丰富的、有用的、可靠性分析用的资料. 上面的大部分讨论主要是自己的试验室数据的收集与分析，以及确保这些数据适用的准则. 大部分数据表格都是在一个公司内部使用，要供应者也采用这些表格多半是不可能的，对顾客来讲，就更不可能. 自然，教育和训练工作几乎也总是限于某一公司的人员，不过，假如要求该公司并向它拨款以提供现场协

作，这些工作也可扩大到该公司以外的人员．公司内的各种数据来源除了验收检查和最后签收中得到的以外，还包括：装配和自加工记录，比如操作和安装日记；商店定货，包括检验数据、加工记录、包括非破坏性试验在内的所有各种实验室报告、以及制造过程各个阶段中子系统和系统的核对和检验记录．并不是一切来源的所有数据都是必要的；事实上，我们必须选出那些有关的、有意义的而且是有用的数据，抛弃那些虽说是有效但是不需要的数据．预先规定数据来源可以在选择上节省很多精力．不仅在数据加工和分析上节省时间，在人员的训练、表格的改进和数据系统的管理上也节省时间．

现场数据不仅包括试验和操作数据，也包括维修、替换和失效数据．记录现场数据的大多数表格都是根据使用者的需要由使用者自己设计的，或许要作大量审查和编辑，以决定和汇集有用的数据．如前所述，一般说来，在数据记录方面，有受过教育的人员参与现场协作时，这样得到的数据是最有意义的．和国防部有关的一些计划对信息系统（反馈及分析）工作拨有专款，因而得出了大量有用的数据．

6.5 数据适用性

如引言所述，数据的适用性，特别是失效数据的适用性是最重要的一个课题．只有数据既有效又确切时，才能保证可靠性计算的精确性．

6.5.1 试验条件

试验条件对数据的有用性有显著影响．在实际现场和预期条件下工作时产生的数据是最适用的数据．在模拟现场工作条件下进行试验也能产生非常有用的数据．不过，虽说温

度、压力、湿度、电压、功率、甚至冲击和振动这些动态负载都能模拟，但实际使用中可能碰到的诸如绝对真空、失重和辐射这些条件却不容易在试验中模仿，因此，试验条件并不一定真正代表使用条件．有时，我们知道这些附加因素的影响并不显著，因此可以不加修正地使用试验数据．在另一些时候，则需在使用试验数据之前作广泛修正．需作修正时，必须知道使用条件下的参数值和试验条件下的参数值的关系，才能得出有效的修正因子．

把控制了的环境条件下试验得到的失效数据换算成各种现场使用条件下的失效数据，便可得到修正因子．对诸如温度、电压和功率等条件，电子元件的修正因子是非常精确的；但对动态负载和其它类型的环境，修正因子的精确性却差得多．因此，要想对数据作正确估计和必要的修正，必须详细规定产生数据的实际条件．

最好在进行实际试验之前，先决定可靠性分析中是否需要什么特殊试验结果．当试验本来是试探性时，或不是在设计的条件下进行时，试验数据能不能代表某些特征或全部特征．建议与设计工程师和试验工程师进行讨论，从而提出哪些参数能提供有用的数据，哪些参数不能提供有用的数据．在非正常工作条件下的工作小时数据和失效数据，可能有用，也可能不适用．如等到试验完成之后才决定分析中需要什么试验数据，那么，即使试验时没有发生使试验结果无效的反常现象，也有可能想删去那些“看来不正确”的数据．自然，如果有意外的事件发生，比如操作者发生严重错误，或设备失去主要功能而影响试验结果，那么，理所当然，就不应当将这些试验结果放入待分析的其它数据中去．

在元件或系统的整个研制过程中，所得试验数据和现场试验数据都可使用，但要仔细分析才可作出结论，而且不能脱

离目前所用设备水平. 不过，如果以后在设计上没有什么显著改变，整个试验计划中产生的数据在该计划今后的可靠性计算中还是非常有用的. 如以后在设计上有了显著改变，则原来得到的数据，包括失败和成功的数据，在最后的可靠性计算中通常是不容许使用的.

6.5.2 不算作失效的准则

当失效不是设备本身的原因引起时，在可靠性的估计中一般可根据下述准则不考虑它们:

1. 安装或操作中人的错误产生的失效，而且这种错误又是经过训练的人员使用这种设备时通常没有犯过的. 设计设备、编写操作和维修手册时，应当应用工程心理学（haman eingineering）的原理，以尽量减少这种错误.

2. 试验设备不适当或功能不正常产生的失效.

3. 元件或组件所处的条件或环境越过它的承受能力而引起的任何失效. 处置不当引起的失效就属于这一类. 设计设备之前，应当细心估计和规定所有可能的工作条件，以减少可能出现的这种失效.

4. 不按时维修或调整引起的失效，出现这种情况往往是由于贪图方便或便利. 不过，照例需要证实: 失效是直接由于没有按时维修、调整而引起的，还是由于没有按时维修、调整使初期失效提前而引起的呢?

5. 从属失效. 从属失效是由设备某一其它部分失效而引起的失效，它与本体失效不同，后者是由设备自身失效引起的. 例如，电阻短路（本体失效）可能引起二极管或晶体管过载而烧坏（从属失效）. 电阻的失效要考虑，而半导体的失效就不考虑了.

6.6 结　　语

整个数据计划的制定中应包括已经讨论过的数据用途、来源、评价、分类标准这些基本内容，还应包括：课题叙述，报告编写，表格和用法的阐述，以及记录和处理数据所用工具和设备的说明。规定需用哪些报表和各个报表的应用时，必须细心。一则由于许多应用都有主观性，二则因为要用有力的论据上报主管领导，以保证领导完全了解有一个良好的数据系统的必要性，以及从一个良好的数据系统中所得的好处。这样的数据系统便能给可靠性数学的有效利用奠定基础。

补　充　读　物

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall. Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practices," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Ireson, W. G.: "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

Lloyd. D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

Shewhart, W. A.: "Economic Control of Quality of Manufactured Product, " D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1931.

第七章　逻　辑　图

7.1　必要与描述

了解一个系统各单元的工作关系是完成可靠性工作的先决条件．要是我们不透彻了解系统每个单元的功能以及这些功能对系统工作的影响，我们就不可能提高系统的可靠度，甚而无法估算系统的可靠度．精确表示这种关系是作这种了解不可缺少的一部分，同时也是有意义的预测、分配和估计特别需要的．逻辑图就表示这种关系．

系统图表示系统单元的物理关系，可靠性方框图或逻辑图表示功能关系，表示系统为了完成它预期的功能，哪些单元必须成功地工作．逻辑图由一组框图或单元连成一个或几个系列所构成．一个系列包含的单元数可以少到一个，也可多至几百．每个系列都表示系统完成某一功能或某几个功能的方法．为了成功地完成这种功能，系列中不容许一个单元失效．如任一单元失效，该系列就不能完成特定的功能．这种系列可视为以每个单元作为一个链环而连起来的链条．任何一环失效都算是链条失效．图 7.1 表示由两个单元 A 和 B 组成的简单系列．无论 A 失效还是 B 失效，系列都失效．



图 7.1　两个单元的简单系列逻辑图．

为了减少功能失效的概率，往往采用冗余法．即是说，有几个系列可以完成这个功能．必须其中每个系列都失效，功能才失效．只要其中一个系列成功，功能就可完成．图 7.2 表示可用三路中的任何一路完成一个功能的逻辑图．如图所示，这三路是用三个并联系列表示的．必须注意，每个系列的单元数无需相同，只要每个系列能满足完成同一功能的所有要求即可．还有，所完成的功能可以是断开或接通电路的一个简单的开关作用，也可是非常复杂的活动，比如宇宙飞船的导航．

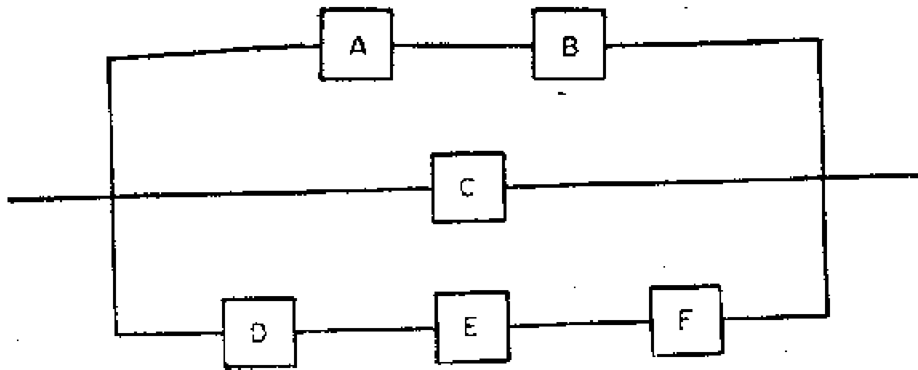


图 7.2　三个并联系列的逻辑图．

而逻辑图的第一步是决定系统的工作方法，或完成预期任务的工作方法．然后决定顺利完成这个任务所必需的元件、部件和组件．

接着是弄清每个元、部件各种可能的失效模式．找出每种失效模式对所述任务或功能的影响，进行失效模式与影响分析（FMEA，见第 10.1.1 节与第 10.1.2 节），失效模式与影响分析表示每一个失效模式与它产生的影响．作了这种分析后，便可用所得结果来作上述决定．（失效模式与影响分析本身非常有用，它能提供一些有利于提高系统可靠性的情报．）

有一种失效模式，当它出现时，它本身就造成失效，或引起所述任务或功能不能完成，这种失效模式在逻辑图中是表

示或一个串联单元的. 这种作为串连单元的表示法与实际系统的结构是否串联无关. 往往有一些单元，它们在系统结构图中是并联的，而它们的失效模式却是任一个失效都将引起功能或任务损失，这种情况的失效模式在逻辑图中要串联表示.

有的失效模式，当只有它出现时，并不造成功能或任务的损失，这种失效形式在逻辑图中要并联表示. 如果完成一个功能或任务还有别的手段，则这个手段便应并联表示. 正如并联单元有串联失效模式一样，系统结构图中的串联单件也有并联失效模式，在逻辑图中之所以要并联表示这种失效模式，是因为还有别的手段完成任务.

应当指出，对甲这个功能讲，单元可能要串联，而对乙这个功能讲，可能又要并联. 当一个单元对甲项功能是必不可少、而对乙项功能不是非要不可或有别的手段实现这个功能时，便出现上述情况.

7.2 例　子

物理关系和功能关系的差别是一个重要的差别，描述这种差别最好是举些例子.

例一 有一部分流体系统在物理上是由一个泵和两个抑制阀串联组成. 两个抑制阀是当泵不工作并且倒流压力超过顺流压力时阻止倒流的冗余系统. 图 7.3 示出了这部分装置的系统图. 不过，这部分装置的逻辑图（用实物符号）应如图 7.4a 所示.

如图 7.1 和图 7.2 所示，实际逻辑图是用方框表示各个单元和失效模式的，每个方框中加有一个符号，表示单元或失效模式. 图 7.4a 为图 7.3 系统图的逻辑方框图. 为了清楚起来，

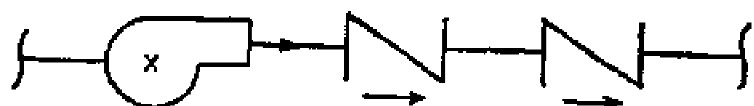
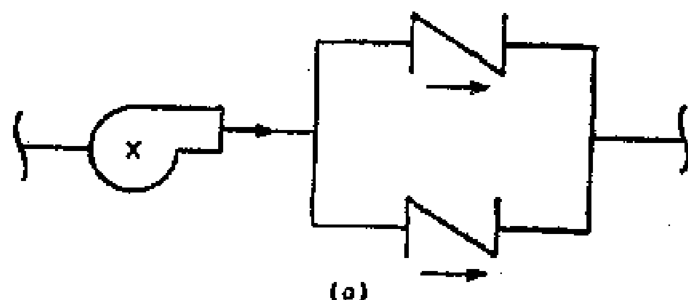
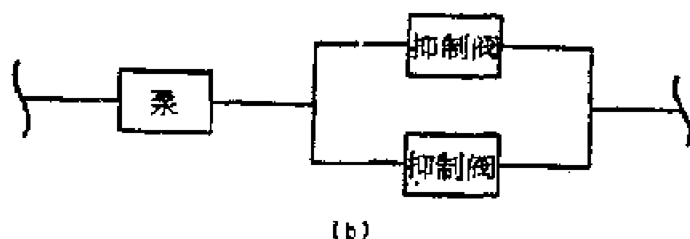


图7.3　一个泵和两个串联的抑制阀的系统图.



(a)



(b)

图7.4　图7.3系统的逻辑图：(a) 用实物符号，(b) 用方框.

本章有时也在逻辑图中使用实物符号；不过应当记住，实践中的标准作法是用方框表示所有单元并加上适当的符号.图 7.3 和图 7.4 表示，任何一个阀都能完成预期的工作，必须两个阀都失效才会有倒流出现.(我们假定，通常的失效模式是倒漏，而且这里不考虑接通情况的失效——需要顺流的时候).

例二A　由于单用一个电容器不能得到足够大的电容，因此在电气系统中将 10 个电容器并联使用，如图 7.5 所示.

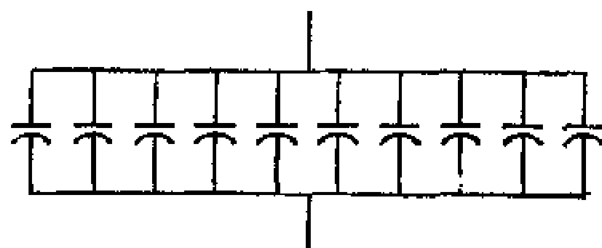


图7.5　10 个并联电容器的系统图.

假如我们认为主要的失效模式是短路，那么，任何一个电容器失效都会使系统的这部分失效．因此逻辑图(用实物表示)如图 7.6 所示，系 10 个串联的电容器．



图7.6　图7.5系统的逻辑图．

例二 B　为了减小系统由于电容器短路而发生失效的概率，设计者在每个电容器上串连了一条保险丝[1]．一个电容器短路，将会出现过大的电流，从而烧坏它上面的保险丝．(实践中我们假定，短路的电容器或烧坏的保险丝只要不多于两个，仍可得到足够的电容．在本例中我们认为不大可能出现两条以上的保险丝同时烧坏致使得不到足够的总电容而使系统失效这种情况；也即是说，不大会出现两条以上的保险丝烧坏而引起失效．) 图 7.7 示出了 10 个带保险丝的电容器的系统图．不过，从可靠性逻辑图看，对短路这种失效模式讲，每条保险丝都是相应电容器的一个冗余单元．无论是电容器短路(只要它上面的保险丝不短路)，还是保险丝短路(只要电容器不短路)，都不会引起系统失效；只有电容器和相应的保险丝一起短路才会使整个电路短路．因此有 10 对宽余的保险丝和电容器．在逻辑图图 7.8 中，串联地画出了这 10 对保险丝和电容器．

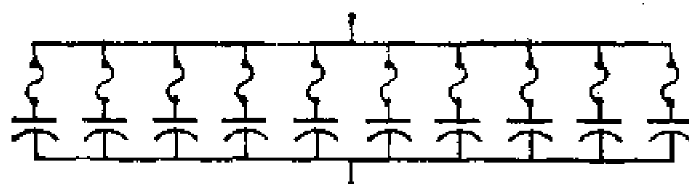


图7.7　带保险丝的并联电容器的系统图．

1) 这里用保险丝作为防止电容器短路的一种冗余元件，在物理意义上是不对的．从物理意义讲，这里应将保险丝改为电阻器——译校者注．

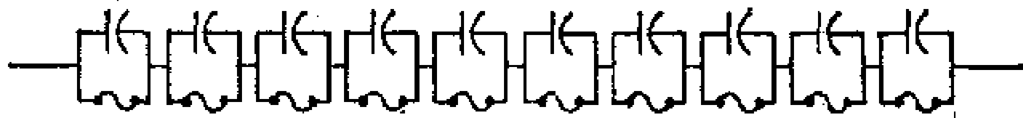


图 7.8　图 7.7 系统的逻辑图.

例三　有一个多级汽轮机[1],在它的第一级加了三个密封圈. 密封圈的作用是防止气体漏入第二级汽轮，或漏到汽轮机壳的外面. 第一个(主)密封圈设计得可以防止向轮区外面的任何漏气.另有两个备用密封圈是作为主密封圈的后盾.第一个密封圈失效后，一个备用密封圈便防止气体漏入下一个汽轮的周围,第二个备用密封圈便防止气体漏到壳外. 图 7.9 表示这部分系统的设计. 一号密封圈为主密封圈，二号和三号密封圈为备用密封圈. 相应的逻辑图图 7.10 表示两个并行的通路,一路为串联的二号与三号密封圈,另一路为与之并联的一号密封圈. 此逻辑图的意思是,无论只是一号密封圈，或者是二号和三号密封圈一起,都能完成所要求的密封功能.

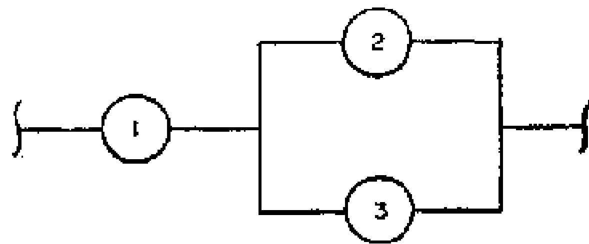


图 7.9　一个主密封圈和两个备用密封圈的系统图.

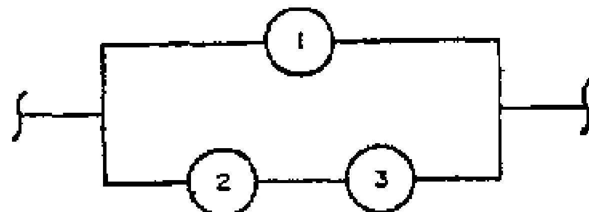


图 7.10　图 7.9 密封圈的逻辑图.

1) 多级汽轮机是有两个以上汽轮的汽轮机. 第一级汽轮出来的气体是通过喷嘴隔板通入第二级汽轮,等等.

7.3 典型系统的逻辑图

本节我们先介绍一些典型系统及其相应的逻辑图，下节再介绍逻辑上不能精确表示而在数学上可以表示的其它一些结构．后一情况将采用带有适当说明的近似逻辑图．

最简单的系统或子系统是其中所有单元都串联、任何一个单元失效都会引起系统失效的系统或子系统．图 7.11 为这种系统的辑逻图（与图 7.1 的情况相同）．典型的例子是发电机．发电机可以由一个汽轮机（汽轮机本身又可包括几个串连部分）、一个转子、定子、轴承装置、润滑系统以及频率和电压控制系统组成．这些部分任何一个失效，发电机都失效．

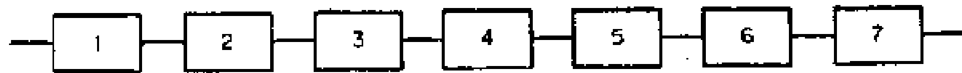


图 7.11　7 个单元件的简单串联系统的逻辑图．

另一简单系统是包括两个或两个以上单元的并联系统，其中所有单元都同时工作，但只需任何一个单元工作就能完成预期的功能．例如宇宙飞船降落伞上的张伞切具．下降时降落伞从宇宙飞船的舱口抛出后，不到适当高度伞不会张开，达到适当高度、捆伞的线自动切断以后，伞才张开．一般有两个或两个以上的切具，以便一个切具失效并不防碍降落伞张开．每个切具都包括一个刀片、一个爆炸

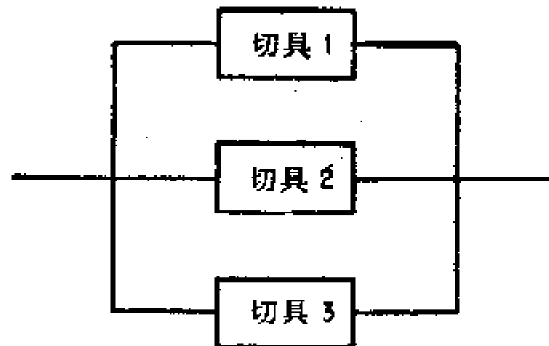


图 7.12　三个切割系统（只用一个）的逻辑图．

药包、一个盒子和架子. 引炸药包的程序和电气系统不算在张伞系统之内. 有三个切割系统时,辑逻图便如图 7.12 所示.

更复杂一些的逻辑图是简单的串联-并联系统的逻辑图,如图 7.4 和图 7.8 所示. 这两个图中,并联单元都是两个一组,每组又与另一单元(图 7.4)或另一组单元(图 7.8)相串联. 图 7.10 稍许更复杂一些,两个并联分枝中其中有一枝的单元在一个以上. 这三个逻辑图的每一个中,任何一个分枝中的单元都足以完成所要求的功能.(记住,图 7.8 中假定需要适当的电容,所要求的功能是防止短路.)

再复杂一些的逻辑图是串联、并联的组合逻辑图,现在我们简要地讨论一下这种情况.假定:有一个类似于例二 A的电容堆,它是某一自动控制系统的一部分,而且有一个手动的子系统,作为自动控制系统的后盾. 逻辑图可以画成图 7.13 所示的形式.(为了作图方便,只考虑三组电容器保险丝.)

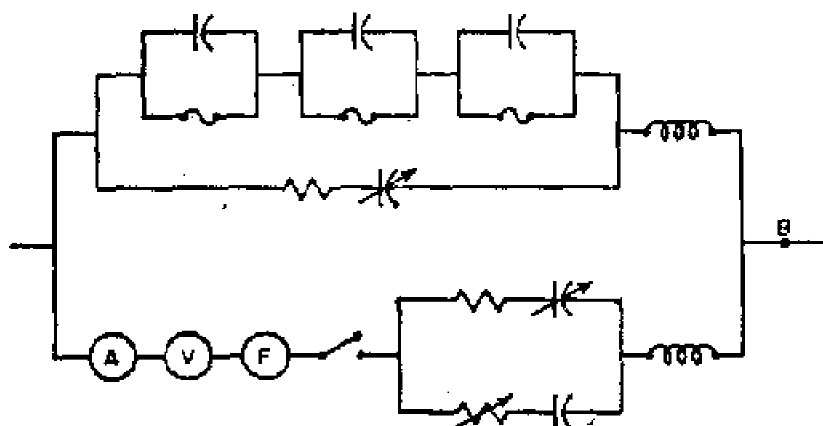


图 7.13　并联自动和手动控制系统的逻辑图.

实际操作中为了测出电流、电压和频率值,系统中要正确地定期地接上电流表、电压表和频率计. 系统的操作者感到自动控制有问题时,便要用仪器检查. 如果仪器测量证实自动控制失灵,操作者便拨动开关,用手控制电阻和电容,以便有准确的电输出.我们不考虑实际电路结构,而在逻辑图中画

出电流表、电压表、频率计和开关，构成一个串联分枝，与自动控制系统并联，用以表示：这两枝形成控制系统的一种冗余结构．例如，用电流表时，即使电流表与B点（在两个并联分枝的右边）串联，逻辑图中的电流表也算一个并联分枝，这是因为，(1)电流表失效并不使自动控制系统失效，(2)为了调到适当的操作值，电流表是与手动控制系统结合使用的．

复杂化的另一途径是考虑元、部件的不同失效模式．使用冗余元件时，一般都得把它们连成能防止最常见的失效模式．例一中两个抑制阀在系统图中是串联起来的(图 7.3)，目的是更有把握防止液体倒流．逻辑图（图 7.4）中这两个阀是并联的，因为它们是防止倒流的冗余元件．不过，有很小的外部渗进或漏入的概率，有两个阀时此概率要加倍[1]．图7.14示出了此系统一个分枝的总逻辑图．这种表示法可以清楚地表示出所述的失效模式，这种失效模式本身也是复杂逻辑图的重要部分．

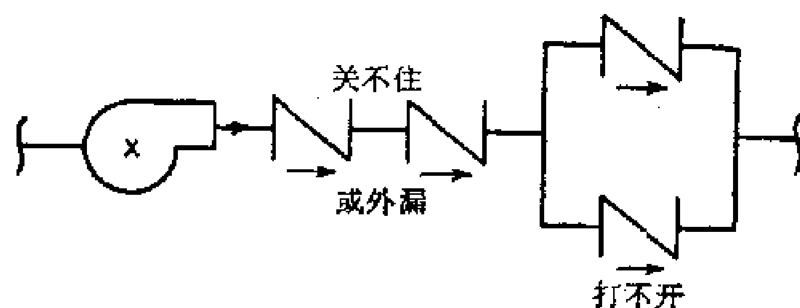


图 7.14　包括所有失效模式的、图 7.3 的系统的逻辑图．

我们以常用的电子线路再举一个使逻辑图复杂化的例子，这种复杂化是通过以不同的逻辑结构表示不同的失效模式实现的．要求高可靠性时，二极管是排成四个一组(通常把

1) 当串联失效模式的失效概率小于总失效概率的一半时，几乎在所有情况，这种冗余法都提高总的可靠度．极少看到，当失效率非常高而两种失效模式的失效概率又相近时，总的可靠度会受到不利的影响．

这种组叫方块),以防止短路和开路. 有两种相类似的方块结构可资利用，采用哪种结构要看两种失效模式出现的相对概率和电路失效的影响. 两种结构的唯一差别是看各组的中心有无连线. 没有连线(图 7.15a),主要是防止短路;有连线(图 7.15b),主要是防止开路.

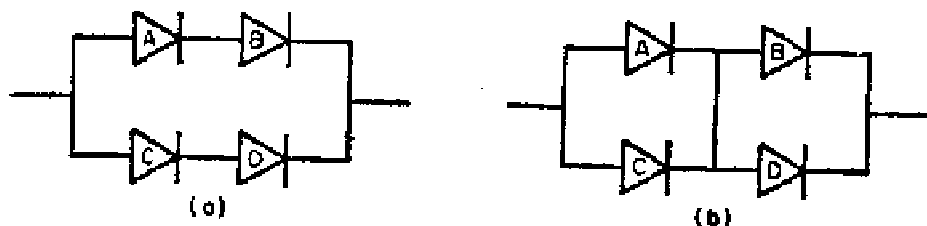


图 7.15 二极管"方块"结构的系统图.
(a) 无连线, (b) 有连线.

图 7.15a 中两个二极管短路使电路短路有两种可能的组合: A和B一道短路，C和D一道短路. 但两个二极管开路使电路开路却有四种可能的组合: A和C开路，B和C开路，A和D开路，B和D开路. 相反，图 7.15b 中两个二极管失效使电路短路却有四种可能的组合，使电路开路只有两种可能的组合. 考虑到所述的失效模式，用适当的表示方法更改一下系统结构的两个可能的组合，便得到相应的逻辑图. 必须记住，逻辑图的链条[1]中任一单元失效都会引起链条失效. 此外，除另有注明者外，当有一条以上的并联链条时，只要至少一条并联链条不失效，便能完成所要求的功能.

图 7.16a 为图 7.15a 相应的逻辑图. 应当注意，逻辑图中"短路失效"这一边，二极管 B 和 C 的位置对换了，这就是说，要 A 和 B 一起短路，或 C 和 D 一起短路，才会使电路短路. 而逻辑图中"开路失效"这一边，并联分枝上无论哪一个二极管开路都会使该分枝开路，因而两个二极管开路使电路开路有

1) "链条"、"分枝"、"通路"这几个术语是指同一概念.

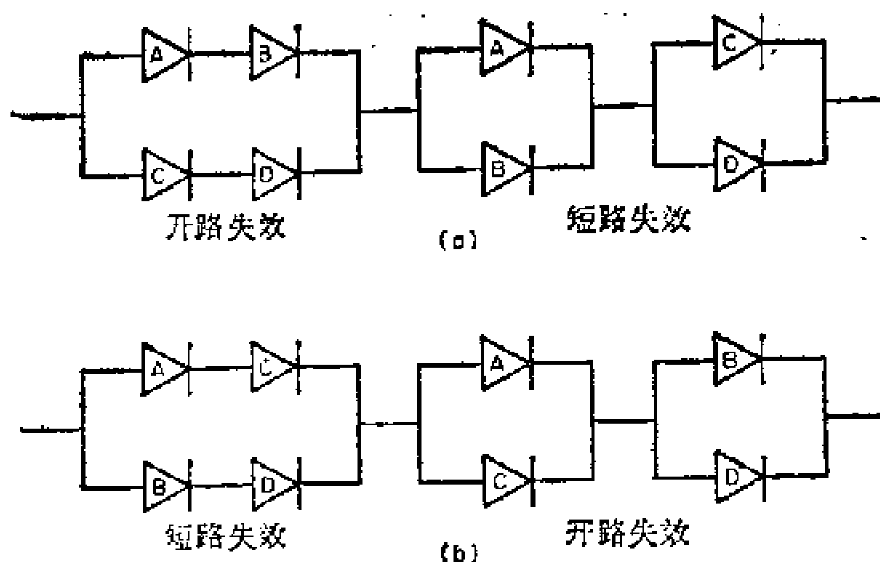


图 7.16　二极管方块结构的逻辑图：(a) 图7.15 a 无连线的逻辑图，(b) 图 7.15b 有连线的逻辑图.

四种可能的组合.

图 7.16b 为图 7.15b 的逻辑图. A和C一对二极管开路或B和D一对二极管开路都会使电路开路（因为一组中的所有并联分枝都将失效），逻辑图的右边就表示这一点. 无论A或C短路，还是B或D短路，都使电路短路，这就是说，两个二极管短路使整个电路短路有四种可能的组合，逻辑图的左边就表示这一点.

上面讲了某些复杂的逻辑图. 将这种逻辑图组合成完整的系统逻辑图，便能对系统的功能作一个全貌的图解描述. 对任务的每一个方面，往往都得画出它相应的逻辑图和它所包含的基本单元.

7.4　某些近似法

有些功能关系不能用图形绝对精确地描述，因此这种关系的逻辑图只能是系统的近似描述. 例如图 7.17 中的逻辑

图表示，A，B或C三个冗余元件中任何一个，本身都能完成预期的功能. 但如完成这个功能需要这三个元件中的任意两个才行，怎么办？（例如，一个电气系统可能有三组电池，但两组就能足以供给所需的功率. 所有三组连在一起时，容许一组失效，并不影响系统的工作.）为了表示这种情况，可以使用两种有用的近似法.

图7.18中的逻辑图表示，任何一对单元（A和B，A和C或B和C）都能构成一条成功的通路，但可误解为A，B和C各有两个，而不是仅仅一个.

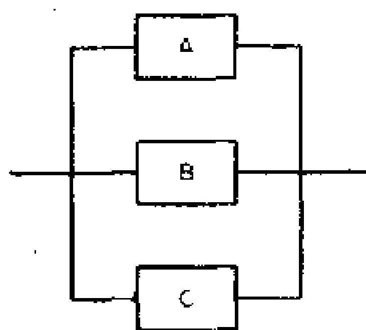


图7.17 三个并联单元的逻辑图.

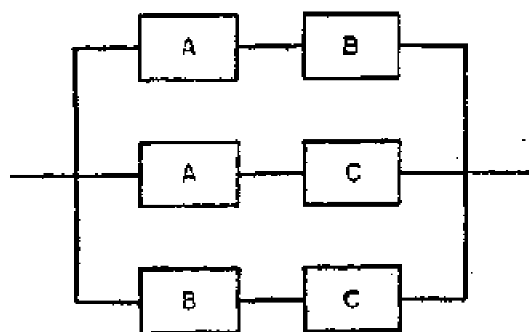


图7.18 三中取二系统的一种逻辑图.

图7.19表示第二种可能性. 为了明确实际工作要求，在图下加了注释. 只要有适当注释. 两种图都可采用.

不能完全精确地用图表示的另一实际情况，可以举出一个例子，例如有两条捆伞线的降落伞系统. 为了减小过早张伞的概率，常常使用冗余捆伞线，以便偶然切断一条线后降落伞不会张开. 图7.20示出了这种切具的系统图.

图7.21表示一个切具有两种失效模式时张伞的逻辑图（图7.12只示出了一种失效模式——切不断）.

现在我们就A，B两条线把两种失效模式组合起来. 图7.22表示：过早切断要冗余，要张开降落伞必须切断两条线.

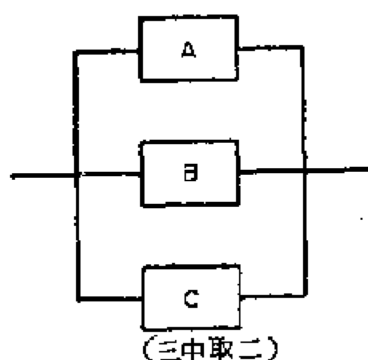


图 7.19　三中取二系统的第二种逻辑图.

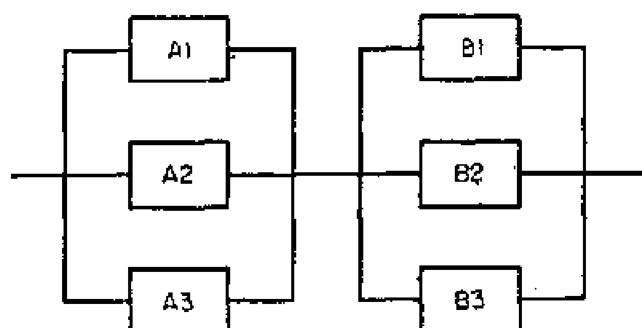


图 7.20　两条捆伞线各有三个切具的系统图.

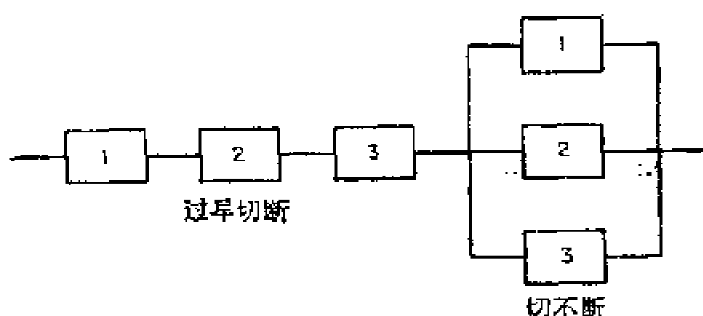


图 7.21　一个有三个切具的系统,各有两种失效模式的逻辑图.

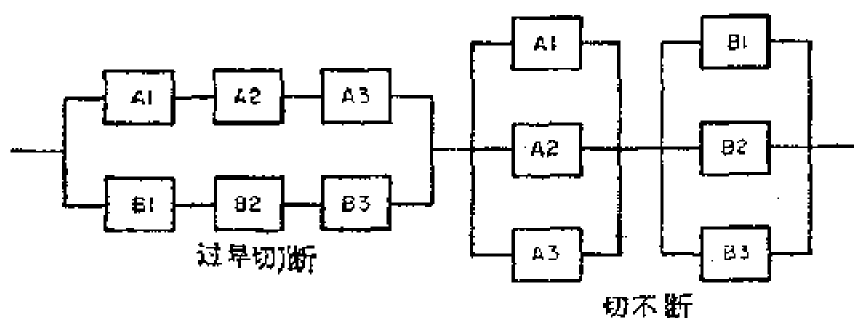


图 7.22　图 7.20 冗余系统的一种逻辑图.

不过图中又表明,即使过早切断一条线,也得在适当时候再切这条线. 实际上,如果线 A 偶然被过早切断,则无需再切它,因此第一组三个冗余方框(并联的 A_1, A_2和A_3)是不必要的. 自然,如果线 B 偶然被切断,线 B 和第二组三个并联方框也是上述情况.图 7.23 和图 7.24 中的逻辑图在表示方法上有着更

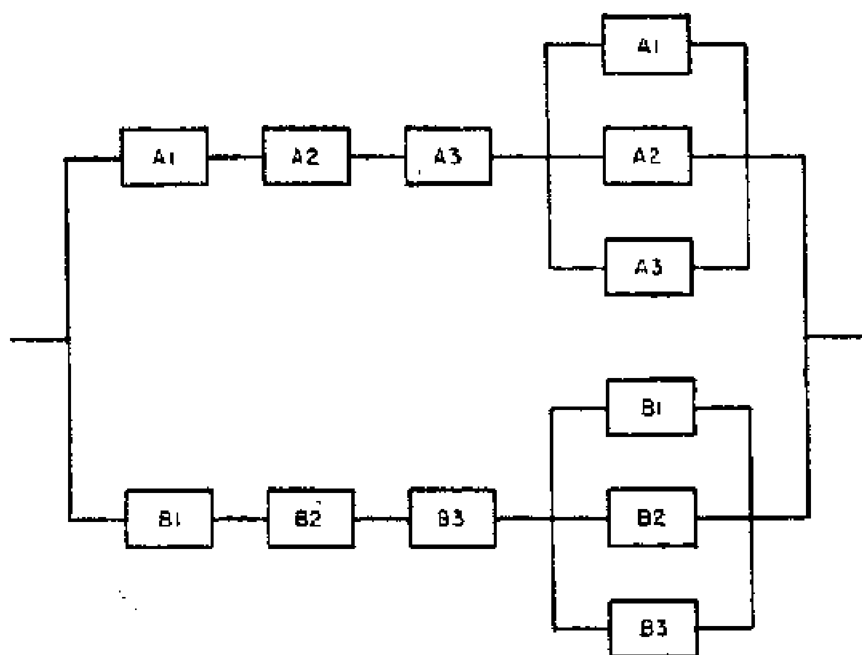


图7.23　图7.20系统的另一种逻辑图.

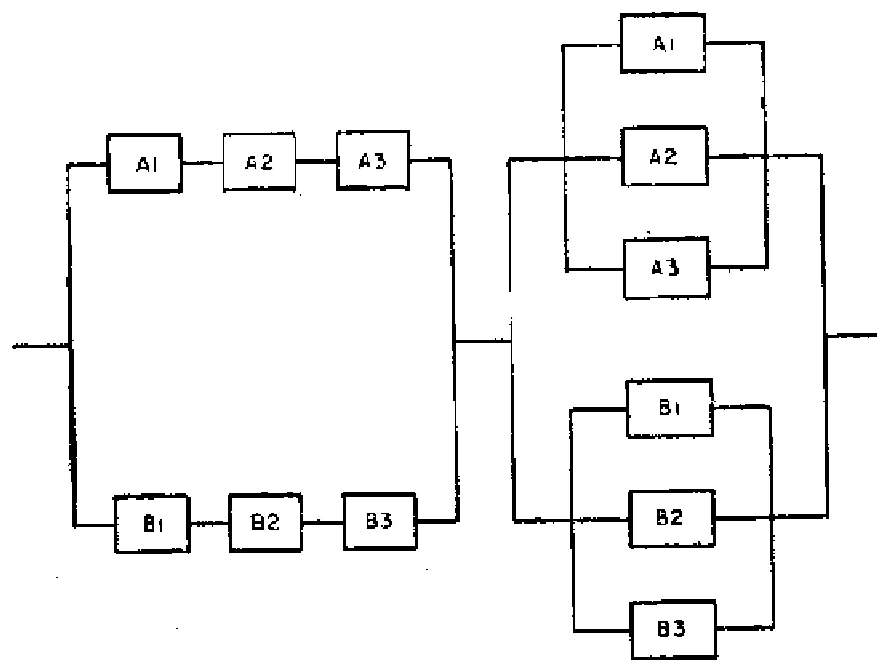


图7.24　图7.20系统的第三种逻辑图.

严重的缺点:不能表明恰当切断哪一条线能完成预期的功能,切断哪一条线不能完成预期的功能. 这种情况最好用第一

种逻辑图(图 7.22)加上适当说明.

必须加注释的另一例子是独立表示每项任务. 假定一个系统中有两个电池，任务后期中的所有工作需用两个电池才能供给足够的功率，但任务的初期只需用一个电池即可. 图 7.25 示出任务后期电池的这部分逻辑图. 但任务初期情况又如何呢? 因为任务初期无论哪一个电池都能供给足够的功率. 因此真正的逻辑图是如图 7.26 所示. 不过,一个电池失效后,由于没有足够的电源,在稍后的时间里任务最后还是失败的. 因此，实际上最好初期也将电池接成串联方式,尽管事实上只需用一个电池. 自然,这种改变并不是由于逻辑图上的任何缺陷，而是要考虑到以后的任务要求.

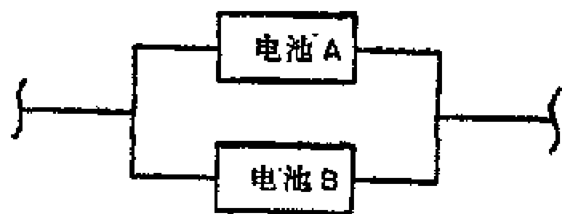


图 7.25 任务后期电池的逻辑图.



图 7.26 任务初期电池的真正逻辑图.

下面我们以后备冗余单元作为可靠性逻辑图中使用近似法的最后一个例子. 当两个并联分枝一个工作、一个备用[1]时，如不作适当补充说明，便没有绝对正确的方法能够表示出这种情况. 图 7.13 算是这种逻辑关系的一种比较正确的图示. 不过，如果进行认真分析，便可发现有的单元的画法并不正确，例如，电流表、电压表和频率三种仪表，虽然在检查自动和手动控制系统时都要用到,但只是偶尔使用,如自动控制系统工

1) 这种十分常见的情况叫做后备冗余法. 所有并联通路都同时工作时，便用工作冗余法这个术语.

作正常，就不一定要用这些仪表．再提一下，作了适当说明后，将大大减少发生误解的可能性．

实际上画百分之百正确的逻辑图或许是不现实的，但这一点并不妨害我们去画可能最好的逻辑图．如本章第1节所述，画逻辑图的整个过程中，可以得到系统工作的必要的知识；在逻辑图中加上适当注释后，可以对系统中的单元的功能关系作非常有用的描述；如有可供参考的良好的逻辑图，便很容易确定拟议之中的系统的改变或变化的各种影响．在进行诸如可靠性、成本、重量和调度这些因素的折衷研究时，为了得出合理的、定量的结论，便要求我们要有这种本领．

补　充　读　物

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Hiltz, P. A., and J. L. Gaffney: "Statistical Technigues for Reliability," North American Aviation, Inc., Downey, Calif., 1965.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

第八章　数学模型

8.1　串联系统

逻辑图是用方框图确定系统单元的功能关系，而数学模型是用分析方法表达这种关系.数学模型是用单元的失效率、可靠度来表示任务成功的概率. 在简单系统的情况，有时也可直接从元件关系建立数学模型，但数学模型通常还是从逻辑图建立起来的. 由于数学模型提供的是代数关系，因此就不一定要定量知道可靠度的值.

有些情况，逻辑图只能近似表示一种关系，而数学模型几乎总能精确表达这种关系. 只是特别复杂的系统，才不可能建立精确的数学模型. 困难并不是数学无能，而是由于系统太复杂. 例如，载人宇宙飞船的电气子系统中，只是任务的一个方面就有2000以上不同的可以完成这一方面任务的通路，因而要建立一个完整的、正确的宇宙飞船工作模型是不可能的.

本章将指出如何建立数学模型，并介绍一些常见工作关系的数学模型. 然后建立第七章讨论过的一些逻辑图的数学模型. 下几章再介绍这些模型在系统可靠性预计和估计中的应用. 第十章讨论的可靠性预测的上下限法将说明：系统太复杂而不能建立精确的模型时如何用逻辑图和数学模型来确定预测可靠度的上下限.

8.1.1 可靠度

简单串联逻辑图的数学模型就是各个单元的可靠度的乘积。因此，逻辑图如图 7.11 所示的形式时，数学模型便由式(8.1)给出。这里和以后的数学模型中，都假定每个单元是独立的——即一个单元的成败不影响另一单元的成败。

$$R_T = R_1 \times R_2 \times R_3 \times \cdots \times R_i \times \cdots \times R_n \quad (8.1)$$

式中 R_T = 总可靠度

R_1 = 第一个单元的可靠度

R_i = 第 i 个单元的可靠度

R_n = 第 n 个单元的可靠度

上式也可写成简洁的形式(式(8.1a))

$$R_T = \prod_1^n R_i \quad (8.1a)$$

式中 $\prod_1^n R_i$ 表示从 1 到 n 所有 R_i 的乘积。

如第 3.4 节所述，计算元件的可靠度时大多都用指数函数 $R = e^{-\lambda t}$。我们可以用一个大写字母 F_i 表示一个元件的恒定失效率 λ_i 和某一工作时间 t_i 的乘积，因此 $R_i = e^{-F_i}$。用此公式计算各个元件的可靠度时，可靠度乘积便很容易求得：将各元件的工作失效率相加作为 e 的负幂。既然 $R_i = e^{-F_i}$，因此具体表示就是 $R_1 = e^{-F_1}$，$R_2 = e^{-F_2}$，等等，以及

$$R_1 \times R_2 \times R_3 \times \cdots \times R_i \times \cdots \times R_n$$
$$= e^{-F_1} \times e^{-F_2} \times e^{-F_3} \times \cdots \times e^{-F_i} \times \cdots \times R^{-F_n}$$
$$R_T = e^{-(F_1+F_2+F_3+\cdots+F_i+\cdots+F_n)}$$

或

$$R_T = \exp\left(-\sum_{i=1}^n F_i\right) \quad (8.2)$$

当 $t_1 = t_2 = \cdots = t_n$ 时，上式便可写为

$$R_T = \exp\left(-t \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right) \tag{8.2a}$$

8.1.2 平均无故障工作时间

第 3.4 节曾经未加证明地讲过，在恒定失效率的串联系统中，平均无故障工作时间 m 是系统失效率 λ 的倒数. 现在我们就来证明，为什么这个结论是对的. 证明需要费一番功夫.

一个元件的可靠度就是它还在工作的概率. 若将大量元件进行试验，则任一时刻 t 的可靠度便等于该时刻仍然工作的元件数 N_S 除以最初的元件总数 N_T 之比，如下式所示：

$$R(t) = \frac{N_S}{N_T} \tag{8.3}$$

因为仍然工作的元件数等于总数 N_T 减去失效数 N_F，所以式(8.3)可改写为

$$R(t) = \frac{N_S}{N_T} = \frac{N_T - N_F}{N_T} = 1 - \frac{N_F}{N_T} \tag{8.4}$$

元件总数为常数，失效数随时间增长而增加. 用微分法求式(8.4)的导数：

$$\frac{dR}{dt} = \frac{d(1 - N_F/N_T)}{dt} = -\frac{1}{N_T}\frac{dN_F}{dt} \tag{8.5}$$

由上式又得

$$\frac{1}{N_T}\frac{dN_F}{dt} = -\frac{dR}{dt} \tag{8.6}$$

式(8.6)中，dN_F/dt 为元件总数 N_T 保持不变（失效的元件没有替换）时发生失效的频数. 作为 t 的函数画图时，便得失效的时间分布. 如用最初的元件总数 N_T 除 dN_F/dt，便得

每个元件的失效分布曲线，或失效频数曲线. 元件失效分布曲线叫失效密度函数，或简称 $f(t)$[1]. 式(8.6)的左端以 $f(t)$ 代换便得

$$f(t)=-\frac{dR}{dt} \tag{8.7}$$

此式适用于所有可能的失效密度函数. 而不限于恒定失效率.

象任何平均值一样，这里的平均无故障工作时间 m 即是所考虑的参数的一阶原点矩. 在上述情况，m 是失效前的平均工作时间，因此将所有元件工作到失效，把失效前的各时间相加然后除以元件数，便可求出 m.

$$m=\frac{\sum_{1}^{n}\text{失效前的时间}}{n}=\frac{\sum_{1}^{n}t_iN_{F_i}}{N_T} \tag{8.8}$$

式中 $\Sigma N_{F_i}=N_T$. 因此，式(8.8)就是一个元件的平均无故障工作时间的定义. 在极限情况，即当元件数无限增大时，求和的过程就变为求积分的过程. 同样，每个元件的失效分布 N_{F_i}/N_T 也由失效密度函数 $(dN_F/dt)/N_T$ 确定，m 为密度函数与时间乘积的积分：

$$m=\int_0^{\infty}tf(t)dt \tag{8.9}$$

象式(8.7)一样，式(8.9)也适用于所有可能的密度函数. 由于 $f(t)=-dR/dt$ [据式(8.7)]，所以式(8.9)可改写为

$$m=\int_0^{\infty}t\left(-\frac{dR}{dt}\right)dt=\int_0^{\infty}-tdR \tag{8.10}$$

用分部积分法[2]积分上式便得

---

1) 这个方法首先是由伊·巴佐夫斯基在《可靠性理论和实践》一书中提出的，承该书作者和出版者普伦蒂斯-霍耳出版公司惠予同意在本书中引用.

2) 令 $-t=u$, $dR=dv$, 因此 $du=-dt$, $v=R$. 由 $\int udv=uv-\int vdu$ 得 $\int -tdR=tR-\int R(-dt)=-tR+\int Rdt$.

$$m = -[tR]_0^\infty + \int_0^\infty R dt \tag{8.11}$$

可以证明，上式右边的第一项为零（附录 A.3 给出了详细证明）. 因此式(8.11)变为

$$m = \int_0^\infty R dt \tag{8.12}$$

这说明，一般情况下，在从 0 到∞的时间区间上积分，可靠度函数可以求出平均无故障工作时间. 正如在本章后几节将要看到的那样，计算冗余系统的平均无故障工作时间时，这是非常重要的一点.

回到元件恒定失效率这种特殊情况(据附录 A.3)，可得

$$R = \exp\left(-\int_0^t \lambda_i dt\right) = \exp\left(-\lambda_i \int_0^t dt\right) = \exp(-\lambda_i t)$$

自然，这个结果是我们已经知道的，据式(8.12)有

$$m = \int_0^\infty R dt = \int_0^\infty e^{-\lambda_i t} dt = \int_0^\infty e^{-\lambda_i t}\left(-\frac{\lambda_i}{\lambda_i}\right) dt$$

$$= -\frac{1}{\lambda_i}\int_0^\infty e^{-\lambda_i t} d(-\lambda_i t) = -\frac{1}{\lambda_i}\left[e^{-\lambda_i t}\right]_0^\infty$$

$$= -\frac{1}{\lambda_i}\left[e^{-\infty} - e^0\right] = -\frac{1}{\lambda_i}(0-1) = \frac{1}{\lambda_i} \tag{8.13}$$

串联系统中，λ 就是各个元件的失效率之和，因此

$$m = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n} = \frac{1}{\lambda} \tag{8.13a}$$

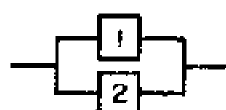
8.2 并联工作系统

到目前为止，我们还没有考虑基本（一般）失效率和应用失效率的差别. 虽然尚未讨论过这种差别（第九章将解释这个差别），但完全可以简单提一下：应用失效率是考虑到环

境、利用、降额和其它因素从基本失效率推出的．在串联系统中，只要所有元件的这些因素都相同，便可用两种方法之任何一种算出系统可靠度．两种方法没有差别：一种是先用元件的基本失效率求出系统的基本失效率，然后考虑到各种因素求整个系统的应用失效率[1)]；另一种是，先计算每个元件的应用失效率，然后再求系统的应用失效率．两种结果是相同的．

不过，在任何有冗余元件的系统中，就不是这样了．当有冗余元件时，必须首先计算元件的应用失效率．计算失效率、失效概率和可靠度时，都要遵照这个要求．如果先计算元件的基本失效率，而后再计算系统的应用失效率，则整个系统的可靠度和平均无故障工作时间都会有严重错误．因此以后的讨论中假定都使用应用失效率．读者或许愿意证实这两个结果的差别，可以假定元件有任意失效率和应用因子（不等于1)，然后用这两种不同的方法去计算系统最后的可靠度．第9.3节的脚注中给出了一个例子．

8.2.1 两单元并联系统



两个单元并联组成的简单并联系统中，假定两个单元都工作，但只需要一个单元正确工作，这就必须要两个单元都失效，系统才失效．第一个单元的失效概率为 Q_1，它等于 $1-R_1 = 1 - e^{-F_1}$[2)]；第二个单元的失效概率为 $Q_2 = 1 - e^{-F_2}$．两个单元的失效概率为

---

1) 实际上不同规格品种元件的环境、降额等因子是很不相同的，因此第一种方法是不可行的——译校者注．

2) 两个单元工作的实际失效率可能略小于一个单元失效后另一单元的失效率，因为两个单元工作时承受的应力(例如电流)较小．不过实践中这种微小差别总是忽略不计，因而只要系统处于工作状态就使用一个失效率．

$$Q_1 \times Q_2 = (1 - e^{-F_1}) \times (1 - e^{-F_2})$$
$$= 1 - e^{-F_1} - e^{-F_2} + (e^{-F_1} \times e^{-F_2})$$

此式可表为

$$1 - e^{-F_1} - e^{-F_2} + e^{-(F_1+F_2)} \quad (8.14)$$

可靠度等于 1 减失效概率，即

$$R_T = e^{-F_1} + e^{-F_2} - e^{-(F_1+F_2)} \quad (8.15)$$

用两个单元的可靠度表示总可靠度便为

$$R_T = R_1 + R_2 - R_1 R_2 \quad (8.16)$$

也可根据仅当两个单元失效后系统才失效这一事实推出可靠度的另一表达形式：

$$R_T = 1 - (Q_1 \times Q_2) \quad (8.17)$$

两个单元相同时，式(8.15)，(8.16)和(8.17)可分别简化为下式：

$$R_T = 2e^{-F} - e^{-2F} \quad (8.15a)$$

$$R_T = 2R - R^2 \quad (8.16a)$$

$$R_T = 1 - Q^2 \quad (8.17a)$$

积分适当的可靠度函数，可求出两个单元并联的平均无故障工作时间(MTTF)[1]. 将式(8.15)的 F 换成 λt 并积分 R 便得

$$m = \int_0^\infty R_T dt = \int_0^\infty (e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}) dt \quad (8.18)$$

可以单独积分每一项. 因为每个元件的失效率为常数，因此有

$$m = \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} \times \left(\frac{-\lambda_1}{-\lambda_1}\right) dt + \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} \times \left(\frac{-\lambda_2}{-\lambda_2}\right) dt$$
$$- \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} \times \left(\frac{-(\lambda_1+\lambda_2)}{-(\lambda_1+\lambda_2)}\right) dt$$

---

1) MTTF 为 “mean time to failure” 之缩写，它与 m 可互换使用.

$$= -\frac{1}{\lambda_1}\int_0^\infty e^{-\lambda_1 t}d(-\lambda_1 t) - \frac{1}{\lambda_2}\int_0^\infty e^{-\lambda_2 t}$$

$$+ \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}\int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}d[-(\lambda_1+\lambda_2)t]$$

$$= -\frac{1}{\lambda_1}\left[e^{-\lambda_1 t}\right]_0^\infty - \frac{1}{\lambda_2}\left[e^{-\lambda_2 t}\right]_0^\infty$$

$$+ \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}\left[e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right]_0^\infty$$

$$= -\frac{1}{\lambda_1}(0-1) - \frac{1}{\lambda_2}(0-1) + \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}(0-1)$$

$$= \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2} \tag{8.19}$$

上面详细介绍了计算这个积分的全部步骤，以后计算m时将省去一些中间步骤.

$\lambda_1 = \lambda_2$时，式(8.19)可简化为

$$m = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{3}{2\lambda} \tag{2.19a}$$

8.2.2 只需一个能正确工作的三单元并联系统

如图 7.12 所示，当有三个单元并联而只需要一个正确工作时，必须三个全部失效后系统才失效，因此系统的失效概率为

$$Q_1 \times Q_2 \times Q_3 = (1 - e^{-F_1})(1 - e^{-F_2})(1 - e^{-F_3})$$

展开此式便得

$$1 - e^{-F_1} - e^{-F_2} - e^{-F_3}$$
$$+ (e^{-F_1} \times e^{-F_2}) + (e^{-F_1} \times e^{-F_3})$$
$$+ (e^{-F_2} \times e^{-F_3}) - (e^{-F_1} \times e^{-F_2} \times e^{-F_3})$$

既然可靠度为 1 减失效概率，因此可靠度可写为

$$R_T = e^{-F_1} + e^{-F_2} + e^{-F_3} - e^{-(F_1+F_2)} - e^{-(F_1+F_3)}$$
$$- e^{-(F_2+F_3)} + e^{-(F_1+F_2+F_3)} \tag{8.20}$$

此式又可表为

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 - R_1 \times R_2 - R_1 \times R_3 - R_2 \times R_3 + R_1 \times R_2 \times R_3 \tag{8.21}$$

用失效概率表示，便得

$$R_T = 1 - Q_1 \times Q_2 \times Q_3 \tag{8.22}$$

三个单元相同时，也可将三单元并联，而只需要一个正确工作的式(8.20)，(8.21)和(8.22)分别简化为:

$$R_T = 3e^{-F} - 3e^{-2F} + e^{-3F} \tag{8.20a}$$

$$R_T = 3R - 3R^2 + R^3 \tag{8.21a}$$

$$R_T = 1 - Q^3 \tag{8.22a}$$

只需用一个单元的三单元并联系统的MTTF的计算方法如下.

在失效率不同时式(8.20)中的F可用λt代替，并进行积分便得

$$m = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_3} - \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_3} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \tag{8.23}$$

失效率相同时便为

$$m = \frac{3}{\lambda} - \frac{3}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} = \frac{18}{6\lambda} - \frac{9}{6\lambda} + \frac{2}{6\lambda} = \frac{11}{6\lambda} \tag{8.23a}$$

8.2.3 只需两个能正确工作[1]的三单元并联系统

容易计算上述并联系统的可靠度，从1减去失效概率即可，因为系统失效只有一种途径，即当所有并联单元都失效后系统才失效，这是最简单的解决办法. 不过，假如象图7.19

1) 即所谓表决系统. 三个系统中以二个系统的共同结果为准，这里假设表决系统是绝对可靠的——译校者注.

那样，三个并联单元需要两个正确工作时，可靠度函数便要用别的方法来推导，因为使系统失效有四种途径，而不是只有一种。如果考虑系统成功的途径，可靠度的推导就比较简单了。并联单元的失效不多于一个，系统便会成功。因此有四种成功的情况：没有失效；A 单元失效(而 B 和 C 都不失效)；B 单元失效（而 A 和 C 都不失效）；C 单元失效（而 A 和 B 都不失效）。从数学上讲，这些情况可表为：

$R_1 \times R_2 \times R_3$(没有失效) $+ Q_1 \times R_2 \times R_3$($A$ 失效)$+ R_1 \times Q_2 \times R_3$ (B 失效) $+ R_1 \times R_2 \times Q_3$($C$ 失效)。可靠度的表达式可简化如下式：

$$R_T = R_1 \times R_2 \times R_3 + Q_1 \times R_2 \times R_3 + R_1 \times Q_2 \times R_3 + R_1 \times R_2 \times Q_3$$

$$= R_1 \times R_2 \times R_3 + Q_1 \times R_2 \times R_3 \times \frac{R_1}{R_1} + R_1 \times Q_2 \times R_3 \times \frac{R_2}{R_2} + R_1 \times R_2 \times Q_3 \times \frac{R_3}{R_3}$$

$$= R_1 \times R_2 \times R_3 + R_1 \times R_2 \times R_3 \times \frac{Q_1}{R_1} + R_1 \times R_2 \times R_3 \times \frac{Q_2}{R_2} + R_1 \times R_2 \times R_3 \times \frac{Q_3}{R_3}$$

$$R_T = (R_1 \times R_2 \times R_3) \times \left(1 + \frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2} + \frac{Q_3}{R_3}\right) \quad (8.24)$$

各个单元相同时，此式可简化为

$$R_T = R^3 \left(1 + 3\frac{Q}{R}\right) \quad (8.24a)$$

各个单元相同时，又可从公式 (2.24) 的第一个等式直接推出下述更常用的公式：

$$R_T = R^3 + R^2Q + R^2Q + R^2Q = R^3 + 3R^2Q \quad (8.24b)$$

此式也可改写为

$$R_T = R^3 + 3R^2(1 - R) = R^3 + 3R^2 - 3R^3$$
$$= 3R^2 - 2R^3 \qquad (8.24c)$$

可以说，此式是三中取二系统的可靠度表达式的最常见的形式。

三单元并联系统只容许一个失效时，可以在推导可靠度表达式公式（8.24）的第一个等式中用 λt 代替 F 后求出该系统的 MTTF。

$$m = \int_0^\infty (R_1R_2R_3 + Q_1R_2R_3 + R_1Q_2R_3 + R_1R_2Q_3)dt$$
$$= \int_0^\infty [e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} + (1 - e^{-\lambda_1 t})e^{-(\lambda_2+\lambda_3)t}$$
$$+ (1 - e^{-\lambda_2 t})e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} + (1 - e^{-\lambda_3 t})e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}]dt$$
$$= \int_0^\infty [e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} + e^{-(\lambda_2+\lambda_3)t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t}$$
$$+ e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} + e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$$
$$- e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t}]dt$$
$$= \int_0^\infty [e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} + e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} + e^{-(\lambda_2+\lambda_3)t}$$
$$- 2e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t}]dt$$
$$= \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_3} + \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_3} - \frac{2}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} \qquad (8.25)$$

各个单元相同时，可简化为

$$m = \frac{3}{2\lambda} - \frac{2}{3\lambda} = \frac{5}{6\lambda} \qquad (8.25a)$$

自然，从式（8.24a）或（8.24b）也可得到相同的结果，而从式（8.24c）更容易得到这个结果。

8.2.4 只需一个单元能正确工作的 n 单元并联系统

有三个以上的并联单元时，绝大多数情况所有单元都是

相同的．因此下面的推导只考虑各单元相同的情况．若读者愿意，可以照上述不同三单元所用的方法，推导不同多单元冗余系统的各个公式．这里我们考虑三种情况：(1)只需一个单元正确工作，(2)只容许一个单元失效，(3)容许任意个单元失效．

三单元以上的多单元冗余系统只需一个单元正确工作时，若将三单元的公式(8.20)到(8.23a)的推导方法推广到包括增加的单元数，便可求出多单元系统的可靠度表达式和平均无故障工作时间表达式．这些等式中，n 为单元总数，$n-1$ 为容许的失效单元数．三个等价的可靠度表达式是

$$R_T = ne^{-F} - \frac{n(n-1)}{2}e^{-2F} + \frac{n(n-1)(n-2)}{2\times 3}e^{-3F} - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2\times 3\times 4}e^{-4F} + \cdots(\pm)e^{-nF} \tag{8.26}$$

$$R_T = nR - \frac{n(n-1)}{2}R^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}R^3 - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}R^4 + \cdots + (\pm)R^n \tag{8.27}$$

$$R_T = 1 - Q^n \tag{8.28}$$

对式(8.26)的整个表达式进行积分后并项、化简，便可推导出平均无故障工作时间为

$$m = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} + \frac{1}{4\lambda} + \cdots + \frac{1}{n\lambda} \tag{8.29}$$

从上述各公式尤其式(8.28)可以看出，随着并联单元的增多，总的可靠度将迅速接近于1，相差只有 Q^n．不过，如式(8.29)所示，m 并不迅速增加，每增加一个并联冗余单元，对系统的 MTTF 的贡献没有对前者的贡献大．

8.2.5 只许一个单元失效的 n 单元并联系统

只容许一个单元失效时，若将式(8.24a)至式(8.25a)加以推广，便可求出可靠度表达式和平均无故障工作时间表达式。n 单元并联系统失效不多于一个时，三个等价的可靠度公式是

$$R_T = R^n\left(1 + n\frac{Q}{R}\right) \tag{8.30}$$

$$R_T = R^n + nR^{n-1}Q \tag{8.30a}$$

$$R_T = nR^{n-1} - (n-1)R^n \tag{8.30b}$$

当 $R = e^{-\lambda t}$、把式(8.30b)直接积分便得

$$m = \frac{n}{(n-1)\lambda} - \frac{n-1}{n\lambda} \tag{8.31}$$

8.2.6 容许两个或更多个单元失效的 n 单元并联系统

并联三单元以上而容一个以上的单元失效时，可用二项式展开式计算可靠度和平均无故障工作时间。第 3.2 节中曾经讲过，二项式的各项表示一个并联系统没有一个、有一个、两个、三个… r 个单元失效的概率[1]。如有 n 个并联单元，展开式便总共有 $n+1$ 项；若容许 r 个单元失效，便要将前 $r+1$ 项加起来计算系统的可靠度。

$$R_T = R^n + nR^{n-1}Q + \frac{n(n-1)}{2}R^{n-2}Q^2 + \cdots + \frac{n!}{r!(n-r)!}R^{n-r}Q^r \tag{8.32}$$

---

1) 不要将 R(可靠度)与 r(容许失效数)混淆．本书之所以使用这两个字母符号，是因为它们常常出现在文献中．我们应当注意，以免发生混淆．也应注意，在讲“可靠性估计：属性法”的第十三章和表 C.3 中，又用字母 f 而不用 r 表示实际出现的失效数．

$$m = \int_0^\infty \Big\{ e^{-n\lambda t} + n[e^{-(n-1)\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})] + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\times [e^{-(n-2)\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^2] + \cdots + \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\times [e^{-(n-r)t}(1 - e^{-\lambda t})^r] \Big\} dt$$

$$= \int_0^\infty \Big\{ e^{-n\lambda t} + n[e^{-(n-1)\lambda t} - e^{-n\lambda t}] + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\times [e^{-(n-2)\lambda t} - 2e^{-(n-1)\lambda t} + e^{-n\lambda t}] + \cdots$$

$$+ \frac{n!}{r!(n-r)!}[e^{-(n-r)\lambda t} - re^{-(n-r+1)\lambda t}$$

$$+ \cdots (\pm) e^{-n\lambda t}] \Big\} dt$$

$$= \frac{1}{n\lambda} + n\left[\frac{1}{(n-1)\lambda} - \frac{1}{n\lambda}\right] + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\times \left[\frac{1}{(n-2)\lambda} - \frac{2}{(n-1)\lambda} + \frac{1}{n\lambda}\right] + \cdots$$

$$+ \frac{n!}{r!(n-r)!}\left[\frac{1}{(n-r)\lambda} - \frac{r}{(n-r+1)\lambda}\right.$$

$$\left. + \cdots (\pm) \frac{1}{n\lambda}\right] \qquad (8.33)$$

自然，此式的第一项为 $1/n\lambda$，第二项可简化为

$$n\left[\frac{1}{(n-1)\lambda} - \frac{1}{n\lambda}\right] = \frac{n}{(n-1)\lambda} - \frac{n}{n\lambda} = \frac{n^2 - (n^2 - n)}{n(n-1)\lambda}$$

$$= \frac{n}{n(n-1)\lambda} = \frac{1}{(n-1)\lambda}$$

第三项可简化为 $1/(n-2)\lambda$，等等．因此，式(8.33)可简化为

$$m = \frac{1}{n\lambda} + \frac{1}{(n-1)\lambda} + \frac{1}{(n-2)\lambda} + \cdots + \frac{1}{(n-r)\lambda} \qquad (8.33a)$$

式中 n 为并联单元的总数，r 为容许的失效单元数.

注意，只容许一个单元失效时，便用头两项，式(8.33)便简化为

$$\frac{1}{n\lambda}+n\left[\frac{1}{(n-1)\lambda}-\frac{1}{n\lambda}\right]=\frac{1}{n\lambda}+\frac{n}{(n-1)\lambda}-\frac{n}{n\lambda}$$
$$=\frac{n}{(n-1)\lambda}-\frac{n-1}{n\lambda}$$

也应注意，只需一个单元正确工作时，则 $r=n-1$，这时式(8.33a)便与式(8.29)相同，只是顺序相反.

8.3 后备系统

我们记得，后备系统是这样一种系统：其中工作单元数是不变的，一个单元失效后，便把这个单元修复到原来的状态，或者用另一个单元来顶替. 这种系统的可靠性数学模型比其它系统的数学模型复杂. 要想建立这种模型，读者可以参阅本章第 3.3 节和已经引用过的巴佐夫斯基的著作的第九章和第十二章.

8.3.1 单元相同而无备用失效率的系统

这样的系统有最简单的模型：其中所有元件相同，失效检验（检查）和开关装置百分之百的可靠，而且备用失效率又为零. 这种两单元(一个单元备用)的系统的可靠度为

$$R_T=e^{-\lambda t}(1+\lambda t) \tag{8.34}$$

三单元(两个备用)系统的可靠度为

$$R_T=e^{-\lambda t}\left[1+\lambda t+\frac{(\lambda t)^2}{2}\right] \tag{8.35}$$

有任意相同单元数 n、$n-1$ 个单元备用的系统的可靠度为

$$R_T = e^{-\lambda t}\left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2} + \frac{(\lambda t)^3}{6} + \cdots + \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}\right] \tag{8.36}$$

后备冗余系统的平均无故障工作时间可以采用计算工作并联系统的平均无故障工作时间所用的相同的方法来计算，即是说，同样也是将可靠度函数积分。式(8.34)至式(8.36)的积分如下。根据式(8.34)有

$$R_T = e^{-\lambda t}(1 + \lambda t) = e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t}$$

$$m = \int_0^\infty [e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t}]\,dt = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt + \int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t} dt$$

$$= \int_0^\infty e^{-\lambda t} - \int_0^\infty t e^{-\lambda t} d(-\lambda t)$$

正如我们所知道的那样，第一项为 $1/\lambda$。第二项可用分部积分法[1]求积分。

$$-\int_0^\infty t e^{-\lambda t} d(-\lambda t) = -\left\{\left[t e^{-\lambda t}\right]_0^\infty - \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt\right\}$$

$$= -\left[t e^{-\lambda t}\right]_0^\infty + \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt$$

但 $e^{-\lambda t} = R$，因此 $te^{-\lambda t} = tR$；据式(8.12)的证明，$\left[tR\right]_0^\infty$的值等于零。因为 $\int_0^\infty e^{-\lambda t} dt$ 为 $1/\lambda$，因此第二项为 $0 + \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$，于是两单元的后备冗余系统的总的平均无故障工作时间为

$$m = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \frac{2}{\lambda} \tag{8.37}$$

---

1) 令 $u = t$，$dv = e^{-\lambda t} d(-\lambda t)$，因此 $du = dt$，$v = e^{-\lambda t}$，由 $\int u dv = uv - \int v du$ 得 $\int_0^\infty t e^{-\lambda t} d(-\lambda t) = \left[t e^{-\lambda t}\right]_0^\infty - \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt$。

积分等式(8.35)

$$R_T = e^{-\lambda t}\left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2}\right]$$
$$= e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t} + \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t}$$

得

$$m = \int_0^\infty \left[e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t} + \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t}\right] dt$$
$$= \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt + \int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t} dt + \int_0^\infty \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t} dt$$

从式(8.37)已知,此式头两项之和为 $1/\lambda + 1/\lambda$. 第三项的积分再用分部积分法[1]进行.

$$\int_0^\infty \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t} dt = \left[-\frac{\lambda t^2}{2} e^{-\lambda t}\right]_0^\infty - \int_0^\infty t e^{-\lambda t} d(-\lambda t)$$

用附录 A.3 中给出的公式(8.12)的证明方法,可以证明头一部分的值等于零;据式(8.37)的推导,第二部分等于 $1/\lambda$. 因此三单元后备系统的平均无故障工作时间为

$$m = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \frac{3}{\lambda} \tag{8.38}$$

正如我们所猜想的那样,式(8.36)的积分和附录A.3的证法表明,后面每一项的值都等于 $1/\lambda$. 因此,相同 n 单元后备冗余系统一单元工作、$n-1$ 个单元备用时,其平均无故障工作时间为

$$m = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} + \cdots \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \frac{n}{\lambda} \tag{8.39}$$

1) 令 $u = -\lambda t^2/2$, $dv = e^{-\lambda t} d(-\lambda t)$, 因此 $du = -\lambda t dt$, $v = e^{-\lambda t}$.

$$\int_0^\infty \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t} dt = \int_0^\infty -\frac{\lambda t^2}{2} e^{-\lambda t} d(-\lambda t) = \left[-\frac{\lambda t^2}{2} e^{-\lambda t}\right]_0^\infty$$
$$- \int_0^\infty (-\lambda t) e^{-\lambda t} dt = \left[-\frac{\lambda t^2}{2} e^{-\lambda t}\right]_0^\infty - \int_0^\infty t e^{-\lambda t} d(-\lambda t).$$

想一想可以看出：如果一个单元的平均无故障工作时间为 m，另一单元的平均无故障工作时间也为 m，第一个单元失效之前，第二个单元不工作，而且不工作不会失效，那我们可以推断，两个后备工作单元的组合平均无故障工作时间的确为 $2\times m=\frac{2}{\lambda}$. 同样，当每个单元的平均无故障工作时间为 m 时，三单元的组合平均无故障工作时间为 $3\times m=\frac{3}{\lambda}$，$n$ 单元的组合平均无故障工作时间为 $n\times m=n/m$.

8.3.2 单元不同而无备用失效率的系统

一个系统有两个后备工作单元（一个备用单元）、有不同恒定工作失效率 λ_1 和 λ_2 而无备用失效率时，此系统的可靠度由式(8.40)给出，附录 A.4 给出了此式的推导.

$$R_T=e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t}-e^{-\lambda_1 t}\right) \tag{8.40}$$

等式的形式表明，可靠度包括两部分：第一单元提供的可靠度和备用单元提供的附加可靠度. 为了便于将此式推广到包括两个或更多备用单元，把式(8.40)写成下面的形式：

$$R_T=\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right)+\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}e^{-\lambda_2 t}\right) \tag{8.40a}$$

三单元系统有两个为备用单元时，其可靠度由式(8.41)给出. 此式的推导与式(8.40)和式(8.40a)的推导是一样的.

$$R_T=\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\frac{\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\frac{\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_2}e^{-\lambda_2 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_3}\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_3}e^{-\lambda_3 t} \tag{8.41}$$

此式推广到包括任意个备用单元时便为

$$
\begin{aligned}
R_T = & \frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\frac{\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_1}\cdots\frac{\lambda_n}{\lambda_n-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2} \\
& \times\frac{\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_2}\cdots\frac{\lambda_n}{\lambda_n-\lambda_2}e^{-\lambda_2 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_3}\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_3}\cdots \\
& \frac{\lambda_n}{\lambda_n-\lambda_n}e^{-\lambda_3 t}+\cdots+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_n}\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_n}\frac{\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_n} \\
& \cdots\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_{n-1}-\lambda_n}e^{-\lambda_n t}
\end{aligned} \tag{8.42}
$$

式中 n 为单元总数，$n-1$ 为备用单元数.

将相应的可靠度函数积分便可算出有不同失效率的后备冗余系统的平均无故障工作时间. 两个、三个和 n 个单元的系统的等式(8.40a)，(8.41)和(8.42)的积分分别由式(8.43)，(8.44)和(8.45)给出. 积分等式(8.40a)便有

$$
\begin{aligned}
m &= \int_0^{\infty}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}e^{-\lambda_2 t}\right)dt \\
&= \frac{\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)\lambda_1}+\frac{\lambda_1}{(\lambda_1-\lambda_2)\lambda_2} \\
&= \frac{\lambda_2^2}{(\lambda_2-\lambda_1)\lambda_1\lambda_2}+\frac{\lambda_1^2}{(\lambda_1-\lambda_2)\lambda_1\lambda_2} \\
&= \frac{\lambda_2^2}{(\lambda_2-\lambda_1)\lambda_1\lambda_2}-\frac{\lambda_1^2}{(\lambda_2-\lambda_1)\lambda_1\lambda_2} \\
&= \frac{\lambda_2^2-\lambda_1^2}{(\lambda_2-\lambda_1)\lambda_1\lambda_2}=\frac{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_2+\lambda_1)}{(\lambda_2-\lambda_1)\lambda_1\lambda_2} \\
&= \frac{\lambda_2+\lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}
\end{aligned} \tag{8.43}
$$

积分等式(8.41)便得

$$
\begin{aligned}
m = \int_0^{\infty}\Bigg[& \frac{\lambda_2\lambda_3}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}e^{-\lambda_1 t} \\
& +\frac{\lambda_1\lambda_3}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}e^{-\lambda_2 t}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}e^{-\lambda_3 t}\Bigg]
\end{aligned}
$$

$$\times dt = \frac{\lambda_2\lambda_3}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\lambda_1} + \frac{\lambda_1\lambda_3}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\lambda_2}$$

$$+ \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)\lambda_3}$$

可以证明(附录 A.5),把上式三项加以简化、并项后,上式便为

$$m = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \tag{8.44}$$

从式(8.42)得

$$m = \int_0^\infty \left[\frac{\lambda_2\lambda_3\cdots\lambda_n}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\cdots(\lambda_n-\lambda_1)} e^{-\lambda_1 t} \right.$$
$$+ \frac{\lambda_1\lambda_3\cdots\lambda_n}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\cdots(\lambda_n-\lambda_2)} e^{-\lambda_2 t}$$
$$+ \frac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)\cdots(\lambda_n-\lambda_3)} e^{-\lambda_3 t} + \cdots$$
$$\left. + \frac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_{n-1}}{(\lambda_1-\lambda_n)(\lambda_2-\lambda_n)\cdots(\lambda_{n-1}-\lambda_n)} e^{-\lambda_n t} \right] dt$$

此式可简化为

$$m = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \cdots + \frac{1}{\lambda_n} \tag{8.45}$$

正如我们在第 8.3.1 节的讨论中所推断的那样,后备冗余系统没有备用失效率时,不管各个单元是否相同,该系统的平均无故障工作时间都为各个平均无故障工作时间之和:

$$m = m_1 + m_2 + \cdots + m_n = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \cdots \frac{1}{\lambda_n}$$

自然,这个结果是与严格数学证明所得结果完全相同的.

8.3.3 后备冗余并联系统

当一个系统要求工作单元在一个以上,而其它后备单元都作为替换单元时,这两种单元几乎总是相同的. 因此这里

仅就相似单元的情况,推导这种多单元冗余系统的可靠度.

如需 l 个单元,则系统失效率为 $l\lambda_i$,可靠度为 $\exp(-l\lambda_i t)$. 一个单元失效后,使用类似的一个单元去顶替. 因为我们假定,所有单元都有相同的失效率,而且它们都在失效率为常数(即功率老化之后和耗损之前)这一段时间内工作,所以未失效的单元的失效率和新顶替的单元的失效率仍为 $l\lambda_i$. 因此系统的失效率总是一个常数,于是可以把后备冗余系统考虑成失效率为 $l\lambda_i$ 的系统,并可用式(8.36)计算此系统的可靠度. 如有 n 个顶替单元,就容许有 n 次失效,则系统的可靠度为

$$R = e^{-l\lambda_i t}\left[1 + l\lambda_i t + \frac{(\lambda_i t)^2}{2} + \frac{(\lambda_i t)^3}{6} + \cdots + \frac{(l\lambda_i t)^n}{n!}\right] \tag{8.46}$$

进行积分也可求出平均无故障工作时间

$$m = \frac{1}{l\lambda_i} + \frac{1}{l\lambda_i} + \cdots + \frac{1}{l\lambda_i} = \frac{n+1}{l\lambda_i} \tag{8.47}$$

注意,式(8.46)和(8.4)中顶替单元有 n 个(总的单元数为 $n+l$ 个).

8.3.4 转换不完全可靠的后备系统

现在介绍使问题复杂化的两个附加因素. 第一,检查和转换装置不完全可靠,因而必须考虑它们的失效率. 如果我们假定系统的设计是这样:开关和检查工作只与备用单元相联系,而不影响先工作的工作单元;那么我们便可把两单元系统(一个备用单元)的式子(8.34)和(8.40)分别改写为式(8.48)和式(8.49).

$$R_T = e^{-\lambda t}(1 + R_{ds}\lambda t) \tag{8.48}$$

$$R_T = e^{-\lambda_1 t} + R_{ds} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}) \tag{8.49}$$

式中 R_{ds} 为检查装置和开关装置的可靠度. 同样，要是考虑到检查装置和开关装置的失效率，三单元和多单元后备冗余系统的各等式(8.35), (8.36), (8.41) 和(8.42)也就需要修正：第一项后面的每一项都应乘上一个修正因子 R_{ds}. 在单元不同的情况，必须首先把式(8.41)和(8.42)表示成式(8.40)的形式,使得第一项为 $e^{-\lambda_1 t}$. 这要作相当多的代数运算,但是按照附录 A.6 的步骤，总可推出需要的形式. 检查装置和开关装置的可靠度可以是指数函数，为了反映操作只有一次也可以是不依赖于时间,也可能是两者兼有，究竟为何者，要看检查装置和开关装置的性质和设计.

积分所用的可靠度函数也可求出这种系统的平均无故障工作时间. 检查装置和开关装置的可靠度表达式可能是不同的：检查装置可能失效率是恒定的，而开关装置却可能是一次使用的，失效率不是恒定的；因此 R_{ds} 应为 $R_d \times R_s$，这里 R_d 为检查装置的可靠度，R_s 为开关装置的可靠度. 实际表达式与具体的系统有关,因此这里将不给出它的积分. 不过，它的求法可按已经讨论过的或在附录中介绍的一般方法进行.

8.3.5 有备用失效率的后备系统

第二，不工作的单元常常也有一定的大于零的备用失效率. 运行时一个转动的机械零件，备用时可能由于冲击或振动而损坏它的轴承；电子元件所处的高温或其它环境应力可能在备用时就引起元件失效；液压系统或润滑系统可能由于液体粘度增加或沾污而产生失效，等等. 因此下面提到的公式中都考虑了备用失效率. 两个公式都是两单元系统的. 式(8.50)中假定了检查装置和开关装置是理想的，而式(8.51)中

考虑了它们的可靠度．这两个等式中 λ_1 和 λ_2 为工作失效率，λ_3 为第二个单元的备用失效率．

$$R_T = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \lambda_3) - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t}\right) \quad (8.50)$$

$$R_T = e^{-\lambda_1 t} + R_{ds}\frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \lambda_3) - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t}\right) \quad (8.51)$$

有备用失效率的三单元和多单元系统的可靠度表达式也可从没有备用失效率的三单元和多单元系统的相应的表达式推出来．最好先表成式(8.51)的形式，使我们可以清楚看出可靠度有两部分：一部分是第一个单元的可靠度，另一部分是后备系统附加的可靠度．附录 A.6 中有参考的推导方法．

8.3.6 并联冗余法和后备冗余法的比较

上面我们已比较详细地介绍了工作冗余系统和后备冗余系统的数学模型．现在可以比较它们相对的可靠度．无论哪种冗余法都能显著提高系统的可靠度；许多情况若不用某种形式的冗余法，可靠度的要求便不能满足．假如有一个系统，单由一个单元构成，它的可靠度为 0.90，如果用相似的两个单元，采用工作冗余法，系统的可靠度可提高到 0.990；如果采用后备冗余法，**只要失效检查装置和开关装置绝对可靠并且备用失效率为零**，系统的可靠度将提高到 0.995．

用黑体字排的那句话是重要的．要使两单元后备冗余系统与两单元并联工作系统一样可靠，检查装置和开关装置的失效概率不能超过一个冗余单元的失效概率的50％[1]．上例中组合可靠度必须至少为 0.95，才与一个工作系统正好无盈亏．而且常常也出现这种情况：两个单元并行去完成它们力所能

1) 单元在两个以上时，"无盈亏"的百分比将迅速减小．

及的工作时，两者都在较低的应力下工作，因而有较低的失效率和较高的可靠度. 所以有机会作选择时往往欢喜采用工作冗余系统. 不过，采用何种冗余系统还是取决于系统的性能特性；为了保持所要求的工作参数值，也可能需将各个单元逐一工作. 第十六章将联系到维修方面的考虑详细讨论这两种类型的后备系统的优缺点.

8.4 第七章中的某些逻辑图的数学模型

现在我们来考虑第七章的某些逻辑图的可靠度表达式. 冗余单元全是串联或全是并联的这种最简单的系统就不讲了，因为用上几节讲过的方法很容易算出它们的可靠度. 平均无故障工作时间也不推导，但不难用我们已经推出的公式加以计算.

考虑图 7.13 所示的串-并联结构时，要从所示的最小单元开始，经过一系列手续，才能建立起它的数学模型. 最小单元的定义是逻辑图的复杂部分中不能再分的那一部分. 图 7.13 中有两条并联主枝. 上枝可分成两个较小的并联分枝，而这两个分枝又连在一起与另一单元(一个线圈)串联. 这两个较小的分枝中，上面一个分枝又可再分成三个串联组，每组由一个电容器和一条保险丝组成. 这些组不能再细分了，它们就算是最小单元.

因此第一步是计算每个电容器-保险丝的可靠度. 假定我们不知道是否可以使用指数函数，因此我们使用每个元件的可靠度而不用失效率来推导总的可靠度. 从简单的两单元并联组的公式(8.16)可以看出，每对电容器-保险丝的可靠度 R_p 为

$$R_p = R_{c_1} + R_f - R_{c_1} \times R_f$$

式中 R_{c_1} 为该电容器的可靠度，R_f 为保险丝的可靠度. 因为三对是串联的，因此由式（8.1）可知，三对串联的可靠度为 $R_{p_1} \times R_{p_2} \times R_{p_3}$，这里 R_{p_1} 为第一对的可靠度，R_{p_2} 为第二对的可靠度，等等. 假定三对是等价，因此可靠度简化为 R_p^3. 这三组组成的一枝与一个电阻器和一个可变电容器并联. 后两者的可靠度为 $R_{r_1} \times R_{vc_1} = R_{rc}$，因此下一步的计算是求两个分枝组成的一个并联组的可靠度 R_y，一枝包括三对电容器和保险丝，另一枝包括一个电阻器和一个可变电容器. 再用式(8.16)计算便得

$$R_y = (R^3) + R_{rc} - [(R_p)^3 \times R_{rc}]$$

全枝就由这个组合体与线圈串联构成，再用式(8.1)计算便可求出该主枝的可靠度：

$$R_{L_1} = R_y \times R_{\text{coil}_1}$$

同样，下一主枝的可靠度 R_{L_2} 为

$$R_{L_2} = R_A \times R_V \times R_F \times R_s[R_{r_2} \times R_{Vc_2}] + [R_{\text{pot}} \times R_{c_2}] - (R_{r_2} \times R_{vc_2})(R_{\text{pot}} \times R_{c_2}) \times R_{\text{coil}_2}$$

式中 R_A，R_V，R_F，R_s，R_{r_2}，R_{V_2}，R_{pot}，R_{c_2} 和 R_{coil_2} 分别表示电流表、电压表、频率计、开关、第二个电阻器、第二个可变电容器、电位计、第二个电容器和第二个线圈的可靠度.

把两个主枝的可靠度加以组合，再次使用式(8.16)计算，便可求出总可靠度：

$$R_T = R_{L_1} + R_{L_2} - (R_{L_1} \times R_{L_2}) \tag{8.52}$$

用每个元件的可靠度代入上式全部展开，项数将会太多. 这里不便记下，因此留给读者去作练习.

使问题复杂化的另一情况产生于：当不同的失效模式在逻辑图中要用可区别的元素表示出来的时候. 串联系统中不一定要表示出各个失效模式，但冗余系统中却要将各个失效模式分别表示出来，因为采用冗余法后，各个失效模式一般

都在不同程度上得到防止．既然同一元件的不同失效模式是用不同的单元表示，因此表示这些失效模式的各个单元也就不再是独立的．如果一个元件失效于一种模式，一般说来它就不可能再失效于另一模式；例如，如果一个阀的失效模式是打不开，它便不可能有关不住的失效模式．

碰到这种有依赖关系的情况时，对付的一个办法是不考虑它．实践中这样作并未产生明显的差误．目前所得的各种失效模式的失效率还没有精确到足以反映这种依赖关系所引起的失效率的微小变化．的确，使用环境因子和应用因子(这些在下一章讨论)也未证实由于有依赖关系而改变失效率．其次，当失效率是在某一失效模式下得到的时，这时的失效率是实际出现的失效率，它已经考虑了失效模式的依赖关系．最后受影响的单元是冗余单元，微小的变化并不影响整个结果．因此，即使我们讨论的逻辑图中有些单元有依赖关系，我们也将这些单元作为独立单元来处理．

与图 7.14 对应的数学模型还是一个简单的模型．每个逻辑元件的可靠度是仅由所述的失效模式确定的．因此仅仅从漏泄失效形式或关闭失效形式没有依赖关系出发，来考虑一个检验阀的串联元件的可靠度．

尽管这个例子出发点有点不同，但为了一致起见，还是先考虑打开失效的可靠度，因为这是逻辑图的最复杂的部分．用式(8.16)可以求出可靠度 $R_{开}$ 为 $2R_a - R_a^2$，这里 R_a 为一个并联单元的可靠度．如假定 $R_{漏}$ 包括关闭和漏泄失效形式，则总的可靠度便为

$$R_T = R_{泵} \times R_{漏}^2 \times (2R_a - R_a^2) \qquad (8.53)$$

我们现在用已经讨论过的数学模型来建立图 7.16a 中的逻辑图的数学模型．每枝中有两个单元，因此“开路”失效模式这两枝的每一枝的可靠度为 R_0^2，组合可靠度为 $R_0^2 + R_0^2 -$

$R_0^2 \times R_0^2$, 加以简化便为 $2R_0^2 - R_0^4$.短路部分每一对“短路”单元的可靠度为 $2R_s - R_s^2$. 由于串联了两对, 因此可靠度为 $(2R_s - R_s^2)$. 总的可靠度 R_T 为

$$R_T = (2R_0^2 - R_0^4) \times (2R_s - R_s^2)^4 \qquad (8.54)$$

图 7.16b 的模型与此相同,只是 R_0 和 R_s 全都要互换.

不能用逻辑图正确表示的大多数工作关系都可用精确的数学模型来表示. 例如有一个类似单元的三中取二的并联系统(图 7.19)可表为式(8.24a),(8.24b) 和 (8.24c)的数学模型.

需要考虑依赖关系时, 可以建立适当的数学模型. 切捆伞线(图7.22)的情况, 如同大多数有依赖关系的情况一样,模型是比较复杂的. 为了建立这个模型, 需要确定所有相互排斥的成功途径. 总可靠度为各个途径的可靠度之和. 如有下述情况之一,便成功:

1. 线 A 和线 B 都未过早切断,且需要时两者都被切断;

2. 线 A 被过早切断,线 B 未被过早切断,需要时线 B 被切断;

3. 线 B 被过早切断,线 A 未被过早切断,且需要时线 B 被切断.

未被过早切断的概率(可靠度)就是切具不失效于这种模式的概率(可靠度).

$$R_{\substack{\text{过早}\\\text{切断}}} = R_{\substack{\text{切具1}\\\text{过早}}} \times R_{\substack{\text{切具2}\\\text{过早}}} \times R_{\substack{\text{切具3}\\\text{过早}}} = (R_{\substack{\text{切具}\\\text{过早}}})^3$$

可简记为 R_{cp}^3.

被过早切断的概率(不可靠度)为 1 减可靠度 $=1-R_{cp}^3$.

需要时切断的概率是至少一个切具工作的概率, 据式(8.22a), 此概率为 $1-Q_{\text{切断}}^3$. 因为 $Q = 1 - R$, 所以用可靠度表示时此概率为

$$1-(1-R_{\text{切断}})^3 \text{ 或 } 1-(1-R_c)^3$$

现在我们把这三个概率按上列三种成功情况组成总的可靠度.

$$R_T = R^3_{cp_A} \times R^3_{cp_B} \times [1-(1-R_{c_A})^3] \times [1-(1-R_{c_B})^3]$$

(线A未被过早切断) (线B未被过早切断) (需要时切断线A) (需要时切断线B)

$$+ (1 - R^3_{cp_A}) \times R^3_{cp_B} \times [1 - (1 - R_{c_B})^3]$$

(线A过早切断) (线B未过早切断) (需要时切断线B)

$$+ (1 - R^3_{cp_B}) \times R^3_{cp_A} \times [1 - (1 - R_{c_A})^3]$$

(线B过早切断) (线B未过早切断) (需要时切断线A)

既已假定线A与线B及有关切具是相同的，因此可删去A、B脚标，将上述各项合并如下:

$$R_T = R^6_{cp} \times [1 - (1 - R_c)^3]^2 + 2\{(1 - R_{cp})^3 \times R^3_{cp} \times [1 - (1 - R_c)^3]\} \qquad (8.55)$$

我们已研究了简单的串联系统直到比较复杂的工作和后备并联系统的数学模型.也以第七章的逻辑图为例建立了串-并联组合系统的数学模型. 在后几章讨论复杂系统的可靠性预测、分配和估计时,我们将介绍这些模型如何使用.

补 充 读 物

Amstadter, B. L.: "Calculations of Reliability: Predictions for the Apollo Spacecraft," North American-Rockwell Corporation, Downey, Calif., SID66-744, 1966, IDEP no. 347·40·00·00F1-47.

ARINC Research Corpoiation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc.. Englewood Cliffs. N. J., 1964.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practices," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Dummer, G. W., and N. B. Griffin: "Electronics Reliability: Calculation and Design," Pergamon Press, Ltd., London, 1966.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

Shooman, M. L.: "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach," McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

Thomas, G. B. Jr.: "Calculus and Analytic Geometry," 3d ed., Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Mass., 1960.

第九章　元件可靠性预测

9.1　定义与应用

可靠性预测是一种预报方法，它是从所得的失效率数据预报一个部件、元件、子系统或系统实际可能达到的可靠度，预报这些元件或系统在特定的应用中符合性能要求和符合可靠性要求的概率.预报使用的数据是根据可靠性计划得到的，这计划包括研制生产过程中及使用中的数据的汇总分析. 这种预测提供的是现场使用设备的实际可靠度，不是研制阶段的可靠度.

可靠性预测对整个可靠性工作有几个好处. 可靠性工作的目的是在性能、重量、成本、时间和其它要求的约束下实现并保持实际最高的可靠度，因此就应当采用预测以促进这个工作. 最好在项目的预研及初步设计阶段，用及时有效的方法完成预测工作. 不过，单单预测数值本身是没有多大用处的. 预测的实际贡献是，借助预测的结果可以阐明这些数值的意义、各系统元件的可靠度之间的关系，以及改进系统可靠性的方法. 只有这些工作完成后，才能得到最佳的系统.

只要有可能，可靠性预测都应包括元件应用的考虑.工作应力（电压、功率、温度、反向机械应力等）对元件失效率和寿命有很大影响. 失效率数据手册中给出了这些应力的大多数对可靠性的影响，或者给出增额（或降额）因子，或者直接给出失效率值与应力水平的函数关系，这些应当在预测中考虑进去. 如果发现，元件的应用超过推荐应力水平，或者是在非

预定的环境下，便应当换用更适当的元件。有时也可采取增添冗余系统或类似措施来降低应力。我们可将可靠性预测工作更明确地说成是元件的应用分析[1]。

选择后备设计方案时，可靠性预测是特别有价值的。斟酌某一系统、子系统或某一设备的几个设计方案时，左右其选择的因素之一是这些方案的相对可靠度。比较各种冗余法，考虑不同元件时，同样也是如此。第十章举了前种比较的一个例子。后一情况的例子是，把电池的直流输出转换成400赫兹交流电源时估计转缸式发动机-固体换能器的可靠度。这两个例子，可靠度都是重要的考虑。

可靠性预测也可揭示哪些元件或组件是系统总失效概率最主要的贡献者。找出了问题的主要矛盾之后，便可采取必要的纠正措施，减小失效概率，改进系统。我们可以把我们的设计精力集中花在对系统最有利的地方。其它纠正措施，比如应用冗余系统，更换元件，制定定期维修程序，严格控制制造工艺和严格控制检验，也可采用。此外，当预测表明按常规研制力量容易满足可靠性目标时，就可节省不必要的研制费用，将资金用于要求作更多工作的其它方面。

这只是可靠性预测在提高系统可靠性中的一部分重要应用。本章后几部分和下几章里，还可以明显看到其它应用。最好是回想一下我们前面的讲法：预测本身并无多大价值，仅当预测结合实际后才会感到预测的好处。

9.2 元件失效率

可靠性预测考虑的几个主要因素是，实验室条件下的基

1) 原作者这句话是不对的，可靠性预测的重要内容之一是工艺可靠性例如焊接质量，……等等——译校者注。

本失效率(通常说的失效率就指基本失效率),环境对基本失效率的影响(环境因子),设备工作水平的影响(降额因子),通-断次数和工作总小时数,以及失效分布的性质等. 另一必须考虑的因素是系统结构(冗余类型和冗余度,维修措施的性质与频数,每一种元件失效模式及其对系统的影响).

预测系统的可靠度通常都是[1](虽不总是)以预测系统中的元件或组件的可靠度为基础.所有元件的可靠度确定以后,把这些元件的可靠度适当地组合起来就可得出系统的可靠度. 以元件的可靠度预测系统的可靠度有三种方法,这个问题在下一章讨论. 本章主要讨论各个元件的可靠性预测.

大多数可靠度预测都是利用第三章讨论过的指数分布.现有的绝大多数失效率数据都是基于常失效率的假设推出的,或者至少是基于这个假设预测的. 这种假设之所以可信,是因为元件在使用之前已预先经过老化,因此元件是在它们的正常使用期中工作的. 适当组合元件的可靠度来预测系统的可靠度时,常失效率的假设也使可靠度预测的计算方便一些.

第一步是确定基本失效率. 失效率数据可以从两个方面(工业界和政府方面)得到. 不幸,这些数据大都不精确,或者不一致,要想最后的预测有意义,必须审慎选择适当的数据. 另一方面,由于预测通常都是用来得到元件或系统可靠度的大体的概念,或者是用来比较备用设计方案,因此上面的缺点就并不严重,仍可得到有用的预测数据.在只是评价一个元件的情况,我们只关心可靠度的数量级或程度,即可靠度是0.90还是0.99,因此上面得到的数据其精确度足以作这种区分. 虽然这些数据没有精确到足以判明所讲的0.99的可靠度究竟

1) 这是很不全面的,应包括工艺设计等——译校者注.

实际上是 0.991 呢，抑或是 0.989，甚至是 0.98 呢，但预测单个元件时我们极少考虑这样的精确度.

当我们对两种或两种以上的备用结构进行选择时，我们对绝对值的兴趣就没有对相对值那么大了. 只要我们在选择和利用失效率数据时保持前后一致，即使不能确知绝对预测值，也能确定不同备用结构的相对得失. 因此，尽管失效率数据并不都符合我们的要求，但它们仍然是非常有用的.

9.2.1 应用失效率

获得元件应用失效率有两个有效的方法. 第一个方法是，根据不同的应用环境，对基本失效率乘上适当的修正因子(系数)加以修正，大多数情况，例如在导弹中所经历的那样，修正因子是多种环境的组合环境的修正因子. 某些电子元件的温度和辐射环境的修正因子已经有了，但是，象冲击、振动和噪声等动态环境的各个修正因子，目前在文献中是不象组合环境的修正因子那样容易查到的.

第二个方法是，使用实际应用中的失效率数据. 不过，真正的环境可能不知道，比如，装在飞机上的设备采用隔离装置后，便得不到该设备的环境数据. 有时，我们根据新的应用直接修正应用失效率，或者将应用失效率除以适当的环境因子，求出基本失效率，然后再把基本失效率换算成新应用的失效率.

无论哪种方法都有不确定的因素. 确定环境因子是可靠性预测中最需要慎重的一个方面. 已有两种失效率数据（基本的和应用的)时，应当两者都使用，借以证实最后的失效率，减小预测发生重大差误的可能性. 本章的例子限于使用基本失效率和环境因子，这并不排斥应用失效率一样可以得出有效的结果.

9.2.2 环境影响

我们已经提过，精确的环境因子是得不到的；讲应用失效率时又提出过要知道应用环境的问题。那么我们能否不重视新的应用环境呢？当然不是。要关心我们在预测中使用的一些失效率数据是有理由的，但这绝不能减轻我们弄清元件将会碰到的新环境的责任。假如原有失效率有 50% 的误差，若忽略新的环境，也许会有 500% 的误差，那就把问题弄复杂了，这是不应当的。的确我们应当绝对避免出现比原有误差更大的误差。

此外，清楚知道新环境还能对某些折衷考虑提供有价值的情报。可能建议多分配一些重量以配备冷却设备或减振设备，从而大大降低失效率。这些考虑是不依赖原有失效率的。如果我们想提出提高可靠度的建议，新环境的情报是必不可少的。如果预测不是正好用于这样的目的，预测有什么价值呢？

上面关于了解新环境的必要性的讨论并不是说环境的所有要素都得精确知道。知道是必要的。但是精确知道环境，例如振动水平在 6 和 7 个重力加速度之间，正常情况下即使是可能的也不必要花费过多的费用去确定精确的振动水平。这种情况，好好估计一下一般水平就足够了[1]。不过，190℃ 和 210℃ 的温度差别对某些电子元件(例如半导体二极管)却是非常重要的，因为这种差别可能是成败的差别。每种环境应当分开考虑，要与环境专家商议。他们提出的建议可能节省相当多的试验经费，也可能对可靠性有重大改善。一般说来，动态环境变化不大（小于 25%）时，不会引起失效率有大

1) 原文这一段是不完全的。由于环境条件本身是一个随机变量，它有一定的散布度，所以确切的值是不存在的，只存在一个范围 ——译校者注。

变化[1]；但是温度的变化，特别是在额定的最高温度附近变化，可能对元件寿命有很大影响.

环境状况一经决定是实际可能的，就要考虑环境对失效率的影响.

如前所述，选择适当的环境因子 k 是最重要的任务，因而也是可靠性预测中最困难的问题. 若选择不精确的因子 k，即使测定的基本失效率误差很小，也可能使实际失效率有高达 100 倍的误差. 因此预测时应按实际需要精确求出环境因子. 复杂工作中，比如卫星发射和上轨，往往牵涉到一组环境（例如地面、发射、分离和轨道），因此通常要将这种工作分成几个阶段，每一阶段各用适当的因子 k.

有几种资料其中可以查出因子 k. 这些资料有的包括有失效率数据. 其它资料可在各公司的可靠性手册中查找（这些手册有许多是索取即得）. 有些数据资料，比如"海军失效率数据手册"给出了使用中实际观察到的总失效率. 先把这种失效率换算成基本（实验室）失效率，然后乘上一个因子，用于新的应用. 如果观察的失效率是可用的，也可直接使用. "海军失效率数据手册"中有应用方面（例如飞机或火箭方面）的数据，不过象装配方法、振动隔离或实际工作温度这些数据却没有. 附录 C 列出了一般可以得到的某些失效率资料. 这些资料并不完整，因为新的资料将不断发表.

9.2.3 降额[2]

除了要使用适当的环境增额因子外，也得考虑降额因子.

1）原文作者太偏重于电子元器件及温度等因素. 对于机械应力及机械另组件，25% 动态环境变化有时不是一个小事——译校者注.

2）即使是电子元器件，也并不是都在降额下工作会提高可靠性，需要分别对待——译校者注.

基本失效率，特别是电子元件的基本失效率，都是在额定值(温度、电压、功率等)下工作得出的．但大多数元件都是在低于最大额定值的条件下工作，这种降额措施有降低失效率、提高可靠度的作用．失效率降低的数量并不与工作水平的降低成正比例，存在一个极限水平，降到这一水平后，再降低就没有多大作用了．必须单独确定降额的影响．电子设备目前已有一些降额曲线和图表，给出了不同降额工作水平和不同温度下的失效率百分比，或者满额工作水平的不同百分比下的实际失效率．“海军失效率数据手册”给出了许多常用部件降额工作的失效率数据，对政府规范的元件讲这个手册也是一个良好的失效率数据资料．

9.3 任务失效率

一个元件或部件的基本失效率通常都是以每千小时的百分比或以每百万小时的失效数表示的．计算元件的任务失效率的第一步是把基本失效率换成每小时失效率．然后用适当的降额因子乘每小时失效率，便得元件或部件的降额失效率(给出了降额失效率时，可直接使用这个数值)．再把所得的降额失效率乘以环境因子 k，便得一个元件在工作条件下的每小时基本失效率．

下一步是计算元件的任务失效率．即把上面所得的元件的基本失效率乘以每一任务的工作小时数．先举一个简单的例子，说明上面所讲的分步计算的步骤．假定元件是在下述条件下使用：

基本失效率……满额工作下 0.05%/1000 小时．

降额因子……40%——工作条件把基本失效率降到40%．

环境因子 k…… 50——包括冲击、振动等条件.

任务时间…… 100 小时.

工作时间……任务时间的 75%.

未工作失效率…… 0.

1. 先把基本失效率换成每小时失效率

0.05%/1000 小时 = 0.0005 失效/1000 小时 =0.0000005 失效/小时(=0.5×10^{-6} 失效/小时).

2. 将此数值乘以降额因子 (40% = 0.40):

$0.5 \times 10^{-6} \times 0.40 = 0.2 \times 10^{-6}$ 失效/小时

3. 再把降额失效率乘以因子 k:

$0.2 \times 10^{-6} \times 50 = 10 \times 10^{-6} = 1.0 \times 10^{-5}$ 失效/小时

4. 最后求出每一任务的工作小时数并用此值乘每小时失效率:

100 小时 (任务小时) × 0.75 (工作小时) = 75.0 工作小时/任务

$$1.0 \times 10^{-5} \times 75.0 = 7.5 \times 10^{-4}$$

$$= 0.00075 \text{(每一任务的失效率)}$$

$$\text{任务可靠度为 } e^{-0.00075} = 0.99925$$

以后可根据逻辑图和数学模型把所有各单元的任务失效概率近似组合起来,求出任务失效概率,再换成可靠度.

有时也可用简捷算法,减少运算量. 简捷算法往往用于两种可能情况,都是关于因子 k 和工作时间的,不过这两种方法只适用于串联单元.假如同一因子 k 适用于所有串联单元,便可在用 k 乘每个单元的失效率之前又快又容易地求出所有串联单元的组合失效率, 从而省去计算每个单元的失效率这一步骤[1].

---

1) 不难看出,若并联单元组也采取这种简捷算法,会产生错误的结果. 假定

第二，如果一个组件或子系统的所有串联单元的工作小时都相同，便可用工作小时乘串联单元的组合失效率，作一次乘法，而不必分别乘每个单元的失效率。这又省去计算每个串联单元的失效率[1]。

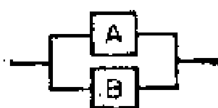
9.3.1 未工作失效率

我们从一个单元在一种环境中这种简单的例子出发，推广到许多越来越复杂的系统和任务，说明确定失效率时可能碰到的各种考虑和容易弄错的地方。

首先，上例中要假定，单元在未工作时失效率为0。不过许多情况下，一个未工作的单元往往有一定的失效率，因此可能出现这种情况：单元在以后的任务中还没有工作时，单元件已经失效了[2]。例如，一个引火装置可能由于对射频的敏感而过早爆炸；一个要求处于关闭状态的螺旋管阀门可能由于冲击或振动而打开；一个泵在运输期间它的轴承可能损坏，因而执行任务时泵就不能工作了。

于是，增加复杂性的又一个原因是未工作失效率不为零的情况。假定上例中未工作失效率为一般工作失效率的10%[3]，现在我们根据这个假设重新计算任务失效率。

有一个逻辑图，由两个单元组合：



假定每个单元的降额失效率为0.001/小时，因子k为100。用因子k乘降额失效率，使得每个单元的失效率。由于要A和B都失效后系统才失效，因此系统失效率为0.01($0.1\times0.1=0.01$)。若在乘k之前，先求系统失效率，然后再乘100，最后的系统失效率便为$(0.001\times0.001)\times100=0.001$，这是错误的。

1) 若这个方法用于并联单元组，会产生如上面所讨论的、同样性质的错误。

2) 未工作状态和存储状态常常视为相同，只是环境因子可能不一样。本章中，凡环境条件相同，便假定环境因子是一样的。

3) 这个数据是很不现实的。未工作失效率一般远远低于工作失效率好几个数量级——译校者注。

1. 先把每小时基本失效率乘以 10%(0.10):

$0.1 \times (0.5 \times 10^{-6}) = 0.05 \times 10^{-6}$ 失效/小时

2. 不用降额因子,因此省去这一步

3. 用因子 k 乘未工作基本失效率:

$0.05 \times 10^{-6} \times 50 = 2.5 \times 10^{-6} = 0.25 \times 10^{-5}$

4. 求出未工作小时数,并用此数值乘未工作失效率:

100 小时任务 − 75.0 小时工作 = 25.0 小时未工作

$0.25 \times 10^{-5} \times 25.0 = 0.625 \times 10^{-4} = 0.00006$(失效率/任务)

5. 工作和未工作失效率为串联关系,因此加起来便为任务的总失效率:

$0.00075 + 0.00006 = 0.00081$(失效率/任务)

工作和未工作的失效率都加以考虑时,任务的可靠度便为 $e^{-0.00081} = 0.99919$.

本例中任务的未工作失效率比工作失效率小得多,即使把前者忽略不计,对整个预测的影响也不很大[1]. 应当注意,未工作失效率是难于得到的,一般只好估计. 电子元件和组件在高温和辐射环境中的某些失效率是可以得到的.

一项任务的未工作失效率并不总是比工作失效率小得多,要省去未工作失效率务必小心. 例如卫星工作中,许多设备大部分任务时间里都不工作. 尽管每小时未工作失效率比每小时工作失效率低得多,但考虑相对时间时,未工作部分的失效率可能还比工作部分的失效率高.

另一例子是,发射时碰到的环境远比在轨道上碰到的环境苛刻. 在短时的任务中,发射部分未工作元件的总失效率远远大于轨道部分工作元件的失效率. 这种情况一般得用其

1) 由于所有数据(基本失效率、因子 k 等)有误差,因此精确度 ±50% 常常是容许的. 精确度 ±20% 能满足大多数计划的要求.

它方法来处理：把任务分成几个方面，然后分别考虑这几个方面．这是复杂性的又一个方面．

9.3.2 任务方面

我们已经讨论了宇宙飞船和卫星的发射和入轨．这样的任务至少包括三方面：地面工作、发射和入轨．载人宇宙飞船还要包括脱轨、重返大气层、着陆、着陆后等几个方面．此外，如果发射的火箭在一级以上，发射方面还可细分，增加入轨和分离两部分．如果任务包括空间应用，轨道方面也可分成几部分．从我们这里的需要来讲，只要考虑上面提到的前三个方面就足够了．再对这个任务的三方面定出适当的环境因子和时间，其结果列于表 9.1．

表 9.1 方面、环境因子和时间

方 面	因 子 k	时 间
地 面	5	24小时
发 射	400	0.10小时
入 轨	1	100天

任务方面	形式	失效率	降额因子	因 子 k	方面的时间（小时）	工作时间（%）	任务失效率
1.地面	工 作	(0.5×10^{-6})	$\times0.40$	$\times5$	$\times24$	$\times0.25$	$=0.000006$
	未工作	(0.5×10^{-6})	$\times0.05$	$\times5$	$\times24$	$\times0.75$	$=0.000002$
2.发射		(0.5×10^{-6})	$\times0.05$	$\times400$	$\times0.1$	$\times1.00$	$=0.000001$
3.上轨	工 作	(0.5×10^{-6})	$\times0.40$	$\times1$	$\times2400$	$\times0.50$	$=0.00024$
	未工作	(0.5×10^{-6})	$\times0.05$	$\times1$	$\times2400$	$\times0.50$	$=0.00003$
						合 计	$=0.000279$
							$=0.00028$
							（失效率/任务）*

* 注意，只精确到两位．

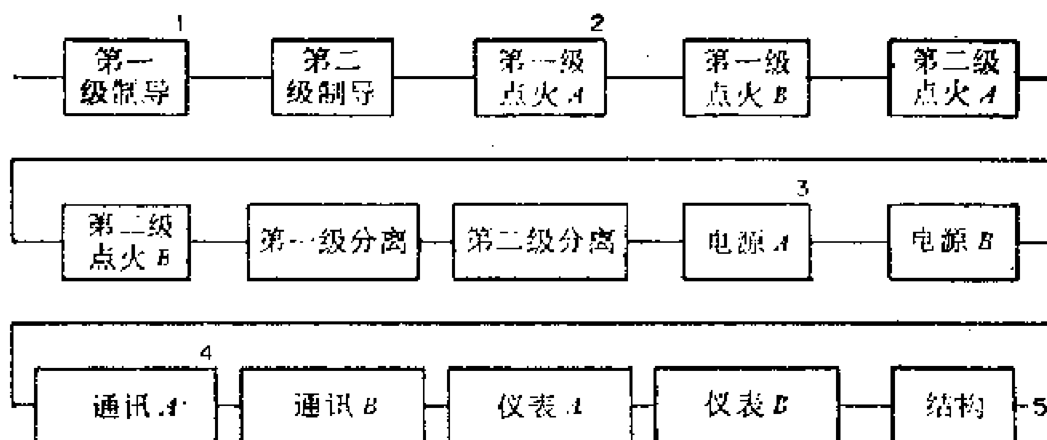
我们将用同一基本失效率 0.5×10^{-6} 失效/小时和同一降额因子 0.40，使用的工作时间为：地面上（检查和发射准备）为 25%，发射为 0%，入轨为 50%. 假定未工作失效率为工作失效率的 5%.

一般比较方便的是先确定每一方面所有单元的失效率，然后确定任务的总失效率. 任一系统或子系统的逻辑图随方面不同而异时，必须一次考虑一个方面. 其次，单元的总任务失效率只是用作参考数据，而不是用于计算总任务的可靠度预测. 在下面我们将要研究的更复杂的情况下，这一点更加清楚.

9.4 具体例子

我们还是考虑一个任务只包括三个方面(地面、发射和入轨)这种情况，这并不排斥这些方面在各个时期和各种环境下还包括几个小方面. 我们假定，发射必须在预定的时间内进行，因此地面的检查失效可能使任务失效. 为了说明方便起见，再加一个简化假设，就是关于各种系统和子系统的数目和结构的假设. 例如，为了避免讨论太长，将不示出其它系统和子系统，比如编程序系统和顺序控制仪以及姿态控制系统等. 下面的逻辑图在三个方面都将用到. 注释中给出了假设并说明了之所以要那样表示逻辑图的理由.

实际任务的逻辑图通常还要复杂些. 例如，如图 9.4 所示，点火系统的两部分可能各需一个电气系统. 比如，电气系统 A 激发点火系统 A，电气系统 B 激发点火系统 B. 没有办法表示真正的逻辑关系. 两次示出电源系统(一次用虚线，以免重复计算). 这种逻辑图发生误解的可能性最小. 图 9.5 中的逻辑图就不大正确了，因为第一级点火装置 A 失效并不排



(1)所有系统都合格后才开始发射．(2)每个发动机有两组点火器；任何一个发动机过早点火都会使任务失败．(3) 虽然只要一个电源系统就够了，但发射必须在两个电源系统合格之后才能进行．(4)关于电源系统"注3"也适用于通讯和仪表系统．(5)推进部份不能在地面检查，因此假定推进不易受地面失效因素的影响[1]．

图 9.1　地面检查方面的逻辑图．

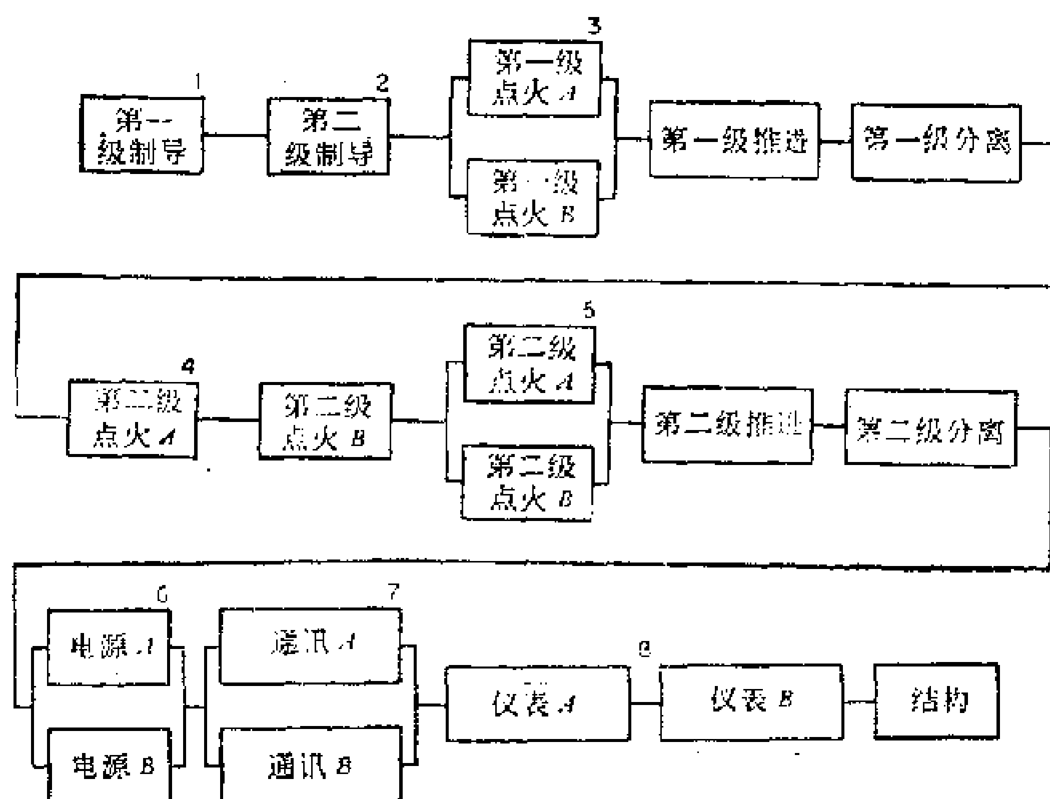
序使用第二级点火装置 B，发生误解的可能性是比较大的．逻辑图的问题第七章已作过比较详细的讨论．

一般说来，我们将使用与上面计算失效率的例子中所用的相同的因子 k 和任务各方面的时间．不过，有些 k 因子将随单元性质不同而异．表 9.2 列出了失效率与工作时间百分比．

然后按任务各方面逐一计算每个子系统的失效率(表9.3)．表的右列列出了工作状态和未工作状态每方面的失效概率．把所有子系统和所有方面的概率适当组合起来，便可得到整个系统的总失效概率(和可靠度)．元件和子系统的可靠度的组合方法有三种，将在下一章讨论．

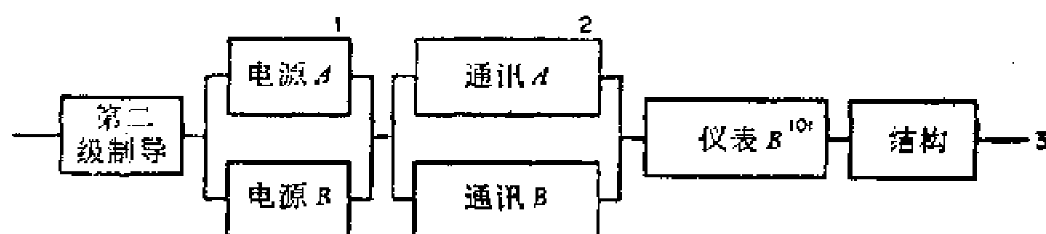
---

1) 原文作者这里的地面检查指的是发射前的地面检查．如固体发动机的装药在发射前就不再检查——译校者注．



(1)假定第一级制导为发射制导，用全部发射时间．(2)假定第二级制导为轨道制导．假定这级制导在发射时末工作，开始入轨时，时间计算由地面控制．(3)第一级点火系统 A 和 B 都能发动第一级推进部份．(4)第二级点火系统必须不过早工作，因此在第一级推进中用串联表示．(5)第二级点火系统 A 和 B 都能发动第二级推进部份．(6)有一个电源系统就够了．不过，如果一个失效，在轨道上就没有用了．(7)"注6"也适用于通讯系统．(8)如果任一仪表系统失效，都将得不到基本数据．只是在推进和分离时才用仪表系统 A．

图 9.2　发射方面的逻辑图．



(1)若发射方面有一个电源失效，在轨道上就不能用了．任务失效率的整个计算必须反映这一点．(2)"注 1"也适用于通讯系统．(3)这方面不需要的系统和子系统未画出．

图 9.3　轨道方面的逻辑图．

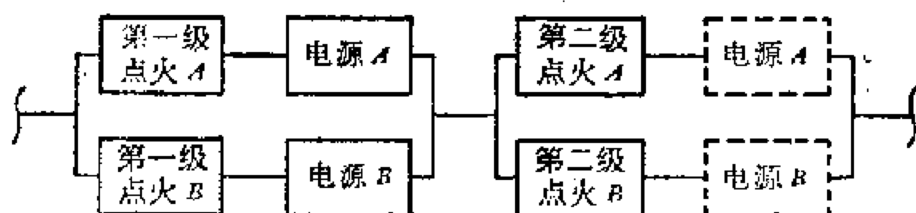


图 9.4 各点火系统加上相应电源的逻辑图.

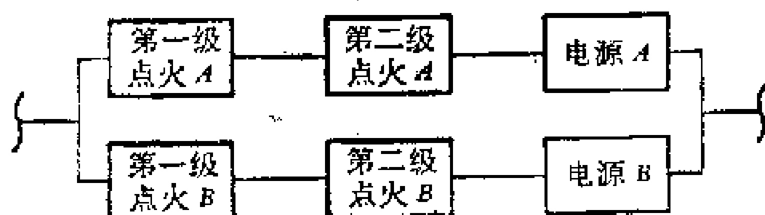


图 9.5 图 9.4 系统的另一逻辑图.

表 9.2 各子系统的失效率和工作时间百分比.

子系统	每方面的工作时间百分比[a]			每千小时的基本失效率	
	地面	发射	轨道	工作	未工作
第一级制导	25	100	不用	0.01	0.0001
第二级制导	25	0	100	0.01	0.0001
第一级点火	0	S.S.D.[b]	不用	0.1[g]	0.001
第二级点火	0	(c)	不用	0.1[g]	0.001
第一级分离	0	(c)	不用	0.01[g]	0.0001
第二级分离	0	(d)	不用	0.01[g]	0.0001
电源	75	100	100	0.02	0.0002
通讯	40	50	50	0.05	0.0005
仪表 A	40	100	不用	0.01	0.0005
仪表 B	60	0	100	0.01	0.0005
第一级推进	不用	50[e]	不用	0.05[g]	不用
第二级推进	不用	50	不用	0.05[g]	0.001
结构	100[f]	100	100	0.001	不用

a. 除另有注明者外,未工作百分比＝100－工作百分比. b. 瞬时使用装置 (S.S.D.＝Single-Shot-Device). c. 发射方面 50%不工作,因此为 S.S.D.. d. 发射方面 100%不工作,因此为 S. S. D.. e. 第一级推进时,发射方面的工作周期. f. 结构的 k 因子为: 地面,1; 发射,2000; 轨道,0.1. g. 每千次工作的失效率; 发射方面的 k 因子为 100,因为本身就是由动力产生的.

表 9.3 每方面每个子系统的失效率

子系统	任务方面	工作/末工作	每千小时基本失效率	时间*	因子 k**	每方面的总失效率
第一级制导	地面	工作	0.01	6	5	0.0003
	地面	末工作	0.0001	18	5	0.000009
	发射	工作	0.01	0.1	400	0.0004
第二级制导	地面	工作	0.01	6	5	0.0003
	地面	末工作	0.0001	18	5	0.000009
	发射	末工作	0.0001	0.1	400	0.000004
	上轨	工作	0.01	2,400	1	0.024
第一级点火	地面	末工作	0.001	24	5	0.00012
	发射	工作	0.1	工作一次	100	0.01
第二级点火	地面	末工作	0.001	24	5	0.00012
	发射	工作	0.1	工作一次	100	0.01
	发射	末工作	0.001	0.05	400	0.00002
第一级分离	地面	末工作	0.0001	24	5	0.000012
	发射	工作	0.01	工作一次	100	0.001
	发射	末工作	0.0001	0.05	400	0.000002
第二级分离	地面	末工作	0.0001	24	5	0.000012
	发射	工作	0.01	工作一次	100	0.001
	发射	末工作	0.0001	0.1	400	0.000004
电源	地面	工作	0.02	18	5	0.0018
	地面	末工作	0.0002	6	5	0.000006
	发射	工作	0.02	0.1	400	0.0008
	上轨	工作	0.02	2,400	1	0.048
通讯	地面	工作	0.05	9.4	5	0.0024
	地面	末工作	0.0005	14.4	5	0.000036
	发射	工作	0.05	0.05	400	0.001
	发射	末工作	0.0005	0.05	400	0.00001
	上轨	工作	0.05	1,200	1	0.06
	上轨	末工作	0.0005	1,200	1	0.0006
仪表 A	地面	工作	0.01	9.6	5	0.00048
	地面	末工作	0.0005	14.4	5	0.000036
	发射	工作	0.01	0.1	400	0.0004

续 表9.3

子系统	任务方面	工作/末工作	每千小时基本失效率	时间*	因子 k**	每方面的总失效率
仪 表 B	地 面	工 作	0.01	14.4	5	0.00072
	地 面	末工作	0.0005	9.6	5	0.000024
	发 射	末工作	0.0005	0.1	400	0.00002
	上 轨	工 作	0.01	2,400	1	0.024
第一级推进	发 射	工 作	0.05	工作一次	100	0.005
第二级推进	发 射	工 作	0.05	工作一次	100	0.005
	发 射	末工作	0.001	0.05	400	0.00002
结 构	地 面	工 作	0.001	24	1	0.000024
	发 射	工 作	0.001	0.1	2,000	0.0002
	上 轨	工 作	0.001	2,400	0.1	0.00024

* 时间=每方面的时间×适当的百分比．每方面的时间是：地面，24小时；发射，0.1小时；轨道上，2,400小时．表9.2给出了各个百分比．

** 见表9.2的脚注f和g．

9.5 数据估计

任务失效率中每个系统占的比例是可以评价和估计的．总失效率中比例占得大的那些系统是能够详细分析的，并能采取适当措施，减小这些系统的失效率．乍看起来，轨道方面的任务失效率中，通讯系统似乎占有很大比例． 但是逻辑图表明，通讯系统有冗余，在轨道期间，通讯系统的总失效概率实际上约为0.0036．同样，电源系统也有冗余，它在轨道方面的失效概率近似为0.0023．两级点火系统的工作也有冗余，相应的失效概率很低． 于是，总失效率中占主要部分的是第二级制导系统的失效率（在轨道上为0.024）和第二级仪表系统的失效率（在轨道上为0.024）． 因此应集中精力研究这两

个系统. 在这两个系统上花精力是值得的，并可客观地、定量地权衡轻重、任务目的和可靠度.

需要的话，可按任务方面重新安排数据，使得在计算任务每方面的失效概率时方便一些. 也可独立计算工作和未工作的失效概率. 如前例一样，后例中未工作状态的总失效率是比较小的，在进一步考虑时可不考虑. 不过，如果适当改变设计而大大减小工作失效率，则未工作失效率可能成为总失效率的比较重要的一部分. 根据实际经验，如果未工作失效率小于总失效率的 10%，如果在时间和环境上没有显著差异增加总的未工作失效率与工作失效率之比，则未工作失效率可以忽略不计[1].

补 充 读 物

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood, Cliffs, N. J., 1961.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practices," NcGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Dummer, G. W., and N. B. Griffim: "Electronics Reliability: Calculation and Design," Porgamon Press, Ltd., London, 1966.

Earles, D. R.: "Reliability Growth Prediction during the Initial Design Analysis, Proc. Nat. Symp. Reliability Quality Control, 7th, Philadelphia, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., New York, 1961, pp. 380—393.

Shooman, M. L.: "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach," McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

1) 作者在这里没有算入出厂后到使用之间的贮存（未工作）失效率，这一项有时候是完全不能忽略的——译校者注.

第十章 系统预测

10.1 引 言

预测系统的可靠性时，将要用到上面介绍过的许多方法．前面三章（逻辑图、数学模型和元件预测）讨论的方法是特别重要的．要对系统的可靠度作有意义的预测，必须知道各单元的工作关系，必须估计各单元的可靠度．

预测系统可靠度有三种不同的方法：第一，建立精确或半精确的数学模型并作有关的计算；第二，模拟法，通常叫蒙特卡洛法；第三，以限界法为例的确定上下限值的方法．第一个方法（数学模型）使用最多，因为大部分系统和子系统都可用数学方法描写．一般是先把系统细分成一些子系统，分别独立地预测子系统的可靠度；然后把预测所得的子系统的可靠度适当组合起来，预测整个系统的可靠度．不过有时系统、子系统或它们的相互关系特别复杂，建立数学模型是不现实的，有些情况甚至是不可能的．这时模拟法就有用处了．这种方法用计算机作大量重复计算得到成功-失效次数的数据从而统计出可靠度．它要用到随机数法．

上下限法是确定真正可靠度预测值所在的上下限范围的一种方法．上下限法比模拟法省时省钱，而且精确度也不逊于后者．不太复杂的系统使用上下限法时，还能比精确的数学模型法更快地得到系统的可靠度预测值．

10.1.1 准备工作

不管使用何种方法,除了简单的串联系统外,其它任何系统,我们都希望甚至通常必须先根据第七章讨论的原则画出系统逻辑图.系统复杂时,还得进行失效模式与影响分析.FMEA[1].这种分析的目的是指出每个元件的各种可能的失效模式及其对元件和系统的影响,以及有关信息.完整的失效模式与影响分析包括:失效原因,它们出现的相对频数(即概率)以及防止或纠正的可能方法.这种分析方法将用于系统可靠度计算、设计评价、失效分析和整个可靠性工作的其它方面.与逻辑图结合使用来预测系统的可靠度时,失效模式与影响分析中最需要的几部分是,失效模式及其对系统的影响,以及有关的其它注释.为使叙述简单起见,下例中只列出预测中需要的那几部分失效模式与影响分析.

当逻辑图中的单元是以并联形式出现时,还需知道这些单元每种失效模式的失效率.标准用表中一般是查不到这些失效率的,尽管在某一应用中完全可以知道元件的总失效率.利用熟悉某一元件的工程人员的熟练的判断,可以足够精确地估计出预测所要求的每种失效模式的失效率.我们将在后面的例子中比较详细地讨论如何确定每种失效模式的失效率.为了说明系统可靠性预测中的计算方法,将举一个例子,用半精确的数学模型和上下限法两种方法给出详细的解答.模拟法的应用也要讨论,不过不给出完整的计算程序.

10.1.2 解释性例子

在核反应器的热能转成电能的功率转换系统的发展史

1) FMEA 是 Failure Modes and Effects Analysis (失效模式及影响分析)的简写.

中，主要的热转换回路(子系统)曾考虑过三种可能的冗余结构，如图 10.1 所示. 热转换液为钾-钠低温易熔混合物(NaK)，它在一个离心泵-马达装置的作用下在回路中循环流动. NaK 被反应器加热以后，流入锅炉，在锅炉里把热量传给液态汞(Hg)，使汞变成气体状态并转动透平(汽轮机). 热转换回路除了包括泵、反应器和锅炉外，还有热交换器(系统开动时用)和阀. 回路是封闭的，NaK 在其中不断循环流动. (图中未示出回路中的反应器部分.)

为使系统在一个单元失效的情况下继续工作，曾考虑过

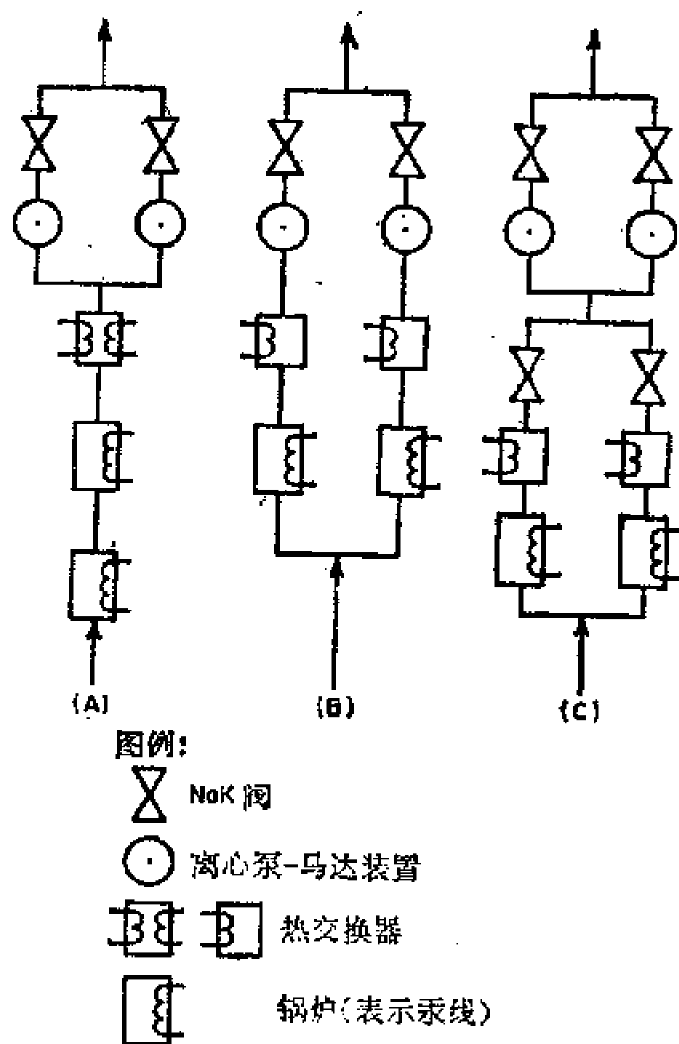


图 10.1　主要热转换回路三种冗余结构的系统图.

三种冗余结构．不管第一个回路结构如何，基本热转换回路(它有两个锅炉和两个泵)后面余下的子系统都保持相同的冗余结构．因此我们限于研究第一个回路的三种结构的比较．

为了计算方便一些，为了能比较这三种结构，曾建立了一些基本原则和准则．重要的是要明确讲清这些原则才能为目前和今后的计算打下牢固的基础．这些原则是：

1. 三种结构之任何一种都能使系统具有正常性能．

2. 为保持系统稳定的工作条件，在一个时间只有一个泵-马达装置可以工作．因此冗余为后备的．

3. 若泵-马达装置两个分枝中的阀都打开，将出现内部循环(两个并联分枝之间的循环)，使系统失效．

4. 阀有中度内部漏气不算失效．

5. 就性能可靠性而言，备用(未工作)单元失效率为零．不过就结构可靠性来说，对外部漏气和锅炉或泵的 NaK 堵塞现象而言，备用单元的失效率与工作单元的失效率相同．(这反映在逻辑图中用串联方式表示这些失效模式．)

6. 失效检查和转换开关控制已有足够冗余，并假定这些工作百分之百可靠．(锅炉内漏不能检查，阀的工作本身无法控制．)

结合上述基本原则，编了一个失效模式与影响分析表．表 10.1 给出了这种分析的简表，只列出了目前讨论中所需要的部分．

现在我们按失效模式与影响分析和上述基本原则画出逻辑图．需要画三个，每种结构各一个．图 10.2 为图 10.1 结构 A 的逻辑图．本章讨论的系统可靠性预测的三种方法，其中有两种将用来评价这种结构．

阐明基本原则、列出失效模式与影响分析表并画好逻辑图之后，下一步便是确定所有失效模式的失效率．这样确定

表 10.1　失效形式与影响分析——简缩了的系统影响(参看图 10.1)

失效模式	结构 A	结构 B	结构 C	注释**
1.泵-马达装置工作失效或变坏	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平*(第一个锅炉不能使用)	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平(第一个锅炉不能使用)	转控用第二个泵-马达装置(两个锅炉仍可使用)	
2.泵-马达装置外漏	系统失效	系统失效	系统失效	
3.热交换器内部失效	系统失效(20%),无影响(80%)	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平(20%)(第一个锅炉和泵-马达装置不能使用)	转控用第二个锅炉和第二个透平(20%)(两个泵-马达装置仍可使用)无影响(80%)	可在结构A上装两个热交换器,热交换器的失效率比较低.
4.热交换器外部失效	系统失效	系统失效	系统失效	
5.锅炉外部漏	系统失效	系统失效	系统失效	
6.锅炉内部漏	系统失效	系统失效	系统失效	假定 Hg 漏在现有技术水平下查不出来
7.锅炉堵塞(NaK 堵塞)	系统失效	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平(第一个泵-马达装置不能用)	转控用第二个透平(两个泵-马达装置仍可使用)	

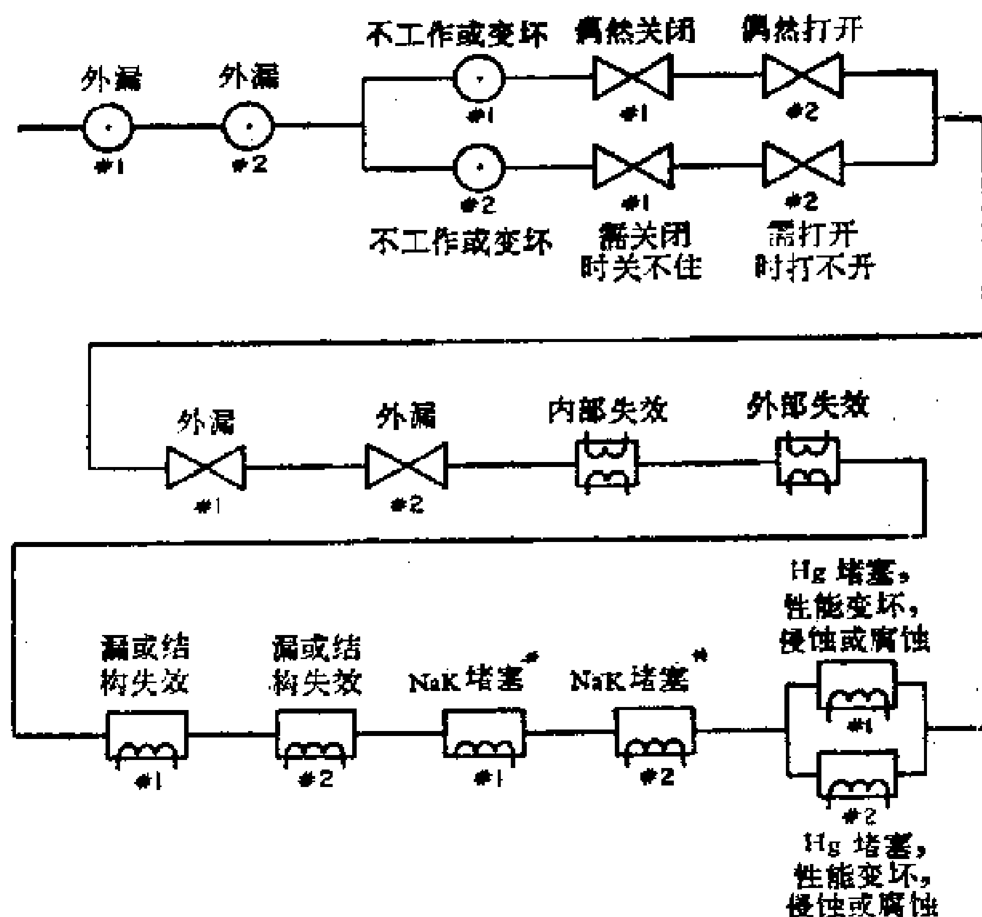
8.锅炉堵塞(Hg 堵塞)	转控用第二个透平（两个泵-马达装置仍可使用）	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平(第一个泵-马达装置不能用)	转控用第二个透平(两个泵-马达装置仍可使用)	
9.锅炉性能变坏	转控用第二个透平(两个泵-马达装置仍可使用)	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平(第一个泵-马达装置不能用)	转控用第二个透平(两个泵-马达装置仍可使用)	假定 NaK 流未受阻碍
10.锅炉受侵蚀或受腐蚀	转控用第二个透平(两个泵-马达装置仍可工作)	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平(第一个泵-马达装置不能用)	转控用第二个透平(两个泵-马达装置仍可使用)	假定第二个锅炉或NaK回路不受影响
11.锅炉结构失效	系统失效	系统失效	系统失效	假定损失大或沾污NaK
12.阀外部漏	系统失效	系统失效	系统失效	
13.泵-马达装置失效时,要它的阀关闭却关不住	系统失效	系统失效	系统失效	出现内部 NaK 循环回路
13a.泵-马达装置未失效时，要它的阀关闭却关不住.	不能用	系统失效	不能用	用时出现内部 NaK 循环
14.第二个泵-马达装置的阀需要打开时却打不开	系统失效	系统失效	系统失效	

续 表 10.1

失效模式	结构 A	结构 B	结构 C	注释**
15.泵-马达装置的阀偶然关闭	转控用第二个泵-马达装置(两个锅炉仍可用)	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平(第一个锅炉不能用)	转控用第二个泵-马达装置(两个锅炉仍可用)	
16.第二个泵-马达装置的阀偶然打开	转控用第二个泵-马达装置(两个锅炉仍可用)	转控用第二个泵-马达装置和第二个透平(第一个锅炉不能用)	转控用第二个泵-马达装置(两个锅炉仍可用)	
17.热交换器的阀需要关闭时却关不住	不能用	不能用	系统失效	失效为锅炉 NaK 堵塞除外
18.第二个热交换器的阀需要打开时却打不开	不能用	不能用	系统失效	
19.热交换器的阀偶然关闭	不能用	不能用	转控用第二个透平(两个泵-马达装置仍可使用)	
20.第二个热交换器的阀偶然打开	不能用	不能用	转控用第二个透平(两个泵-马达装置仍可使用)	

* 第二个透平包括第二组所有有关的子系统.(透平是由锅炉中的水银蒸汽驱使转动的,基本回路系统简图中未示出.)

** 转换开关过程包括阀的所有必要的位置变化,此注释指所有有关的失效模式.



* 这种失效模式要单独示出，因为对这些失效模式讲，其它结构的逻辑图是不同的.

图 10.2　结构 A 的逻辑图(用实物符号).

的失效率尽管有工程上的考虑，但不应认为这是引入误差. 熟悉单元、单元工作和单元过去失效史的工程人员，往往能估计每个单元每种失效模式在总失效率中占的百分比. 这些人员包括有实际经验的系统工程师、研制工程师、设计工程师、试验工程师和可靠性工程师[1]. 把他们提出的结果加以综合，将最后得到的百分比乘以单元的总失效率，便得每种失效模式的失效率. 用到这些方法的例子中，尽管估计是独立进行的，

1) 最熟悉失效史的也包括有实践经验的工人. 作者的这种提法是不全面的——译校者注.

表 10.2 锅炉每种失效模式的失效率百分比估计值汇总.

失效模式	估计值							公认值(分歧不过5%)
	1*	2*	3	4	5	6	7	
外漏 (NaK 到真空)	10	10	10	15	30	10	5	10
内漏	25	25	10	20	10	10	10	20
堵塞(NaK)	5	5	0	15	0	5	5	5
堵塞 (Hg)	20	20	5	$2\frac{1}{2}$	0	20	10	15
性能变坏(不是由堵塞引起)	15	15	50	15	30	20	5	20
侵蚀或腐蚀	20	20	20	25	30	25	60	25
结构失效(不用于漏泄)	5	5	$2\frac{1}{2}$	5	0	10	0	5
其它失效模式	0	0	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	0	0	5	0

* 由于经验深刻，权数加倍：1，设计工程师 A；2，设计工程师 B；3，可靠性工程师；4，试验工程师 A；5，试验工程师 B；6，系统工程师；7，试验工程师 C。

注：锅炉总失效率为0.1/1000 小时；百分比乘总失效率＝每种失效模式的失效率.

却非常一致. 估计基本热转换回路的四个单元表明了这种一致性[1]. 表 10.2 给出了七个内行工程师估计锅炉每种失效模式的失效率百分比. 表中也给出了公认值(分歧不过5%).

然后将工作失效率 (基本失效率×环境因子×应用因子×时间)乘以每种失效模式的失效率百分比，便得每种失效模式的失效率. 注意，这些失效率是在1000小时的任务下得出的[2](见表 10.3). 若任务时间改变，则必须在计算系统可靠度之前改变每种失效模式的失效率. 如第八章所述，除了简单串联系统外，都需在计算系统失效率前确定逻辑图中每个单元在该任务时间的失效率.

---

1) 实际上不可能如此一致，有用所谓但尔飞方法来反复协商取得较一致的评价——译校者注.

2) 这里给出的失效率是研制计划的初期得出的. 后来，可靠度大有提高.

表 10.3　1000 小时任务的失效率

项　目**	元　件	失效形式	失 效 率
1.	泵-马达装置	打不开	0.196
2.	泵-马达装置	外漏	0.004
3.	热交换器	内部失效	0.001†
4.	热交换器	外部失效	0.005
5.	锅炉	外漏	0.010
6.	锅炉	内漏	0.020
7.	锅炉	堵塞 (NaK)	0.005
8.	锅炉	堵塞 (Hg)	0.015
9.	锅炉	性能变坏	0.020
10.	锅炉	侵蚀或腐蚀	0.025
11.	锅炉	结构失效	0.005
12.	阀	外漏	0.003
13.17.*	阀	关不住	0.064
14.18.	阀	打不开	0.064
15.19.	阀	偶然关闭	0.006
16.20.	阀	偶然打开	0.006

** 项目编号对应于表 10.1 中的编号.

† 失效率为 0.005，系统失效率只约 20%.

* 项目 17 到 20 不能用于结构 A.

10.2　数学模型的应用

计算回路可靠度的第一个方法是利用数学模型. 回路的冗余部分是备用的，即有一个单元失效之后才用第二个单元. 此外，待作计算的结构 A 中，第一个冗余部分(见图 10.2)有两个不同的失效率，这是因为两个分枝中阀有不同的失效模式，有不同的失效率. 因假定失效检查和转换开关控制百分之百可靠(第 6 条基本原则)，所以可以用式(8.1)，(8.2)，(8.34) 和(8.40)进行计算. 用式(8.40)求第一个冗余部分的可靠度，用

式(8.34)求第二个冗余部分的可靠度，用式(8.1)和(8.2)求整个回路的可靠度. 式(10.1)给出完整的数学模型. 重新画出图 10.2，并把模型中所用的各个单元加上标记. 如同一类单元失效率相同，便认为它们完全相同，标以相同的代号（见图 10.3）.

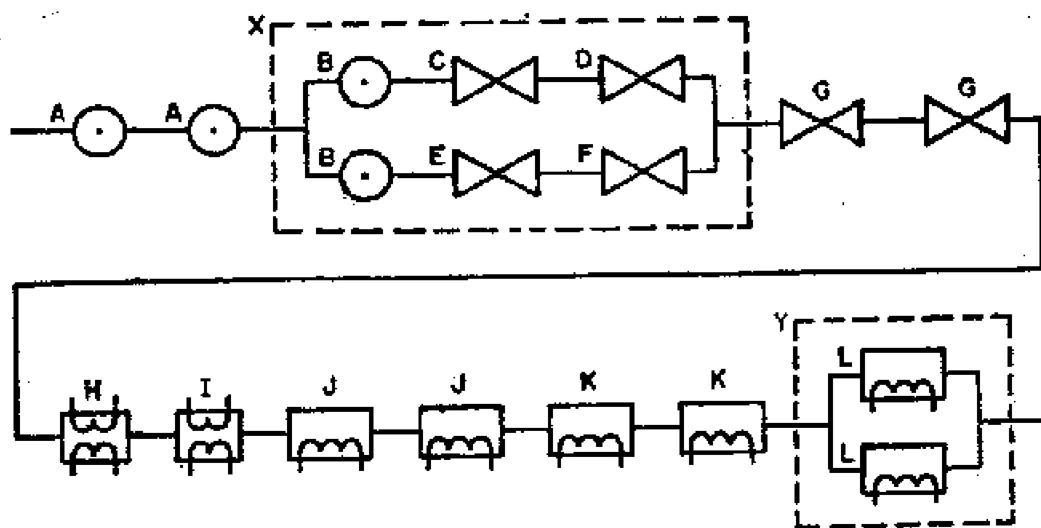


图 10.3 数学模型所用逻辑图（用实物符号）.

$$R_T = R_A^2 \times R_X \times R_G^2 \times R_H \times R_I \times R_J^2 \times R_K^2 \times R_Y$$

$$R_X = e^{-\lambda t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)$$

$$R_X = e^{-(F_B+F_C+F_D)} + \left[\frac{(F_B + F_C + F_D)}{(F_B + F_C + F_D) - (F_B + F_E + F_F)} \times \left(e^{-(F_B+F_E+F_F)} - e^{-(F_B+F_C+F_D)}\right)\right]$$

$$R_Y = e^{-\lambda t}(1 + \lambda t) = e^{-F_L}(1 + F_L)$$

$$R_T = R_A^2 \times R_G^2 \times R_H \times R_I \times R_J^2 \times R_K^2 \times R_X \times R_Y$$

$$R_T = e^{-(2F_A+2F_G+F_H+F_I+2F_J+2F_K)} \times R_X \times R_Y \qquad (10.1)$$

$$
\begin{aligned}
R_X &= e^{-(0.196+0.006+0.006)} \\
&\quad + \left[\frac{(0.196+0.006+0.006)}{(0.196+0.006+0.006)-(0.196+0.064+0.064)} \right. \\
&\quad \left. \times \left(e^{-(0.196+0.064+0.064)} - e^{-(0.196+0.006+0.006)} \right) \right] \\
&= e^{-0.208} + \frac{0.208}{0.208-0.324}\left(e^{-0.324} - e^{-0.208}\right) \\
&= 0.812 + \frac{0.208}{-0.116}(0.723 - 0.812) \\
&= 0.972.
\end{aligned}
$$

$$
R_Y = e^{-0.060}(1+0.060) = 0.9418 \times (1.060) = 0.998
$$

$$
\begin{aligned}
R_T &= e^{-(2\times 0.004+2\times 0.003+0.001+0.005+2\times 0.035+2\times 0.005)} \times 0.972 \times 0.998 \\
&= 0.905 \times 0.972 \times 0.998 = 0.878.
\end{aligned}
$$

10.3 蒙特卡洛法

从经济上讲，不能建立精确的数学模型或模型太复杂而不能作及时评价时，便用模拟法或蒙特卡洛法作可靠性预测。这个方法包括：确定系统各单元参数的分布，选出每个单元及其参数的随机子样，把这些子样组合起来作为系统性能或可靠度的量度．自然，这意味着要知道单元参数的值对系统的影响（例如，单元失效率与系统可靠度的关系）．（不管用哪种方法预测系统的可靠度都需知道这种关系）随机抽子样和确定对系统的影响这个过程要经大量重复，也许要多到10000次，而每次重复都能取得待测系统特性（例如可靠度）的另一独立估计值．大数定律告诉我们，子样均值与母体均值之差将随子样数（估计次数）的增多而越来越小，换言之，子样均值就越来越接近母体均值 μ[1]．同样，子样的分布也越来越好地

1）我们在第 3.5 节中讲过，子样均值的离散度反比于子样个体数的平方根．

代表母体的分布.

蒙特卡洛法的应用有：确定系统性能特性分布，用单元和组件的实测数据估计系统可靠度，解决系统评价有关的其它问题，以及用单元可靠度的预测值来预测系统的可靠度.不过这里只讨论它在预测中的应用.

每个单元的预测可靠度在逻辑图中可用一组随机数来表示. 例如，当一个单元的可靠度为 0.8000 时，便可用从 0.0000 到 0.7999 的所有数表示单元成功(满意的工作)，用从 0.8000 到 0.9999 的所有数表示单元失败(不满意的工作). 有些随机数表，按随机顺序列出了从 0 到 1 的几百万个数[1]. 翻到表中适当的点，选一个数. 这个数是代表某一单元成功或是代表失败，要看这个数的大小. 数的选择是接连的，每一个后继数都代表另一个的成功或失败. 实际上这个工作是用计算机完成的，计算机的数据存储器里存有产生伪随机数的程序.对系统中的每一有关单元作了这种选择和解释后，再把这些结果加以适当组合，便可模拟系统的性能（可靠度）. 这个方法的步骤如下.

将逻辑图中的第一个单元的一组随机数输入，选一个数，模拟单元的成功或失败. 根据逻辑图以及系统工作和工作关系的描述，设计一种计算机程序，使得可以根据第一个随机数是代表成功或是代表失败而采取不同的措施. 如果这个数代表成功，便应把同一逻辑回路中下一单元的一组随机变数输入，新的随机数便决定这一单元是成功或失败. 这个过程一

1) 两个容易得到的参考资料是: W. J. Dixon and F. J. Massey, Jr., "Introduction to Statistical Analysis", 3d ed., pp. 446—450, McGraw-Hill Book Company, New york, 1969 和 D. B. Owen "Hand-Book of Statistical Tables", pp. 519—538, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Mass., 1962. 第三个参考资料(有上百万随机数)是 The Rand Corporation, "A Million Random Digits with 100,000 Normal Deviates", The Free Press, New York, 1955.

直继续到碰到失败为止，从而逻辑图中的那个回路也失败.

如逻辑图中的这个回路是失败了，但它还有并联的回路，则计算机中的程序将使计算机自动返回最邻近的另一并联回路. 然后计算机就使用并联回路中第一个单元的适当的随机数表. 如果这个选择模拟了第一个单元的成功，便用并联回路中第二个单元的一组随机数来确定(模拟)这第二个单元的成功或失败. 完全成功的回路找到之后(表示系统成功)，或者所有可能的回路的模拟都失败之后(表示系统失败)，上述过程才结束. 这个过程要重复几百次，甚至几千次，才能模拟出系统可靠度的预测值.

由于使用了计算机，因此实际模拟过程比较快，而且还可在比较短的时间内作许多模拟. 自然，时间的长短取决于系统中单元的复杂度和数目，以及单元的可靠度. 如单元可靠度高，许多试验只需试第一个可能的回路便能模拟系统成功. 如果单元可靠度低，则每个试验都需试许多回路或所有可能的回路后才能模拟系统成功或失败.

实际编制计算机程序比上面简短的讨论中所讲的困难得多. 如果象所讲的那么简单，就不一定要用蒙特卡洛法了，可以去建立系统的数学模型. 编程序过程中，有几个因素使这个工作产生困难. 这里介绍其中的三个，以说明复杂性的本质和复杂的程度.

第一，许多系统的冗余单元都是后备的，而不是并行工作的. 这意味着，一个单元的失效时间将影响后备冗余单元的可靠度. 因此，代表冗余单元成功或失败的随机数组便不是常数，而是代表第一个回路中单元失效时间的特定随机数的函数. 冗余单元中使用哪一个随机数组也与代表第一个单元失效的第一组随机数的每一个数有关. 另一办法是使第二组随机数组保持相同，而把每一个数值解释为成功，或解释为失

败，视第一个单元的那组随机数值而定[1]。

第二，复杂的任务往往包括几个方面。每一方面都得用单独的逻辑图。在一个方面是冗余的单元，在另一个方面可以不是冗余的，或者是处于不同的冗余结构。如果这个单元失效于一个方面，则它在其后的方面便不能工作。计算机程序必须设计得使全部任务被模拟以后每个单元的状态才从一个方面转到另一个方面。此外，存在一个以上的方面时，在每方面找出一条成功的途径是不够的。必须确定每一个方面每个单元的状态，以便以后各方面的模拟能确切地进行[2]。

第三，一个任务可能有几个目标，而且达到每个目标都要有各自的概率。许多系统都必须同时确定人员安全的概率和任务成功的概率，而且这两个概率是相互联系的。当我们考虑任务是否要继续以及继续下去任务的成败和人员的安危时，作这种决定要受完成关键工作所用冗余单元数目的左右。同时，顺利完成其它非关键工作的概率也要进行计算(模拟)。因此，程序必须设计得能同时确定所有这些相互依赖的概率，编程序必然就非常复杂。

给计算机编程序这个课题超出本书范围，因此我们不打算更多地讨论系统可靠性预测的模拟，只是提一下这个方法的特点以及它在可靠性中的应用，使得读者对这个方法有个初步印象就够了。如果需要用蒙特卡洛法，则编制计算机程序部门和可靠性部门应当同心协力完成这个工作。后面的补充读物有些还介绍了使用计算机作模拟的知识。下面讨论的

---

1) 原作者这一点上是落后的，由于任意分布的随机数已可用简单的计算机程序实现，故无需贮存冗余单元的一组随机数——译校者注。

2) 原作者这一点上亦是落后的，实际上一个单元有不同的几种失效模式及相应的统计规律。每一次模拟程序开始时，就用计算机产生要求规律的伪随机数，表示每一单元在这次模拟中所处的状态（成功或失效模式出现）——译校者注。

上下限法是确定复杂系统可靠性预测的一个有力的工具，大多数情况它都可以代替蒙特卡洛法.

10.4 上下限法

预测可靠性的第三种方法(上下限法)为上下限数值法，现在我们比较详细地讨论它[1]. 当计算的是非串联或最简单冗余结构的任何系统的可靠度时，上下限法的明显优点是它考虑问题的方法. 用上下限法代替比较冗长的数学分析法可节省大量时间;系统太复杂，不能建立精确的数学模型时，从前需用模拟法，现在用上下限法非常方便. 上下限法已经用来计算过象阿波罗宇宙飞船这样复杂的系统[2],也用来比较过其它系统的后备设计方案，前一应用中已用模拟程序证实它的精确度是高的.

本法是计算预测值的上、下限,只需简单地计算成功与失败的概率，也只需用同样简单的方法组合这些数值求得真正值的非常精确的估计值. 从1减去系统失败情况的概率，便得可靠度预测的上限；将系统成功情况的概率相加，便得下限. 考虑的情况越多，两个限便愈接近. 作为一个经验法则，这个过程一直要继续到两个限的差同上限与1的差大小大约相同为止. 因有如下两个原因，使两个限非常接近虽说一般是可能的，但却不是非常现实的，或者不是非常必要的.

---

1) 本法首先由作者本人提出,曾发表在1968年"可靠性讨论会年会会议录"上;经电气电子学工程师学会同意在本书中介绍.

2) B. L. Amstadter, Calculation of Reliability Predictions for the Apollo Spacecraft, North American-Rockwell Corporation, Downey, Calif., SID66-744, 1966, IDEP no. 347.40.00.00F1-47.

1. 要使两个限接近，必须考虑越来越多的情况，增加的这些情况是非常复杂的，复杂度按几何级数上升.

2. 这两个估计值没有显著差别；一是根据经验值将极限值组合起来，求得估计值；二是在收敛限界，求得估计值. 下面我们通过介绍上下限值的计算，说明组合这种极限值的方法.

10.4.1 上限计算

上限的第一步计算是仅仅考虑那些各自会引起任务失败的单元失效. 因此，只考虑逻辑图中的串联方框[1].一般说来，这足以给出满意的估计. 不过，如果各个方框的可靠度不是非常高(非常复杂的系统中，要求高可靠度，0.99 是典型的方框下限值)，则要考虑多个单元失效引起的系统失效，例如，要考虑并联方框. 现在我们用一个简单的逻辑图来逐步说明这种算法. 读者必须记住，这个方法的最大价值在于它在比较复杂的系统中的应用. 假定有图 10.4所示的逻辑图，我们来推导上限的简单代数式. 只考虑串联单元时，系统可靠度的上限 $R_{上}$ 便为单元 A 和单元 B 的可靠度的乘积.(这些单元可以代表串联单元，也可代表冗余单元的严重的失效模式.)

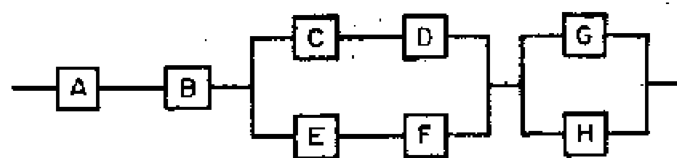


图 10.4 限界法的逻辑图.

1) 这是由于并联回路的可靠度一般都是很高的. 因此第一步只考虑串联方框. 但当并联回路的单元可靠度不太高时，就需要考虑并联回路的可靠度了——译校者注.

$$R_{上} = R_A \times R_B$$[1]

一般都假定，可以用指数模型（常失效率系统）．这样假定是有道理的，因为每个单元先作过老化试验，然后才在通常的使用期内工作．使用指数模型也有助于将各种元件和失效模式的可靠度适当组合起来进行计算．

因为

$$R_A = e^{-F_A}, \qquad R_B = e^{-F_B}$$

式中 F_A 和 F_B 分别为单元 A 和 B 的任务失效率；因此

$$R_{上} = e^{-F_A} \times e^{-F_B} = e^{-(F_A+F_B)}$$

一般说来，求可靠度上限的第一步是，如下式所示，求 e 的乘幂，其指数是串联单元失效率之和的负值：

$$R_{上} = \exp\left(-\sum_{i=1}^{m} F_i\right) \qquad (10.2)$$

式中，F_i 为第 i 个单元的任务失效率，m 为串联单元数．

很少需要考虑并联单元．不过，当某些单元可靠度非常低时（例如低于 0.99），而且这些单元在工作上又是并联的，这时若只考虑串联单元，则系统可靠度上限可能过高．考虑到并联失效，可将上限降低．前面的逻辑图（图 10.4）中，下述任何一对单元失效都会使任务失败：C 和 E，C 和 F，D 和 E，D 和 F，或 G 和 H．如果这些单元不是高可靠，则一对并联单

1）图 10.4 逻辑图中，串联单元的成功与失败只有四种可能的组合．

1. A 和 B 都好，
2. A 好，B 坏，
3. A 坏，B 好，
4. A 和 B 都坏．

第一种组合代表任务成功；第 2，3，4 三种组合代表任务失败．既然四种组合的概率之和必须等于1，则第 1 种组合的概率便等于 1 减其它三种组合的概率之和．因此，$R_A \times R_B$ 代表 1 减各串联失效情况的概率．这正是我们上面讲的上限．

元的失效概率便不能忽略，必须同时加以考虑.（除极少数情况外，一般都不需要计算三个并联单元同时都失效的概率.）这种限仍为上限，因为只考虑了互相排斥的情况，而没有减去所有失效概率. 自然，考虑时，必须细心才能保证这些情况是唯一的，保证不会把重要的组合算进去两次，下面的推理可以保证一般是相互排斥的.

计算串联单元的失效概率时，不考虑系统中的非串联单元. 即是说，不管并联单元是不是在工作，是不是已经失效，都认为系统失效是由串联单元失效引起的，因此，式(10.2)中没有考虑并联单元项.

当系统失效是由两个并联单元失效引起时，所有串联单元都必须是好的（否则，系统失效可能由串联单元失效引起）. 因此，这些计算必须考虑串联单元. 例如，上面逻辑图中单元 C 和 E 失效引起系统失效的概率为 $R_A \times R_B \times Q_C \times Q_E$，这里 $Q = 1 - R$（不要与 F 相混，F 为 $-\log_e R$）. 上述其它几对并联单元也可采用类似的表达式.

$$R_A \times R_B \times Q_C \times Q_F \qquad R_A \times R_B \times Q_D \times Q_E$$

$$R_A \times R_B \times Q_D \times Q_F\text{[1]} \qquad R_A \times R_B \times Q_G \times Q_H$$

将上面几项相加，便得两个非串联单元失效引起系统失效的概率.

$$P = (R_A \times R_B \times Q_C \times Q_E) + (R_A \times R_B \times Q_C \times Q_F) + \cdots + (R_A \times R_B \times Q_G \times Q_H)$$

---

1) 严格讲，只是单元 D 和 F 引起失效时，必须 C 和 E 不是两者都失效（为保持相互排斥），而 D 和 F 失效引起系统失效的表达式为 $R_A \times R_B \times [1-(Q_C \times Q_E)] \times Q_D \times Q_F$. 不过略去 $[1-(Q_C \times Q_E)]$（译校者注. 由于 $Q_C \times Q_E$ 及 $Q_D \times Q_F$ 等都为高阶微小项，故 $1 - Q_C \times Q_E$ 中，略去 $Q_C \times Q_E$ 对结果影响不大，并不是略去 $1 - Q_C \times Q_E$.）部分对最后结果的影响可以忽略，却大大简化了计算. 类似的简化也适用于其它失效对.

加以简化便得

$$P = R_A \times R_B \times [(Q_C \times Q_D) + (Q_C \times Q_F) + \cdots + (Q_G \times Q_H)]$$

因为 $R_A \times R_B = e^{-F_i}$，所以据式(10.2)可将上式写为

$$P = \left[\exp\left(-\sum_{i=1}^{m} F_i\right)\right]\left[\sum_{(k,k')=1}^{x}(Q_K \times Q_{K'})\right] \quad (10.3)$$

式中 m 为串联单元数，Q_K 和 $Q_{K'}$ 为同时引起系统失效的一对并联单元的失效概率，x 为这种单元对的数目．将式(10.2)减式(10.3)，便得两种失效可能同时出现的系统的可靠度上限：

$$R_{上} = \left[\exp\left(-\sum_{i=1}^{m} F_i\right)\right] - \left[\exp\left(-\sum_{i=1}^{m} F_i\right)\right] \times \left[\sum_{(k,k')=1}^{x}(Q_k \times Q_{k'})\right]$$

$$= \left[\exp\left(-\sum_{i=1}^{m} F_i\right)\right]\left[1 - \sum_{(k,k')=1}^{x}(Q_k \times Q_{k'})\right] \quad (10.4)$$

10.4.2 下限计算

下限为成功情况的概率之和．冗余系统中许多情况下一个或更多单元失效通常并不引起系统失效．因此计算冗余系统下限时，总是要考虑有一个失效的所有情况，经常要考虑两个甚至三个失效同时发生的情况．

第一步计算是考虑没有失效即所有单元都好的情况．这时可靠度下限只是所有单元的可靠度之乘积．

$$R_{下} = \prod_{i=1}^{n} R_i$$

式中 R_i 为任何一个串联或并联单元的可靠度，n 为单元总数．前面图 10.4 的逻辑图中，第一步计算的下限为

$$
\begin{aligned}
R_A \times R_B \times R_C \times \cdots \times R_H \\
&= e^{-F_A} \times e^{-F_B} \times e^{-F_C} \times \cdots \times e^{-F_H} \\
&= \exp\left(-\sum_A^H F\right)
\end{aligned}
$$

没有失效的一般情况下，$R_{\text{下}}$ 可表为

$$R_{\text{下}} = \exp\left(-\sum_{j=1}^{n} F_j\right) \tag{10.5}$$

如有一个并联单元失效而其它并联单元都好，则系统也能成功. 因此，任何一个单元 C, D, E, F, G 或 H 失效，系统仍然成功. 为了清楚起见，将这些情况列出如下，R 表成功，Q 表失败.

$$
\begin{aligned}
&(R_A \times R_B \times Q_C \times R_D \times R_E \times R_F \times R_G \times R_H) \\
&+ (R_A \times R_B \times R_C \times Q_D \times R_E \times R_F \times R_G \times R_H) \\
&+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&+ (R_A \times R_B \times R_C \times R_D \times R_E \times R_F \times R_G \times Q_H)
\end{aligned}
$$

将这些式子各乘上一个等于 1 的适当的项，再简化便得

$$
\begin{aligned}
&= \left(R_A \times R_B \times Q_C \times \frac{R_C}{R_C} \times R_D \times R_E \times R_F \times R_G \times R_H\right) \\
&\quad + \left(R_A \times R_B \times R_C \times Q_D \times \frac{R_D}{R_D} \times R_E \times R_F \right. \\
&\quad \left. \times R_G \times R_H\right) \\
&\quad + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\quad + \left(R_A \times R_B \times R_C \times R_D \times R_E \times R_F \times R_G \times Q_H \times \frac{R_H}{R_H}\right) \\
&= \left(R_A \times R_B \times R_C \times R_D \times R_E \times R_F \times R_G \times R_H \times \frac{Q_C}{R_C}\right) \\
&\quad + \left(R_A \times R_B \times R_C \times R_D \times R_E \times R_F \times R_G \times R_H \times \frac{Q_D}{R_D}\right) \\
&\quad + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
$$

$$+\left(R_A\times R_B\times R_C\times R_D\times R_E\times R_F\times R_G\times R_G\times\frac{Q_H}{R_H}\right)$$

$$=(R_A\times R_B\times R_C\times R_D\times R_E\times R_F\times R_G\times R_H)$$

$$\times\left(\frac{Q_C}{R_C}+\frac{Q_D}{R_D}+\cdots+\frac{Q_H}{R_H}\right)$$

式中的第一个因子正好如式 (10.5) 所示的一样，它是所有单元都好的概率. 第二个因子是所有并联单元失效概率与成功概率之比的和. 这两个因子的积可写为

$$\left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{n}F_j\right)\right]\left[\sum_{k=1}^{p}\left(\frac{Q_k}{R_k}\right)\right] \tag{10.6}$$

式中 Q_k 为并联单元的失效概率，R_k 为并联单元的可靠度，p 为系统的并联单元数. 可以类似地推出有两个并联单元失效同时又不引起系统失效这种情况的表达式为

$$\left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{n}F_j\right)\right]\left[\sum_{(k,l)=1}^{p'}\left(\frac{Q_k}{R_k}\times\frac{Q_l}{R_l}\right)\right] \tag{10.7}$$

式中 k 和 l 为同时失效但又不引起系统失效的并联单元时，p' 为这种单元的数目. 将式(10.5)，式(10.6)和式(10.7)相加，便得没有单元失效、有一个单元失效和有两个单元失效的系统成功概率的下限.

$$R_{下}=\exp\left(-\sum_{j=1}^{n}F_j\right)+\left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{p'}F_j\right)\right]\left[\sum_{k=1}^{p}\left(\frac{Q_k}{R_k}\right)\right]$$

$$+\left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{n}F_j\right)\right]\left[\sum_{(k,l)=1}^{p'}\left(\frac{Q_k}{R_k}\times\frac{Q_l}{R_l}\right)\right]$$

$$=\left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{n}F_j\right)\right]\left[1+\sum_{k=1}^{p}\left(\frac{Q_k}{R_k}\right)\right.$$

$$\left.+\sum_{(k,l)=1}^{p'}\left(\frac{Q_k}{R_k}\times\frac{Q_l}{R_l}\right)\right] \tag{10.8}$$

图 10.5 图示出逐步使用限界法所得的结果.

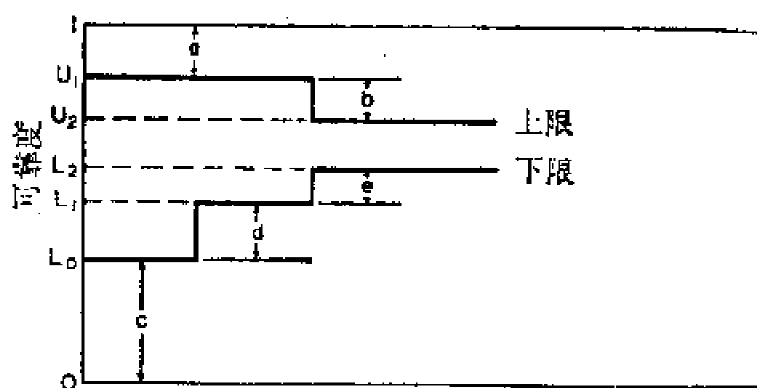


图 10.5　上下限法的图解表示．(a) 一个单元失效引起系统失效的概率（U_1 为只考虑串联单元失效的上限）．(b)两个并联单元失效引起系统失效的概率（U_2 为考虑串联和两个并联单元失效的上限）．(c) 没有单元失效的系统成功的概率（L_0 为没有单元失效的下限）．(d) 有一个并联单元失效时系统成功的概率（L_1 为相应的下限）．(e) 有两个并联单元失效时系统成功的概率(L_2 为相应的下限)．

10.4.3　最后组合预测

最后一步是将上、下两个限组合起来，求出系统可靠度的单一预测值．最简便的办法是取两个值的算术平均值．但经验表明，这个值过差．经验发现，系统失效概率的真正值更接近于与可靠度上、下限有联系的不可靠度乘积的平方根(即几何平均)．然后从 1 减去这个平方根便得到单一预测值．(一般说来，这还有点保守，但不象取算术平均值那么保守．)

$$R_{系统} = 1 - \sqrt{(1 - R_{上})(1 - R_{下})} \qquad (10.9)$$

重要的是，计算两个限的立足点要相同．即是说，如上限只考虑一个失效的情况，下限也必须只考虑没有失效和有一个失效的情况；如上限考虑两个失效同时发生的情况，则下限也只考虑两个失效同时发生的情况；等等．如计算立足点不同，用式(10.9)($R = 1 - \sqrt{Q_{上} \times Q_{下}}$)计算结果就不精确．因此计算式(10.9)时，或者用式(10.2)的值与式(10.5)和式

(10.6)之和进行，或者用式(10.4)和(10.8)的值进行；式(10.5)和(10.6)同时包括无失效和有一个失效的情况，式(10.4)和式(10.8)同时包括无失效、有一个失效和两个失效同时发生的情况.

现在我们结合图 10.3 所示的逻辑图用上下限法求图10.1结构 A 的可靠度.

如只考虑一个失效并使用式(10.2)进行计算则上限为

$$R_{上} = R_A^2 \times R_G^2 \times R_H \times R_I \times R_J^2 \times R_K^2$$
$$= e^{-(2F_A+2F_G+F_H+F_I+2F_J+2F_K)} = e^{-0.100} = 0.905$$

考虑没有和有一个失效的情况，用式(10.5)和(10.6)进行计算便得

$$R_{下} = \left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{n} F_j\right)\right] + \left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{n} F_j\right)\right]\left[\sum_{k=1}^{p}\left(\frac{Q_k}{R_k}\right)\right]$$
$$= \left[\exp\left(-\sum_{i=1}^{n} F_i\right)\right]\left[1 + \sum_{k=1}^{p}\left(\frac{Q_k}{R_k}\right)\right]$$
$$= e^{-(3F_A+2F_B+F_C+F_D+F_E+F_F+2F_G+F_H+F_I+2F_J+2F_K+2F_L)}$$
$$\times\left(1 + \frac{2Q_B}{R_B} + \frac{Q_C}{R_C} + \frac{Q_D}{R_D} + \frac{Q_E}{R_E} + \frac{Q_F}{R_F} + \frac{2Q_L}{R_L}\right)$$
$$= e^{-0.752} \times \left[1 + \frac{2(0.178)}{0.822} + \frac{0.006}{0.994} + \frac{0.006}{0.994}\right.$$
$$\left. + \frac{0.062}{0.938} + \frac{0.062}{0.938} + \frac{2(0.058)}{0.942}\right]$$
$$= 0.4715(1 + 0.433 + 0.006 + 0.006 + 0.066$$
$$+ 0.066 + 0.123) = 0.802$$

用式(10.9)求单一预测值便得

$$R_{系统} = 1 - \sqrt{(1 - 0.905)(1 - 0.802)}$$
$$= 1 - \sqrt{(0.095)(0.198)} = 0.863.$$

从数学模型算出的预测值 0.878 与用上下限法算出的预

测值 0.863 是相当接近的.（当冗余系统是并行工作时，上下限法和数学模型得出的预测值几乎是相同的.）为了得到这个精度，只需使用上下限法的第一步——经过第一步后，上、下限的差为 0.103，上限与 1 之差为 0.095，这两个差是大约相同的. 这种逻辑图比较简单，还不能充分看出上下限法的优点. 逻辑图比较复杂而且有多个冗余单元时，这种方法的好处就显得明显了.

10.4.4 上下限法的优点

上下限法有三个重要优点. 第一，它不要求逻辑图中的单元是独立的. 因此，画出各个失效模式时不用犹豫. 注意，如果数学模型绝对正确，便要使用条件概率，因而大大加重了模型的复杂性. 我们记得第 8.4 节曾经讲过，只要引入的误差可忽略不计，数学模型通常就不考虑这种依赖性. 示出各个失效模式后，可以得到非常清楚的实际系统的工作图. 图 10.1 结构 *A* 所示的例子中，锅炉是串联的，但其失效模式却是并联的，如图 10.2 所示. 同样，泵和阀在系统图中是并联的，但其失效模式在逻辑图中却是串联的. 上下限法强调示出各个失效模式. 在比较复杂的系统中这是一个突出的优点.

第二，无论是并行工作冗余系统，还是后备冗余系统，都可使用上下限法. 冗余是后备冗余时，便需示出检验装置和开关装置的失效模式，计算中也要用到这些失效模式出现的概率. 该例中曾认为检查和开关控制百分之百可靠，但实际开关装置（阀门）并非如此，因而需要示出其失效模式. 如果系统可用两个泵并行工作，则可用一个简单的转动式的检验阀. 这时，结构 *A* 的系统图便如图 10.6 所示.

转动式检验阀的设计如图 10.7 所示. 两个泵工作时，阀应如图所示；一个泵失效后，阀门便自动转向两条虚线所示

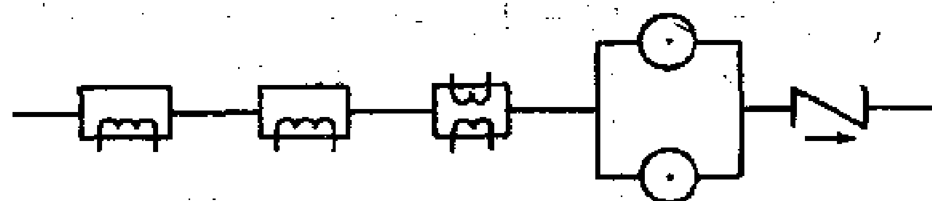


图 10.6 并行工作冗余结构的系统图.

之一的适当位置，具体位置要看哪个泵仍然工作而定. 阀门的失效率非常低，逻辑图中示出的唯一失效模式是外部漏泄.



图 10.7 转动式检验阀的截面示意图.

图 10.8 使用象图 10.3 一样的表示法示出了并行工作系统的逻辑图. 检验阀的外部漏泄用 M 表示.

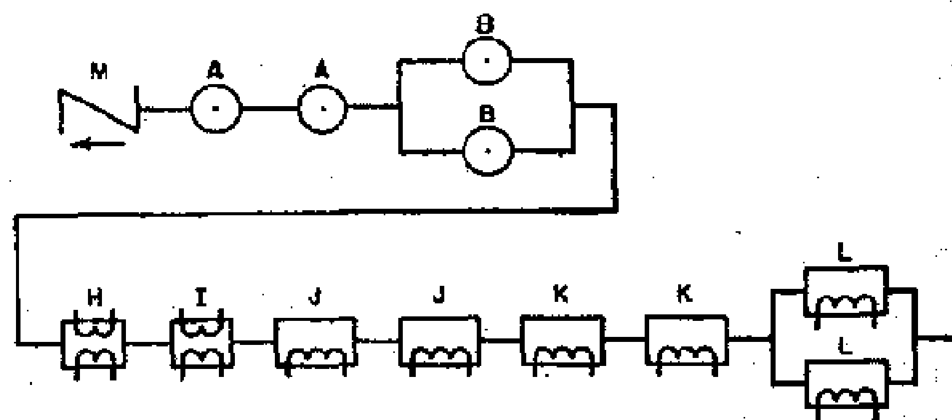


图 10.8 并行工作系统逻辑图中单元的等同表示图.

假定各个单元的失效率保持不变，检验阀的外部漏泄失效率与其它阀的一样(0.003)，我们用两种方法计算并行工作系统的可靠度. 用数学模型计算可靠度时其值为

$$R_T = R_M \times R_A^2 \times (1 - Q_B^2) \times R_H \times R_I \times R_J^2 \times R_K^2 \times (1 - Q_L^2)$$

$$1 - Q_B^2 = 1 - (1 - R_L)^2 = 1 - (1 - e^{-F_B})^2 = 1 - (1 - 0.822)^2 = 0.968$$

$$1 - Q_L^2 = 1 - (1 - R_L)^2 = 1 - (1 - e^{-F_L})^2$$

$$= 1 - (1 - 0.942)^2 = 0.997$$

$$R_M = e^{-0.003} = 0.997$$

$$R_A^2 \times R_H \times R_I \times R_J^2 \times R_K^2 = 0.991$$

$$R_I = 0.997 \times 0.911 \times 0.968 \times 0.997 = 0.877$$

用上下限法计算时，系统可靠度上限为

$$R_{上} = e^{-0.097} = 0.908$$

下限为

$$R_{下} = e^{-0.609}\left[1 + \frac{2(0.178)}{0.822} + \frac{2(0.058)}{0.962}\right] = 0.845$$

$$R_{系统} = 1 - \sqrt{(1 - 0.908)(1 - 0.845)} = 0.881$$

可以看出，对并行工作冗余系统讲，上下限法和数学模型法几乎给出完全相同的答案。当冗余结构为后备冗余时，上下限法得出的值略小于数学模型所得的值；并行工作系统下，两者几乎得出相同的值，这一点总是正确的。在后备系统的预测中，这一微小误差对大多数应用讲都是无关要紧的；同时，对预备设计方案的比较也无影响。

最后，上下限法可用于有一个以上方面、一个以上目标的复杂任务。我们介绍一下无失效和有一个失效时的限的计算，用以说明，有几个子系统和几个方面时，尽管有更多的因素要考虑，却并不大大增加复杂度。作为一个例子，我们考虑一个系统，它包括有三个主要的子系统，它一个任务有三个方面。子系统用字母 A, B, C 表示，方面用数字 1, 2, 3 表示。

上限 我们记得，推导式(10.2)时，所有串联单元成功的概率(等于 1—所有串联失效的概率)系表示串联单元中有一个失效这种情况的上限。一个系统有几个子系统、有几个方面时，只要取相应各项的积对所有这些串联失效情况求和即可。用 $R_{A,1}$ 表示方面 1 中子系统 A 的串联单元中有一个失效

况，将所有 R_{ij} 相乘便得整个任务的总系统的上限.

$$R_{上} = R_{A,1} \times R_{B,1} \times R_{C,1} \times R_{A,2} \times R_{B,2} \times R_{C,2} \times R_{A,3} \times R_{B,3} \times R_{C,3} \qquad (10.10)$$

上式改写为一般情况便为

$$R_{上} = \prod_{\substack{i=1\\j=1}}^{\substack{j=m\\i=n}} R_{ij}(上) \qquad (10.11)$$

式中 n 为子系统数，m 为任务方面数.

下限 下限也可用类似方法求得. 简言之，就是对每个子系统中没有单元失效和只有一个并联单元失效的所有可能情况求和. 对每个子系统都分别这样作了以后，再将所有子系统的结果相乘. 我们列举子系统 A 的情况作为例子.

1. 任务的任何方面都没有失效;
2. 方面 1 一个并联单元失效，其它没失效;
3. 方面 2 一个并联单元失效，其它没失效;
4. 方面 3 一个并联单元失效，其它没失效.

（注：为了简化计算，虽然知道一方面一个并联单元失效要改变下一方面的逻辑图，但每个方面仍保留用原来的逻辑图. 这种方法是保守的，因为失效后各方面要考虑的单元实际上更少.）

对上述 1, 2, 3, 4 各种情况求和，便得子系统 A 整个任务的可靠度下限. 对子系统 B 和 C 也可求出类似的和. 这些和的乘积便代表整个系统全部任务的可靠度下限. 一般写为

$$R_{下} = \prod_{i=1}^{n} R_i = \prod_{i=1}^{n}\left(P_0 + \sum_{j=1}^{m} P_1\right)_i \qquad (10.12)$$

式中 n 仍为子系统数，m 为方面数，P_0 为一个子系统任一方面

都不失效的概率，P_1 为同一子系统一个方面有一个并联单元失效而其它任何一个方面没有失效的概率。正如这种表示法所示，必须先求每个子系统的概率($P_0+\Sigma P_1$)，然后再对所有子系统求这些概率的乘积。

实际使用一、二次上下限法，便足以使我们掌握这个方法；这个方法的应用将会随使用的增加而不断推广。三种方法一起提供了完成绝大多数系统可靠度预测所有必要的工具。

补 充 读 物

Amstadter, B. L.: Calculations of Reliability Predictions for the Apollo Spacecraft, North American Rockwell Corporation, Downey, Calif., SID66-744, 1966, IDEP no. 347.40.00-F1-47.

————: Prediction of System Reliability by Method of Bounds, *Proc. Ann. Symp. Reliability, Boston*, 1968, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., New York, 1968. pp. 423—430.

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood, Cliffs, N. J., 1964.

Barlow, R. E., and F. Proschan: "Statistical Theory of Reliability," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Besinoff, I., et al: Mathematical Simulation for Reliability Prediction, *Sylvania Electronis Systems, Rept.* F-491-1, Waltham, Mass., 1961; ASTIA no. 271367, Dayton, Ohio.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Calabro, S. R., and S. Pearlman: Simulation Techniques Verify Reliability, *Proc. Nat. Symp. Reliability Quality Control in Electron., 3d. Washington*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., New York, 1957, pp. 213—219.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.

Dixon, W. J., and F. J. Massey, Jr.: "Introduction to Statistical Analysis," 3d ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.

Owen, D. B.: "Handbook of Statistical Tables," Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Mass., 1962.
Rand Corporation: "A Million Random Digits with 100,000 Normal Deviates," The Free Press, New York, 1955.
Shooman, M. L.: "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach," McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

第十一章　分　　配*

11.1　目的与要求

可靠性分配是将规定的系统容许失效概率进行细分并合理分给系统单元的一种方法．分配的主要目的是建立每个单元的可靠度目标或指标，以使负责单元试制的人员知道单元所需的可靠度．可靠度指标将牵涉到单元价格、重量、试制进度和其它因素．单元由外面承包单位试制时，可靠度要求特别重要，因为它直接牵涉到试制费用．因而可靠性指标便为整个元件要求不可缺少的一部分．

合理分配容许失效概率，首先要知道单元相对失效概率．这就需要掌握可靠性预测所要求的全部情况：基本失效率、环境、降额、工作周期等等．即是说，相对可靠度的预测是整个考虑的主要部分．

有时也有这样的主张：只晓得工作周期、各项任务时间和有关环境应力而对单元其它情况一无所知时，只好假定基本失效率相等．不过，这样的假设将失去分配的作用．这样可能提出一个不现实的要求，想去改进原有实际可靠性低的“坏”单元，而没有想去改进原有可靠性已经满意或超过要求指标的“好”单元．这样一来，最后的产品改进计划也许不

---

* 本章谈到的原则性意见可供参考．但作者在具体分配时采用了平均分担提高可靠性要求的分配法是不合适的（见有关注），因此计算方法不能照搬——译校者注．

得不在"坏"单元上花过多的经费；而实际上，如果稍许花点费用改进"好"元件，也许很易实现整个系统所要求的大部分改进。

用这种方法分配的另一个令人不满意的结果是，有时分配给承担正当任务的部分的可靠度数值没有意义．要可靠度数值有意义，要使这个方法成为公认的工程原则的一部分，数值必须尽可能准确．所作假设必须现实，结果的利用必须考虑数据中存在的所有实际限制．我们不应随意加些人为的条件，比如假定失效率相等．

若开初一点数据也没有，则必须花些精力去收集或求得有关的数据．取得实用的失效率数据所花的经费和了解上述其它因素所花的经费，大部分都将为以后试制费用的节省和可靠度数值的提高所弥补．

因此，分配的一个主要副产品（许多情况下，它比分配本身更重要）是，确定单元的预测可靠度．即使预测的绝对值并不特别精确，但相对可靠度却能对权衡重量、时间、任务和费用等方面提供重要的数据，然后便可在比较定量的基础上评价这种权衡考虑．这些考虑在前面可靠性预测的两章里已经讨论过，第十六章还要作更详细的研究．

分配时，计算单元预测可靠度所用的方法与作预测时所用的方法一样．首先，从适当的失效率表查出基本（或应用）失效率，确定环境，规定适当的环境因子（因子 k），估计单元在该任务中的工作时间，考虑任何其它有关的因素等．然后把降额后的基本失效率乘以环境因子、乘以工作小时数，计算任务的工作失效率．单元有预备（或未工作）失效率时，未工作失效率（包括因子 k）还应乘以单元处于预备（或未工作）状态的小时数．将这样得到的未工作失效率与工作失效率相加，便得单元的整个任务失效率．假定失效分布为指数分布，则

可用通常的方法求出元件的可靠度.

$$R = e^{-\lambda t} = e^{-(\lambda_0 t_0 + \lambda_s t_s)} \tag{11.1}$$

式中 $\lambda_0 t_0$ 为工作失效率和工作时间的乘积，$\lambda_s t_s$ 为预备失效率和预备时间的乘积.

11.2 串联系统

我们举一个具体例子，说明基本方法，这个例子里，任务只有一方面，单元为串联结构. 由于其它因素相同，因而每个单元的容许失效概率正比于预计的失效概率，这里的失效概率 Q 为 1 减成功概率 $R(Q = 1 - R)$. 即是说，如果单元 A 的预计失效概率比单元 B 的预计失效概率高一倍，则分配给单元 A 的总容许失效概率便比分给单元 B 的大一倍. 于是，分配的可靠度便近似为 1 减分配的容许失效概率[1]. 分配的这些数值就是各个单元的可靠度指标、可靠度目标或可靠度要求. 简单串联系统中，各个单元容许失效概率的和近似等于系统总容许失效概率，正如预计的可靠度之乘积等于预计的系统可靠度一样，各个单元可靠度之乘积也等于真正的系统可靠度指标. 下面的例子将说明简单串联系统的分配方法.

假定一个系统的可靠度指标为 0.90，换句话说，它的容许失效概率为 0.10. 将此值分给 20 个串联单元，这些单元的预计可靠度列于表 11.1 第二列. 第三列列出了相应的预计失效概率. 这些失效概率之和为 0.200. 因此，预计失效概率为 0.002 的第一个单元分到的容许失效概率为总数0.10的0.002/

---

1) 即假定可用指数模型，真正分配的可靠度应为 $e^{-\lambda t}$，而不是 $1-\lambda t$，因此实际容许失效概率应稍大一些. 不过，绝大多数情况下，各个单元的容许失效概率都为 0.01 或更小一些. 使用 $R=1-\lambda t$ 时，每个单元的容许失效概率的误差小于 0.00005，因此它算是非常满意的近似.

0.200＝2/200，即0.001；分到第二个元件的是0.1的3/200，即0.0015，等等[1]．(把容许失效概率分给串联元件的另一等效

表11.1 由20个单元串联组成的系统的可靠度指标的确定．
（系统可靠度指标为0.90，系统容许失效概率为0.10．）

元件编号	预计可靠度	预计不可靠度	容许失效概率	可靠度指标
1	0.998	0.002	0.001	0.999
2	0.997	0.003	0.0015	0.9985
3	0.997	0.003	0.0015	0.9985
4	0.995	0.005	0.0025	0.9975
5	0.995	0.005	0.0025	0.9975
6	0.994	0.006	0.003	0.997
7	0.992	0.008	0.004	0.996
8	0.991	0.009	0.0045	0.9955
9	0.991	0.019	0.0045	0.9955
10	0.990	0.010	0.005	0.995
11	0.990	0.010	0.005	0.995
12	0.990	0.010	0.005	0.995
13	0.988	0.012	0.006	0.994
14	0.988	0.012	0.006	0.994
15	0.987	0.013	0.0065	0.9935
16	0.986	0.014	0.007	0.993
17	0.985	0.015	0.0075	0.9925
18	0.984	0.016	0.008	0.992
19	0.982	0.018	0.009	0.991
20	0.980	0.020	0.010	0.990
		合计＝0.20	合计＝0.100	积 0.9046≈0.90 （差＝0.0046）

1）从这例子可以看出这种分配方式是普遍提高了单元现有预计水平的可靠度，从而几乎所有单元都要改进可靠度这种作法是不合适的．实际的作法应该是当预计不可靠度超过了容许不可靠度时，就对关键单元进行改进，研究设计方案，看花多少人力物力时间，能达到什么可靠度．然后综合平衡，一般是抓住几个关键单元改进可靠度来达到要求的可靠度，而不是抓所有单元——译校者注．

方法是将总容许失效概率除以总失效概率再乘各个单元的失效概率. 因此第一个单元的容许失效概率为 0.100/0.200 × 0.002，第二个单元的为 0.100/0.200 × 0.003，等等. 由于所有被乘数都相同，因此这样计算比较容易一些.）第四列列出了容许失效概率，最后一列列出了相应的可靠度指标. 用这种方法得到的各个指标之乘积非常接近于规定的系统可靠度指标，其理由在前面的脚注中又作了解释.

若望各单元可靠度之乘积正好等于系统可靠度指标 0.90，则可将差 0.0046 按比例分给各个元件，从而使每个元件的容许失效概率略有增加. 不过因有如下几个原因，我们并不主张这样作.

1. 元件装配没有分到容许失效概率. 多了的 0.0046 可以分给它[1].

2. 可靠性指标上加的小数位数超过原预计数据所证实的，这样我们将会自己哄自己. 有时甚至三位精度都是不可靠的.

3. 从可靠性指标主要应用角度看，给出额外"精度"花出大量时间是不合算的.

4. 设计者和供应者并不会以任何方式改变他的工作、调整经费、调整进度来反映这种差别，例如可靠度指标 0.995 和 0.9952（或 0.9945）之间的差别. 证实达到的可靠度指标时，绝大多数情况都检查不出这种差别.

5. 常常希望在总容许失效概率中保留一小部分，以使这样一些元件可以得到一点额外的容许失效概率：它们由于工艺水平、试制上预想不到的困难或其它正当原因而不能达到要求的可靠度指标.

1）装配工艺可靠性没有作为一个不可少的单元列入可靠性分配表是不对的. 剩下的另头分配给装配是没有道理的——译校者注.

分配可靠度还有另一种方法，这就是使用任务失效率，而不用不可靠度，即用 λt，不用 Q. 采用这种方法后，单元分到的可靠度指标之乘积将正好等于系统可靠度指标，没有剩余未用的、待分配的容许失效概率. 假定有一个简单串联系统，其中单元有相等的关键性，有相等的改进潜力，其它因素也相等，若不考虑上述五个不分配余数的理由，那就宁可使用这种方法. 我们将用上面有 20 个串联单元的例子来解释这种方

表 11.2 用失效率确定可靠度指标.
(系统可靠度指标为 0.90，系统失效率为 0.10536)

元件编号	预计可靠度	预计失效率*	容许失效率	可靠度指标
1	0.998	0.00200	0.00105	0.9989
2	0.997	0.00300	0.00157	0.9984
3	0.997	0.00300	0.00157	0.9984
4	0.995	0.00501	0.00262	0.9974
5	0.995	0.00501	0.00262	0.9974
6	0.994	0.00602	0.00315	0.9968
7	0.992	0.00803	0.00420	0.9958
8	0.991	0.00904	0.00473	0.9953
9	0.991	0.00904	0.00473	0.9953
10	0.990	0.01005	0.00526	0.9948
11	0.990	0.01005	0.00526	0.9948
12	0.990	0.01005	0.00526	0.9948
13	0.988	0.01207	0.00632	0.9937
14	0.988	0.01207	0.00632	0.9937
15	0.987	0.01309	0.00685	0.9932
16	0.986	0.01410	0.00738	0.9926
17	0.985	0.01511	0.00791	0.9921
18	0.984	0.01613	0.00845	0.9916
19	0.982	0.01816	0.00951	0.9905
20	0.980	0.02020	0.01058	0.9895
		和 =0.20123	0.10534	0.900

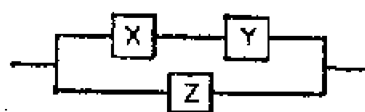
* 时间周期等于任务时间.

法，尽管以后谈到的其它考虑中表明这种方法在大多数情况下并不简化计算.

假定预计的可靠度相同. 用 $R = e^{-\lambda t}$ 关系计算相应于这些可靠度的任务失效率，其结果列于表11.2的第三列，并根据元件失效率与系统总失效率之比计算了每个元件的容许失效率，再用指数公式求出元件的可靠度指标. 假定所有元件工作时间都相等.

11.3 冗余系统

比较复杂系统时，把系统可靠度指标分给各单元不仅花的时间更多，而且它本身也得不出一个简单的直接的答案. 需要一个叠代(重复)过程. 分配过程的第一步是简单的. 把每组并联单元适当组合成单个单元，然后将此单个单元视为一个串联单元方框. 例如



这一组包括两个并联分枝或并联通路. 第一个分枝包括单元 X 和单元 Y，其可靠度 $R_1 = R_X \times R_Y$. 第二个分枝只有一个单元 Z，其可靠度 $R_2 = R_Z$. 两个分枝的组合可靠度 $R = 1 - [(1 - R_1)(1 - R_2)]$.

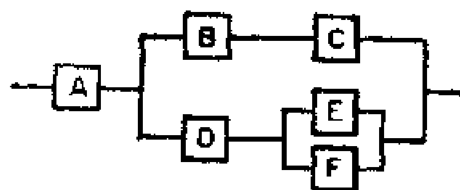
并联单元组合好后，并且系统也表成了串联系统，便可用上节讨论的方法将容许失效概率分给各个串联单元方框. 每个方框的容许失效概率正比于它的失效概率. 然后确定并联分枝中每个单元的容许失效概率.

假定上组中单元 X, Y 和 Z 的预计可靠度分别为 0.97, 0.95 和 0.88，而相应的失效概率为 0.03, 0.05 和 0.12. 第一

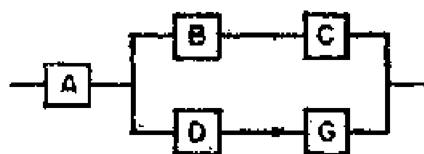
个分枝的可靠度为 $R_X \times R_Y = 0.97 \times 0.95 \approx 0.92$，相当于失效概率近似为 0.08。第二个分枝的失效概率为 0.12。总可靠度为 $1-(0.08)\times 0.12$，即约 0.99，总的失效概率为 0.01。

再假定，代表这三个单元的串联方框分到的总容许失效概率为 0.005。此容许失效概率与该方框的预计失效概率之比为 0.005/0.01，即 0.50。用此比值乘各个单元的预计失效概率便得单元容许失效概率。因此，单元 X 的容许失效概率为 $0.50 \times 0.03 = 0.015$；单元 Y 的容许失效概率为 $0.50\times0.05=0.025$；单元 Z 的容许失效概率为 $0.50 \times 0.12 = 0.060$。[1]

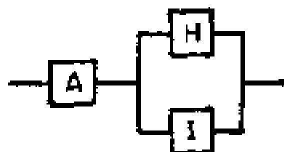
如冗余单元在一级以上，则此方法要一级一级地继续使用，直到各个单元得到容许失效概率正比于它的失效概率[2]为止。这一方法要一级一级地重复。例如，复杂的逻辑图可以是



最低一级的第一次组合将得到下面的方框图:



图中方框 G 代表并联单元 E 和 F。下一步得



1),2) 如上所评，这种平均分担提高可靠性的分配法是不符合实际的——译校者注。

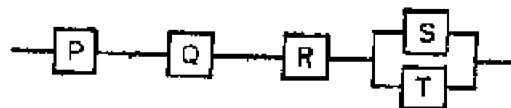
图中方框H代表串联方框B和C，方框I代表串联方框D和G。最后串联图为



图中J代表并联方框H和I。方框J的容许失效概率确定之后，便可按上面讲过的比值——比例法，求方框B，C，D，E和F的容许失效概率。

确定每个单元的容许失效概率后，整个过程还可能重复，只是重复中的计算是用容许失效概率，而不是用预计失效概率。之所以要进行这种重复，是因为将会发现，整个系统的容许失效概率尚未全部分完[1]。举一个简单例子可以说明为什么会如此。复杂系统中没有简单的方法可以一次就把整个系统的容许失效概率分配好而不在相对容许失效概率与相对失效率之间引起差异。

假定有下面的逻辑图



再假定系统容许失效概率为0.02，并按相对失效概率进行分配；单元P，Q和R的可靠度各为0.99，S和T的可靠度也各为0.90。相应的失效概率分别为0.01和0.10。串联方框图为



图中U代表单元S和T的并联组合，其可靠度为$1.0-(0.10\times 0.10)=0.99$。既然$P$，$Q$，$R$和$U$四个方框的可靠度相同，则

1）系统容许失效概率大于系统预计不可靠度时，会出现相反的结果。将会看到，初步的总容许失效概率会超过系统的总容许失效概率。

每个应分得总容许失效概率的四分之一：$1/4\times0.02=0.005$，即应分到 0.995 的可靠度。

包括方框 U 在内，每个串联方框的容许失效概率和预计失效概率之比为 $0.005/0.05=0.50$. 因此单元 S 和 T 的容许失效概率都为 $0.50\times0.10=0.05$，用 S 和 T 的这一容许失效概率重新计算方框 U 分得的可靠度，使得 $1.0-(0.05\times0.05)=0.9975$，容许失效概率只有 0.0025，而不是我们开初所用的0.005. 分配的总和是 $0.005+0.005+0.0025$，即 0.0175，而不是 0.02. 两者的差 $(0.02-0.0175)$ 为 0.0025.

表 11.3 逻辑图中单元 P, Q, R, S 和 T 的最后容许失效概率

单元	最初分配	额外分配	小计	最后修正	总分配
P	0.005	0.0007	0.0057	−0.0001	0.0056
Q	0.005	0.0007	0.0057	−0.0001	0.0056
R	0.005	0.0007	0.0057	−0.0001	0.0056
S	0.050	0.0071	0.0571	−0.0011	0.0560
T	0.050	0.0071	0.0571	−0.0011	0.0560
系统总额(计算的)	0.0175		0.0204		0.01994≈0.02
差额	0.0025		−0.0004		0.00
差额与系统总额之比	1/7		−1/51		0

可以近似按与原来的容许失效概率相同的比例将此差分给各个单元. 需要用叠代法. 由于 0.0025 为 0.0175 的七分之一，因此每个单元额外分到的容许失效概率为该单元第一次的容许失效概率的七分之一. 然后再核对一次，作最后修正即完成分配. 表 11.3 列出了用这种叠代法所得单元 P, Q, R, S 和 T 的最后容许失效概率. 注意，虽然 0.0025 为 0.0175 的七分之一，但 0.0004 只有 0.0204 的五十一分之一.

11.4 多方面任务

我们已经知道如何把容许失效概率分给单方面任务的系统的各个单元. 但是,许多任务有一个以上的方面,复杂的宇宙飞行任务可能有多达 25 到 30 个方面. 即使平稳系统,其中的许多单元也可能有两个方面: 工作和不工作. 有两个或两个以上的方面时,每个方面在合同上都规定有自身的可靠度要求. 即使没有规定这种要求,最好也将任务分成许多有不同环境条件的方面. 例如,火星探测可分成如下几方面(圆括弧里表示再分方面):

发射(第一级,分离;第二级,分离;第三级,进入地球轨道)

地球轨道

地球-火星转换(向火星投射,惯性飞行,中间航线纠正,惯性飞行)

进入火星轨道

火星-地球转换(向地球投射,惯性飞行,中间航线纠正,惯性飞行)

进入地球轨道

发动返回

降落与溅落

漂浮与打捞

这些方面与再分方面都牵涉到一组环境因子和设备工作时间. 也与可靠度指标或目标相关联.

主要目的是收集、存储和再现有关火星、大气性质、辐射能级等资料. 如果这些资料大部分都已通过电子通讯设备传送到地球上,而只是一小部分存储在磁带上或其它存储媒介

上供以后在地球上再现，那么，这个任务的头一半（包括上火星轨道）应当规定高指标，而后一半可以规定较低一点的指标.

为了说明按任务方面细分可靠度指标，我们考虑一个比较简单的任务模型.例如一个供给能源的电力系统，第一级动力失效时它有三个主要方面. 第一，动力系统中的未工作方面必须在不维修的情况下连续一年保持工作准备状态. 第二，需要时，系统最初必须用干电池作动力，并在没有人为的因素下逐渐达到满功率. 第三，达到满功率后，系统必须在不维修的情况下工作 30 天时间.总的可靠度必须至少为 90%，三个方面分摊容许失效概率 10%.

这个具体例子中，环境是可控的，未工作条件是非常有利的，因此，未工作方面分到的容许失效概率极小. 而且重要的是，这段时间里系统要保持工作准备状态. 因此这方面分到的容许失效概率只有 5%. 最后的可靠度要求近似为 0.995（容许失效概率为 5% × 0.10 = 0.005).

起动时，这一方面需用一些专用起动单元. 此外，起动时也给其它单元增加一些额外的应力，尽管时间短（1 小时），但这一方面必须分到 20% 的容许失效概率. 总计 0.02，相应的可靠度约为 0.98. 剩下 0.075 这部分容许失效概率将分给工作方面，因此工作方面的可靠度约为 0.925. 用这种方法确定的可靠度要求将得出 90.2%的总可靠度. 如前所述，虽然还有 0.2%可以再分摊，但最好将此数值保留起来，作为安全系数或机动容许失效概率，以后分给可靠度没有达到的单元，或分给开关装置、组件、引线或逻辑图中没有画出的其它单元.（用已讨论过的方法，并按已经确定了的每一方面的容许失效概率，在每一方面分配单元容许失效概率.）

若想把整个容许失效概率分完，使得各方面的可靠度之

乘积正好等于总要求，则应假定失效分布为指数分布. 整个任务的失效率为 0.10536. 将此值分成 5%(未工作), 20%(起动) 和 75% (工作) 三部分，分别便为 0.00527, 0.02107 和 0.07902. 因此，相应方面的可靠度要求为 0.9947, 0.9792 和 0.9240.

11.5 其它重要考虑

到目前为止，我们只讨论了影响分配的一些因素：任务或任务各方面的预计失效率. 但还有其它三个重要考虑：一，每种单元的关键性以及这种关键性与系统和任务的关系；二，每种单元的工艺水平，即改进的可能性；三，检修和修理的性质及作用. 有时也把复杂性作为第四个考虑. 不过，复杂性会自然得到考虑，因为组件和子系统的失效率是根据组成它们的所有单元、部件的失效率确定的. 因此复杂性包括在总失效率内，不必单独考虑.

11.5.1 关键性

三个考虑中的第一个考虑(关键性)通常是容易确定的. 飞机无线电失灵时，还有后备通讯系统，可能有后备系统使飞机完成它的飞行. 但是，一个发动机失灵时，即使是多发动机飞机，飞行也要提前结束，或改飞到地面安全设备比较好的备用机场. 设计和计划一个宇宙飞船通常是为了进行许多试验的. 这些试验其中有些可能完全失败，但仍可将工作继续到预订时间，因为别的试验可能不失败. 但是，如果宇宙飞船中有两个方位控制系统，而有一个失效，则为了防止剩下的一个万一也失效时后果将导致人船俱毁，就应立即返回，于是任务便会流产，宇宙飞船将返回地球，及时在适当区域溅落. 作一

个试验时，若功能丧失就可能没有补救办法了.不过这并不影响机务人员安全，因此飞行照常进行. 另一方面，控制方位职能可以由后备控制系统执行，如果后备系统失效，任务便不能完成，机务人员也要遭受伤亡. 所以只用一种方法完成一个要害工作时，任务往往是不能完成的.

关键性这个问题，再举一个我们更为熟悉的例子. 例如，一辆汽车一般有无线电、加热器和其它设备以及备用轮胎.如果汽车在旅行中无线电失灵，即使汽车没有后备通讯设备，仍可继续旅行. 但当轮胎磨平，换上备用轮胎后，在旅程结束之前，驾驶者有机会就应将磨平的轮胎修好.

没有又快又好的规则，可以根据单元所担职能的重要性的不同给出它们相对承担的权. 一种可能的权是

关键（失效很可能使人员伤亡）……………………………100

主要(失效使任务不能完成)………………………………10

次要(失效不影响任务完成或人员安全，尽管功能可能丧失.)…………………………………………………………1

也可能有其它权分配，例如 10:5:1 或 10:3:1. 权的具体分配一般取决于合同要求(可用数字表示，也可用冗余度说明)、失效标准和其它要求. 容许失效概率与关键性成反比.这时，如其它因素相同，则关键单元与次要单元的容许失效概率之比应为 1/100. 同样，主要单元的容许失效概率应为关键单元的 10 倍，但又只有次要单元的 1/10[1].

我们常常看到，单元失效模式不同关键性也不同. 例如，运汽油车的爆炸，尽管这是极少可能，但仍是关键失效；而性能差倒可能是主要失效或次要失效，视性能差的程度而定.同样，一个阀门失效在一种形式下可能是关键的，但在另一种形

1) 这原则是定性的. 不能绝然如书上所说那么定量成一定为1/100、1/10 ——译校者注.

式下却可能是主要的. 逻辑图的优点是,不仅能示出单元本身,也能示出单元功能或失效模式. 同时,也可将相应的关键性分给图中的各个单元. 这将大大有助于确定哪些单元可以或应当备有冗余,哪些单元有冗余对系统没有好处. 冗余度的考虑第十六章再详细讨论.

11.5.2 产品改进

第二个考虑(能实现的改进水平)也是重要的. 如果一种单元已经经过长期使用,并已经过广泛研究(包括失效分析和缺点改正),那么,即使它的可靠度大大低于希望值,再提高它的可靠度可能是非常困难的. 例如,有些阀门的失效率已降到这样的程度:即使花巨大的代价作深入一步研究,可靠度的提高还是比较小. 另外有些单元,尽管原有可靠度已经很高,但作进一步改善仍可能是省钱的. 静态单元(即无运动部分的单元)尤其如此. 例如,一种新型半导体器件,可靠度可能比阀门高,但仍比其它半导体低得多. 经验表明,在半导体改进计划上投资是会有成果的,因此应当订出新产品改进计划. 从上面的讨论可以看出,分配容许失效概率和可靠度指标时,应考虑改进能力及所预计的失效率和关键性.

提改进指标时,必须慎重,要防止过高估计所能达到的改进水平.我们使用的预计失效率,往往是根据广泛研究和产品改进之后所得的可靠度,因此已经考虑了可靠度增长因子,无需再单独考虑这个因子. 不过,在从实际应用取得元件预计失效率时,其间可能没有时间对元件改进作广泛研究,分配容许失效概率时,便应当给这种元件分以一定的数值. 估计改进潜力除了要使用工艺上的良好的经验数据外,还应细心分析失效率数据及其来源.

建议采用相对权 3:2:1. 可以立即改进的单元放入类 3,

其预计失效率应乘以1/3. 立即改进可能性小一些的单元放入类2，其失效率应乘以1/2. 可靠度提高可能性相当小的元件，容许失效概率保持不变.

11.5.3 维修考虑

维修是分配容许失效概率的第三个考虑. 定期维修的单元，或定期检验或检查而需要时就修好的单元，平均讲，可靠度是高于没有这些措施的单元. 不过，为了确定容许失效概率分配可能变化的性质和范围，在任何情况下我们都得细心分析维修和修复措施对单元和系统的影响. 有些维修和修复措施只使分配有很小的变化，或者不引起变化；而另外有些维修或修复措施却大大减小失效概率分配. 影响分配变化的重要因素有三个：(1)失效分布的性质，(2)冗余度和冗余类型，(3)单元失效或工作过久对系统性能的影响.

1. 失效分布的性质决定维修或修复的效果. 如设备仍处于初期失效期或早期失效期，那么，早期失效的维修将会有效地提高设备可靠度. 这里有一个假定，维修措施能排除失效模式，至少要大大减小那种失效模式复发的概率. (若维修只是使设备恢复到它原来的状态而没有纠正它的基本缺陷，可靠度不会提高.) 同样，如果设备某一项目使用寿命比要求的工作时间短，造成工作结束前出现耗损失效，那么，维修措施(包括换元件)将大大增长寿命，从而提高可靠度.

但是，如果设备在常失效率期工作，则维修措施便无效果. 按照定义，这个时期失效概率为常数，时间$t_1(t_1 = t_0 + \Delta t)$的失效概率与时间$t_0$的失效概率相同. 维修的作用是把设备"恢复"到$t_0$的状态，并不提高设备的可靠度或降低失效概率. 不过，替换任何失效的冗余部分不属这种情况. 冗余部分失效后，设备该部分的可靠度将降低，因为第二(或补充)部分失效

将使设备失效．换掉失效的部分后，设备便恢复到原来的、更可靠的状态．（注意，从精确的数学意义讲，这个时间，设备失效率不为常数，而是在冗余部分失效后有所增高．增加的失效率的描述，用耗损期的实际上比用常失效率期的更好一些．）

常失效率期的维修与早期失效期中进行的但并未排出早期失效的维修都不提高设备可靠度，也不是改变分配的正当理由．提高可靠性的维修或修复措施（纠正缺点、替换耗损部分和替换失效的冗余部分）才影响分配，使分配有期望的变化．分配改变时，容许失效概率减小．减小的数量取决于维修或修复工作的次数．

2．冗余法显著影响维修系统的分配．替换失效的冗余部分后，单元的可靠度大大提高．如果失效单元及时修好或换掉，则冗余部分的可靠度基本上为 1．减小容许失效概率时，必须考虑并不同时使所有单元（即真正冗余元件）失效的那些失效模式．

并行工作冗余系统一般都没有自己固有的失效检查系统，必须在定期检验或维修中检查失效的单元．因此，两次定期检修之间这段时间，设备必须是可靠的．但后备冗余系统却有失效检查和转换系统．若检验系统发现失效，有时几乎要立刻采取维修或替换措施．

无论哪种冗余法，都有两个有关的问题要考虑．第一，必须要有可能进行维修或替换．为了实现维修，不仅要有替换的部分，而且也要有必要的工具和设备，旁边还要有能胜任维修工作的技术人员或其它经过训练的人员．即使我们考虑维修系统，仍应花时间去寻求新的部分或设备．正因为设备本来就是冗余的，有时为了修好或换掉一个失效项目，往往需要相当多的时间．

第二，由于维修措施本身不是百分之百可靠，因此设备并

不恢复到它原来的状态. 现场维修常常是临时性的，方便时还是应把设备送到装备更全的维修站去.就是在维修站维修，也不能把设备恢复到"如新"的状态. 我们都有这样的体验：在哪儿维修也不是百分之百满意.

正如所期望的那样，冗余法的作用是进一步提高有冗余元件的被修设备的可靠度，降低这些设备的容许失效概率. 减小多少，则取决于不引起冗余元件同时失效的那些失效模式的概率、两次维修之间设备必须工作的时间长短、维修需要的时间多少和维修效果.

3. 最后，考虑设备耗损对系统的影响. 如果在耗损的任何时期都造成系统不能工作，使得即便失效项目本身修好后系统也不能恢复到工作状态，那么，在要求系统停工维修时，无论修串联部分还是修并联部分，都是无济于事的. 不过在系统不停工的情况下，可以维修并联部分. 第十六章讨论系统的某些设计考虑时，我们将要指出，能否维修的问题是冗余系统设计中的一个重要因素. 也有许多系统，不需要在整个任务期间都工作，因此这种系统停工完全可行，维修工作能够完成；实际上，维修工作是按日程进行的. 若失效单元是冗余的，则紧急情况下系统仍可工作. 自然，如果失效单元不是冗余的，或者维修时系统不能停工，系统便不能应付紧急需用. 显然，分配和设计系统时，必须细心考虑系统的多方面的影响.

假定系统的设计和工作特点是，维修和修复是可能的，而且也能有效减小任务失效率，便可以而且应当适当改变容许失效概率的分配. 既然一个文件或组件的容许失效概率的变化会影响系统其它部分可以得到的容许失效概率，因此需要在作第一次分配前考虑到维修或修复的影响. 维修或修复对元件的作用是提高其可靠度，从而也就相应地减小容许失效

概率.

用数学式子精确表达这种提高是不可能的，因为这种提高依赖于失效分布的性质和描写这个分布的参数值。我们记得，如果失效分布为指数分布（常失效率情况），则维修并不提高可靠度，如果是其它更为复杂得多的、基本上是未定义的分布，就不能这么说了．例如，如果维修和修复的作用是防止主要失效模式为耗损的这种单元的失效，那么，即使耗损失效为正态分布，正确的维修时间也大大影响失效分布，而且新的失效分布也不易用数学方法定出．图 11.1a 到 c 表示，维修时间的微小变化如何大大影响可靠性．图中的阴影部分表示失效概率.

图 11.1a 维修正好在耗损开始后进行．图中的阴影部分表示维修前的任务失效概率．任务时间可以是时间轴上耗损开始后向右的任何一个时间，而不影响维修措施的效果．若在任务过半前开始出现耗损失效，则需要维修一次以上．图

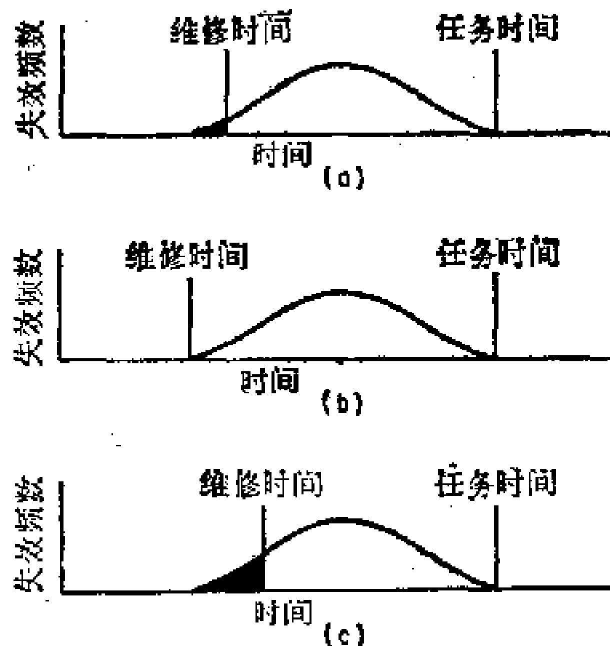


图 11.1　维修时间对失效概率的影响.

11.1b 维修是在出现耗损之前进行的，任务时间在耗损开始的右边，维修需要一次以上．这种情况，耗损引起任务失败的概率基本为零．图 11.1c维修时间比较迟了一些，因而失效率大为增加．从这个简单的例子可以明显看出，维修或替换后，系统的最后失效分布非常复杂，作数学描述极端困难．因此我们首先应对每组情况分别进行分析，确定相应的维修因子，从工程上的判断看，这些因子要是合理的．然后用最后的失效率在系统中进行分配．可是单元本身各自的可靠度指标或要求不应改变，除非单元规范中提出了维修的考虑．分配是以单元原来的失效率为基础，而后考虑维修进行修正．

11.6 具体分配例子

所有这些因素以及考虑这些因素的顺序先后都要影响分配．步骤通常是按下面的顺序进行．首先确定任务的各个方面，从而确定适当的环境和失效率因子．叙述每一方面的具体系统，并建立可靠度指标．如前所述，根据下述三个条件确定每一方面最初的容许失效概率或要求：一、合同要求，二、每一方面所作工作的相对重要性，三、每一方面的相对可靠度．不过，考虑中除了合同要求外，还要考虑到基本的（初步的）工程判断，如分配中明显产生反常现象，往往还得改变每一方面的容许失效概率．

下一步(可以与分配同时进行)是确定各种单元的失效率：一种是工作单元的失效率，另一种是未工作单元的失效率，如果未工作单元有预备失效率的话．这一步要确定的数据是基本失效率、环境因子、工作时间(工作周期)、降额因子等．

然后按关键性进行调整．关键和主要单元的失效率应适当减小，次要和主要单元的失效率应相应增加．无论哪种情

况，最后容许失效概率都反映各个单元的相对关键性．自然，所有方面都得使用同一办法．如关键和主要单元的失效率在某一方面有所减小，则在所有方面都应该减小．

紧接这一步或同时要作的事是，建立关键度因子，确定目前工艺水平(产品改进)和维修因子．然后将后面的因子与前面的一个因子和失效率(现在的失效率已包括环境、工作时间和其它因子) 组合起来．再按已讲过的方法将最后的失效率用来分配．

下面我们完整地介绍一下一个复杂系统的具体分配，这个系统完成的任务比较复杂． 分配分到子系统一级，并要考虑已讨论过的许多因素． 具体任务是，用地球轨道卫星检验辐射能级并传送有关数据． 第一步工作是发射，包括进入轨道；然后在轨道作惯性飞行，每天进行方位控制操纵．在轨道上飞行时，每 90 分钟作 9 分钟遥测工作．30 天内可靠度要求为 0.90，6 个月 (180 天)内为 0.50．这个要求表明，必须发射成功，必须成功地积累最初的辐射测量数据；为了验证和延续而增加的一些补充测量值，重要性要低一些．

失效率为常数时，若 30 天内可靠度为 90%，则 180 天可靠度为 53%． 既然头 30 天时间包括发射方面，因此在轨道上 30 天时间的可靠度要求将高于 90%．常失效率系统中，6 个月的可靠度应比 53% 高得多．因此，30 天的要求是更严格的，应当先分配．然后再对剩下的 5 个月另作分配．

任务分为发射、惯性飞行和方位控制三个方面． 工作系统包括第一、第二级发动机和分离子系统、制导系统、推进电源子系统、辐射检查和测量设备(冗余)、数据记录和存储设备(冗余)、遥测和通讯子系统(冗余)、辐射电源系统 (冗余)、方位传感器和电源控制器、方位控制发动器(冗余)、方位控制电源系统、温度控制和结构．图 11.2 为表示冗余关系的逻辑图．

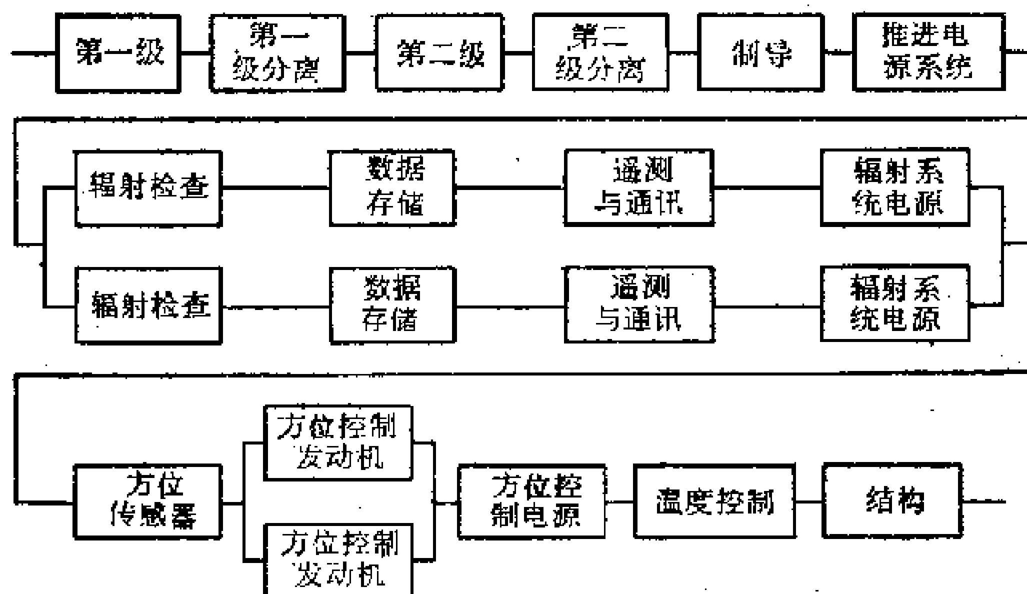


图 11.2　辐射地球卫星逻辑图．

表 11.4　子系统与工作方面

子　系　统	工作方面		
	发　射	惯性飞行	方位控制
第一级发动机和控制	×		
第一级分离	×		
第二级发动机和控制	×		
第二级分离	×		
制导	×		
推进与制导电源	×		
辐射检查与测量		×	×
数据记录与存储		×	×
遥测与通讯		×	
辐射系统电源		×	×
方位传感器		×	×
方位控制发动机			×
方位控制电源		×	×
温度控制		×	×
结构	×	×	×

表 11.4 表示子系统在任务每一方面的工作．

要注意图 11.2 中辐射检查部分的冗余性质. 两个冗余系统没有交叉联系，因此一个分枝中一个子系统失效将使该分枝全部失效. 也要注意到,电源子系统是细分成几个部分的,需用电源的其它子系统各备有各的电源. 这几部分是彼此独立的,因此实际上有几个电源子系统.

对于那些依赖于时间或周期次数的子系统，要确定它们头30天内的实际工作时间.这包括所有子系统,只是与发射有关的子系统例外，一般认为，发射是一个瞬时工作过程. 不过，发射系统也得将工作时间细分为惯性飞行时间和方位控制时间,因为这两段时间的环境因子是大不相同的. 卫星上的电子元件的未工作时间是发射时间，而发射时的环境因子又非常高,因此我们要考虑电子元件的未工作失效率.

假定发射(包括入轨)花的总时间为 6 分钟(0.1 小时),每次方位纠正花36秒(0.01 小时).因为方位纠正每天进行一次,所以进行这种操作 30 天花的总时间为 0.3 小时. 如发射和方位操作的环境因子各为 1,000 和 25,轨道上惯性飞行的 k 因子为 1,而未工作失效率为工作失效率的百分之二,则相对失效率如下:

发射: $1{,}000 \times 0.1 \times 0.02 \times \lambda = 2.0\lambda$

方位操作: $25 \times 0.01 \times 30 \times \lambda = 7.5\lambda$

惯性飞行: $1 \times 719.7 \times \lambda = 720\lambda$

上面的 λ 为每小时基本工作失效率. 发射与方位操作的失效率只占总失效率的一小部分(1.3%). 实际应用中,可以忽略发射与方位操作失效概率,这对轨道子系统讲,并不明显影响分配. 于是,可以以轨道方面为基础分配工作时间和预计失效概率. 表 11.5 列出了各个子系统的工作时间[1].

1) 实际工作时间少于 720 小时,因此发射和方位控制失效率将从 1.3%增到 13.0%. 不过,忽略这样大的失效率仍不会明显影响分配.

表 11.5　30 天任务(不包括发射)的子系统工作时间

辐射检查与测量	10 分/小时× 720 小时= 120 小时
数据记录与存储	10 分/小时×720 小时=120 小时
遥测与通讯	9 分/圈×480 圈=72 小时
辐射系统电源	16 分/小时×720 小时=192 小时
方位传感器	全部时间=720 小时
方位控制发动机	每天一次(失效率为定向周期失效率)共计=30个周期
方位控制电源	全部时间=720 小时
温度控制	全部时间=720 小时
结构	(只在方位操作时受应力)=0.3 小时
	(发射时也受应力)=0.1 小时

然后从标准失效率手册查出每小时失效率. 为了考虑降额工作(从线路分析确定),每个部分的失效率要适当降低. 一般说来,对轨道子系统不考虑环境应力的增加,因此这些系统中各部分的环境因子都为 1. 再把每个部分的失效率组合起来便得到各个子系统的失效率. 我们将假定,使用表 11.6 中列出的失效率,而且未工作失效率为零.

现在我们讨论关键性、目前工艺水平和可维修性,并适当地加以应用. 由于系统不载人,似乎可以假设,关键性是没有差别的. 然而情况并非如此. 有些子系统失效比另外一些子系统失效有更严重的后果. 我们回顾一下逻辑图不难看出这一点. 如果有关辐射的冗余系统失效,则第二个冗余系统仍可收集、记录和传送大部分数据. 同样,如果一个方位控制发动机子系统失效,则第二个子系统仍能完成任务. 但是,如果一个串联子系统失效,则它负担的工作便要遭受损失. 如果这个工作是任务成功不可缺少的,则它应比冗余子系统更加关键. 表 11.7 列出了本例中各个子系统的关键性分级及其权. 考虑到系统性质和失效后果,我们将采用 10:3:1 的分级系统.

工艺水平是第二个考虑. 我们将作下面的假设. 发射系统

表 11.6 考虑到时间和环境因子的子系统的失效率

子　系　统	失效率，时间，k 因子	积
第一级发动机	0.01/周期×1 周期×1*	0.010
第一级分离	6×10^{-6}/周期$^{+}$×1 期周×500‡	0.003
第二级发动机	0.01/周期×1 周期×1*	0.010
第二级分离	6×10^{-6}/周期×1 周期×1,000§	0.006
制导	0.0002/小时×0.1小时¶×1,000	0.020
推进电源	5×10^{-5}/小时×0.1小时×1,000	0.005
组装(发射方面)	1×10^{-5}/小时×0.1小时×1,000	0.001
辐射检查与测量	5.4×10^{-4}/小时×120 小时	0.065
数据记录与存储	3.1×10^{-4}/小时×120小时	0.037
遥测与通讯	8.9×10^{-4}/小时×72小时	0.064
辐射系统电源	2.0×10^{-4}/小时×192小时	0.038
方位传感器	6.6×10^{-5}/小时×720小时	0.048
方位控制发动机	0.003/周期×30周期	0.090
方位控制电源	4×10^{-5}/小时×720小时	0.029
温度控制	8×10^{-5}/小时×720小时	0.058
结构(轨道方面)	1×10^{-5}/小时×0.3小时×25	<0.0001

* 不用更大的环境因子，因为在发射环境下采用火箭发动机的失效率．

\+ 这个因子包括起爆中的内部冗余度；因子 k 适用于组件．

‡ 爆管基本失效率是对静态环境讲，因子 k 对第一级讲．

§ 因子 k 是对第二级讲．

¶ 这个任务中仅在发射与轨道投射时才用制导系统．

的可靠度已达到一个比较稳定的水平，近期不会有重大改进．但是，现场电源供给和检查系统方面目前正在作大量工作，其可靠性有望得到改进．这一系统所用各种数据记录和遥测设备，其工艺水平属于中等，寿命还有希望提高．方位控制、温度控制、结构元件希望保持现有水平．可以大有改进的子系统，将采用因子 3；可望有某些改进的子系统，采用因子 2；可靠度完全保持不变的子系统，采用因子 1[1]．这些因子的用法

1) 这种 3.2.1 的因子是主观的．实际上是探索研究提出几种可能改进的方案，因子是多少就是多少，不见得是 3.2.1．但由于方案不等于实际，故是一个近似数——译校者注．

表 11.7 子系统的关键性

子　系　统	关键性	分级值	备　　注
第一级发动机	关键	10	某些失效可能危及地面人员安全．
第一级分离	主要	3	其失效使任务失败但不涉及安全的所有元件都属这一类．
第二级发动机	主要	3	
第二级分离	主要	3	
制导	关键	10	某些失效可能危及地面人员安全．
推进电源	主要	3	
结构	主要	3	
辐射检查与测量	次要	1	所有冗余子系统都属次要一类
数据记录与存储	次要	1	
遥测与通讯	次要	1	
辐射系统电源	次要	1	
方位传感器	次要	1	方位传感器不好可能损失一些数据，仍可收集到大部分数据．
方位控制发动机	次要	1	
方位控制电源	次要	1	
温度控制	次要	1	温度控制是延长元件寿命的保护措施．控制不好不一定损失数据．

与关键性因子的用法相同，用相应的因子除失效率．

不载人的系统不可能维修，因此维修考虑不是适用于任何子系统．不过，为了说其作用，式(11.2)考虑了维修因子．如上节所述，可用时，维修因子将小于1．

$$\lambda_{使用} = \lambda \times \frac{1}{M_1} \times \frac{1}{M_2} \times M_3 \qquad (11.2)$$

式中 M_1 为关键性因子，M_2 为工艺水平因子，M_3 为维修因子．表 11.8 列出了任务头 30 天分配中用到的各子系统的最后失效率．

如本章前面所述，分配之前的最后一步是，把冗余单元的

表 11.8　30 天分配中使用的最后失效率

子　系　统	考虑时间和环境的失效率	关键因子的倒数，$1/M_1$	工艺水平因子的倒数，$1/M_2$	维修因子 M_3	最后失效率
第一级发动机	0.010	1/10	1	1	0.0010
第一级分离	0.003	1/3	1	1	0.0010
第二级发动机	0.010	1/3	1	1	0.0033
第二级分离	0.006	1/3	1	1	0.0020
制导	0.020	1/10	1	1	0.0020
推进电源	0.005	1/3	1/3	1	0.0006
结构	0.001	1/3	1	1	0.0003
辐射检查与测量	0.065	1	1/3	1	0.0217
数据记录与存储	0.037	1	1/2	1	0.0185
遥测与通讯	0.064	1	1/2	1	0.0320
辐射系统电源	0.038	1	1/3	1	0.0127
方位传感器	0.048	1	1	1	0.0480
方位控制发动机	0.090	1	1	1	0.0900
方位控制电源	0.029	1	1/3	1	0.0097
温度控制	0.058	1	1	1	0.0580

失效率组合起来，求得一个串联系统．使用的所有失效率都是表 11.8 所列的最后失效率．一个辐射检查系统(图 11.2 一个分枝中的四个串联单元)的总失效率为 $0.0217 + 0.0185 + 0.0320 + 0.0127 = 0.0849$．一个分枝的相应的可靠度为 0.9186，两个并联分枝的可靠度为 $1 - (1 - R_i)^2 = 1 - (0.0814)^2 = 0.9934$．失效概率为 0.0066．一部方位控制发动机的失效率为 0.0900，相应的可靠度为 0.9139．两部并联的可靠度为 $1 - (0.0861)^2 = 0.9926$，失效概率为 0.0074．表11.9列出了修正失效率．实际串联单元的失效概率是近似的．这种近似值非常接近于用指数公式 $Q = 1 - e^{-\lambda t}$ 算得的精确失效概率；从分配角度讲，这些近似值已非常满意了．用前面讲过的比值法，分配系统各单元的最初容许失效概率．冗余系统的容许失效概率上加了圆括号，目的是说明这是按比值

表 11.9　辐射测量任务容许失效概率的最初分配

(30 天可靠度指标为 0.90，系统容许失效概率为 0.10)

子　　系　　统	失效概率		容许失效概率
第一级发动机	0.0010		0.0007
第一级分离	0.0010		0.0007
第二级发动机	0.0030		0.0023
第二级分离	0.0020		0.0014
制导	0.0020		0.0014
推进电源	0.0006		0.0014
结构	0.0003		0.0002
冗余辐射检查系统	0.0066		(0.0049)
辐射检查与测量		0.0217	0.0155
数据记录与存储		0.0185	0.0132
遥测与通讯		0.0320	0.0228
辐射系统电源		0.0127	0.0091
方位传感器	0.0480		0.0343
冗余方位控制发动机	0.0074		(0.0053)
单个方位控制发动机		0.0900	0.0643
方位控制电源	0.0097		0.0069
温度控制	0.0580		0.0414
总系统	0.1399		
比：容许失效概率/失效概率	5/7		

得来的，而不是由并联分枝中单元容许失效概率算得的；因此冗余系统的容许失效概率要作修正.

曾经指出，对串-并联系统进行分配时，需要使用叠代法. 这是因为，第一次分配后，用分配的容许失效概率重新计算系统可靠度时，发现，系统的容许失效概率全都分完了. 这是由于，重新组合冗余单元的容许失效概率求冗余组合容许失效概率时，得到新的容许失效概率. (例如，$0.0155+0.0132+0.0228+0.0091=0.0606$. $1-0.0606^2=0.0037$，这不是最初的容许失效概率 0.0049.) 表 11.10 列出了辐射测量工作的这些计算结果，同时也给出了有关的可靠度指标.

表 11.10　30天任务中容许失效概率的最后分配
（系统可靠度指标为 0.90，容许失效概率为 0.10）

子　系　统	分配的失效概率		可靠度指标
第一级发动机	0.0007		0.9993
第一级分离	0.0007		0.9993
第二级发动机	0.0023		0.9977
第二级分离	0.0014		0.9986
制导	0.0014		0.9986
推进电源	0.0004		0.9996
结构	0.0002		0.9998
冗余辐射检查系统	0.0037		
辐射检查与测量		0.0155	0.9845
数据记录与存储		0.0132	0.9868
遥测与通讯		0.0228	0.9772
辐射系统电源		0.0091	0.9909
方位传感器	0.0343		0.9657
冗余方位控制发动机	0.0041		
单个方位控制发动机		0.0643	0.9357
方位控制电源	0.0069		0.9931
温度控制	0.0414		0.9586
总系统（计算值）	0.0975		
差（系统容许失效概率-分配失效概率	0.0025		

需要的话，可把余下的容许失效概率 0.0025 按比例分配给系统各单元．不过，用不着再分，这除了前述五个原因外，这里另外还有两个原因．第一，关键性因子、工艺水平因子和维修因子的选择尽管不是任意的，但还是不能以工程上的良好判断作绝对依据．本例中，我们难于证明关键性比值10:3:1胜过 9:3:1 或 10:5:1．这个比值对分配有很大影响，因而分配余下的容许失效概率所引起的变化不太重要，无需考虑．

第二，分配过程中作了几个近似．最常用的一个近似是，用 $R=1-\lambda t$ 来代替 $R=e^{-\lambda t}$．使用这种近似关系虽不影

响分配效果，但却不能使我们得到分配剩余容许失效概率所应达到的“精度”.

完成 30 天任务的分配之后，便可进行 6 个月的分配. 办法是确定余下 5 个月的容许失效概率，并用第一个时间周期所用的相同的方法，独立分配容许失效概率. 注意，与发射有关的子系统不再考虑. 此外，由于工作任务改变，剩下的子系统的相对关键性有时还得重新考虑，尽管本例中不一定要这样作.

各个方面的可靠度指标之乘积等于总指标. 因此，可将总指标除以第一个周期的可靠度指标，求得第二个周期的可靠度指标： $R_{第二} = R_{总}/R_{第一} = 0.50/0.90 = 0.5556$. 所以第二个周期的容许失效概率为 $1.000 - 0.5556 = 0.4444$. 将此容许失效概率分摊给其余子系统，便得 5 个月时间的可靠度指标. 然后把两个时间周期的指标相乘，便得总的可靠度指标. 不过，由于容许失效概率不是直接与两个周期的长短有关，因此我们并不推荐这样作.

上面我们详细分析了影响容许失效概率分配的所有主要因素和如何建立可靠度指标，并研究了这些因素的影响. 适当考虑了基本失效率、未工作失效率、任务各方面、要求、环境、降额、工作时间、关键性、工艺水平和维修等各个因子对容许失效概率的巨大影响；所用近似的总影响可忽略不计，不影响分配的有效性和实用性. 用所述方法分配可靠度时，在如下三个方面它都是有力的工具：一、查找可能的问题；二、为了提高系统可靠度，指出哪些地方应加冗余系统；三、给出系统所有单元的现实的可靠度指标.

补 充 读 物

ARINC Research Corporation: ''Reliability Engineering,'' Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: ''Handbook: Reliability Engineering,'' U. S. Government Printing Office, 1964.

Hiltz, P. A., and J. L. Gaffney: ''Statistical Techniques for Reliability'', North American-Rockwell Corporation, Downey, Calif., 1965.

Lloyd, D. K. and M. Lipow: ''Reliability: Management, Methods, and Mathematics'', Prentice-Hall, Inc., Englewood Ciffs, N. J., 1962.

第十二章 可靠性增长

12.1 引 言

分析可靠性增长、绘制适当的增长曲线，这可以视为是一种分配方法，也可以视为是一种估计方法. 如绘出的增长曲线表示希望达到的可靠性水平，表示今后趋向的一些指标，则绘制增长曲线可视为是一种分配方法.这样使用增长曲线时，增长曲线也将是测量计划可靠度指标所达到的水平的一种辅助工具. 从而特别留心和注意可靠性增长不合理想或不满足要求的那些元件和组件.

当一个计划项目顺利进入发展阶段从而利用实测数据取得适当数据结果以建立可靠性增长公式并绘制可靠性增长曲线时，可靠性增长的分析便主要是一种估计方法. 因此，增长公式反映实际可靠性水平；如果计划不作重大改变，在适当的限制下，也可用增长公式来预测将来达到的可靠度. 不过，达到的可靠度可能与系统要求无关.

可靠性增长公式和曲线的选择与其说是一种科学不如说是一种艺术. 哪些元件、哪些系统的可靠性增长适合用哪些公式来描述，确定这一点要有数据，而可用的数据却比较少. 例如，有些元件，特别是结构零件，可靠度非常接近于1（尤其在短暂的任务），因此有些增长曲线公式中要取可靠度上限为1. 另外有些元件，比如复杂的电子组件，最后的可靠度可能小于1. 同样，有些曲线的起点，可靠度为零，另外有些曲线

的起点，可靠度大于零，也有一些曲线，要经过一段时间后，可靠度才大于零．事实上，有些增长公式包括了这三种情况，究竟取哪种情况要看所选参数的具体数值而定．最后，我们可以在标准方格纸上用可靠度增长公式绘出一条处处都向下凹的曲线——代表可靠度增长率随可靠度提高而降低．另外有些公式，可能得出 S 形曲线，可靠度增长率开始增加，逐渐达到最大值，以后又随可靠度提高而降低．

由于可能的选择如此多变，加之，有助于选择的历史数据又如此之少，因此我们必须另找现实的选择标准．本书一直强调的标准是实用性．最有用的可靠性增长曲线是这样一种曲线：它提供的可靠度指标能满足预订计划的要求，它与时间或试验有关，它容易画出，也容易从技术上加以验证．最精确的曲线（基于现有计划数据得到的）不一定是最适用的曲线．如果正好有 10 个数据点，没有人会提倡使用 9 次式，尽管基于此式所画出的曲线通过所有 10 个点．由于作近似，因此一般选用二次式．我们选用的式子既要符合现有数据和指标，同时又要容易计算、容易画出曲线．选用简单的关系，尽管可能牺牲一点“精度”（从曲线吻合角度讲，可能是由于没有选用最佳的二次式），但会得到更多的好处．

我们已经讲过，元件可靠度增长公式应反映可靠性的目前情况和可靠性指标或要求．采用这个公式后，便要确定目前是什么增长率，将来必须是什么增长率，而且要将这两种增长率进行比较．如果在预定日程限制条件下目前的增长率还不足以得到最后的可靠度指标，便要采取适当措施．如果目前的增长率又达到或超过要求，便可以分一部份精力去研究可靠度增长率还不令人满意的那些元件．

12.2 三个有用的增长公式

我们知道，每作一次设计改变，才有希望提高一次可靠性，因而可靠度增长曲线实际上是一个阶梯式函数. 由于预先不知道改变的精确时间，加之这种曲线与离散值又非常吻合，因此几乎所有可靠度增长曲线都视为是连续的. 我们将研究某些可靠度增长公式，并结合有关曲线评价这些公式的特点和优点. 介绍的公式是最实用的，最便于画出曲线.

第一种情况是可靠度增长为试验和设计改进的次数的函数. 假定每次试验后所得的改进使失效率降低，降低的是现有失效率的一个固定的百分数. 这可用下面的式子来定义[1].

$$R = e^{-k^n \lambda_0} \tag{12.1}$$

式中 λ_0 为原有失效率，k 为每次试验和设计改变后现有失效率余下的百分数，n 为试验和设计改变的次数. 例如，如果每次试验与设计改变后现有失效率降低 10%，则 $k = 0.9$，第一次试验后的失效率 λ_1 为 $0.9\lambda_0$；第二次试验后的失效率 λ_2 为 $0.9\lambda_1 = 0.9^2\lambda_0 = 0.81\lambda_0$；第 n 次试验后的失效率 λ_n 为 $0.9\lambda_{n-1} = 0.9^n\lambda_0$. 此式中可靠度极限为1[2].

图 12.1 至图 12.8 分别表示 8 个不同的 λ_0 值和若干个 k 值的一些相应的增长曲线. 应当注意，曲线是画在倒放的半对数纸上的. 从实际应用看，用这种方法画的曲线在可靠度高于 0.90 时将为直线. 这是这种可靠度增长公式的一个重要优点，因为可以很快画出可靠度增长曲线. 即使可靠度低

---

1) 式(12.1)是更一般的增长曲线 $R = ce^{-\beta e^{-\gamma n}}$ 的变形，曲线 $R = ce^{-\beta e^{-\gamma n}}$ 叫冈伯茨曲线.

2) 用一个界于 0 与 1 之间的常数乘式 (12.1) 的右边，可将此极限降低、于是极限值由这个常数确定. 不过最后的表达不是直线，失去了原式简单的优点.

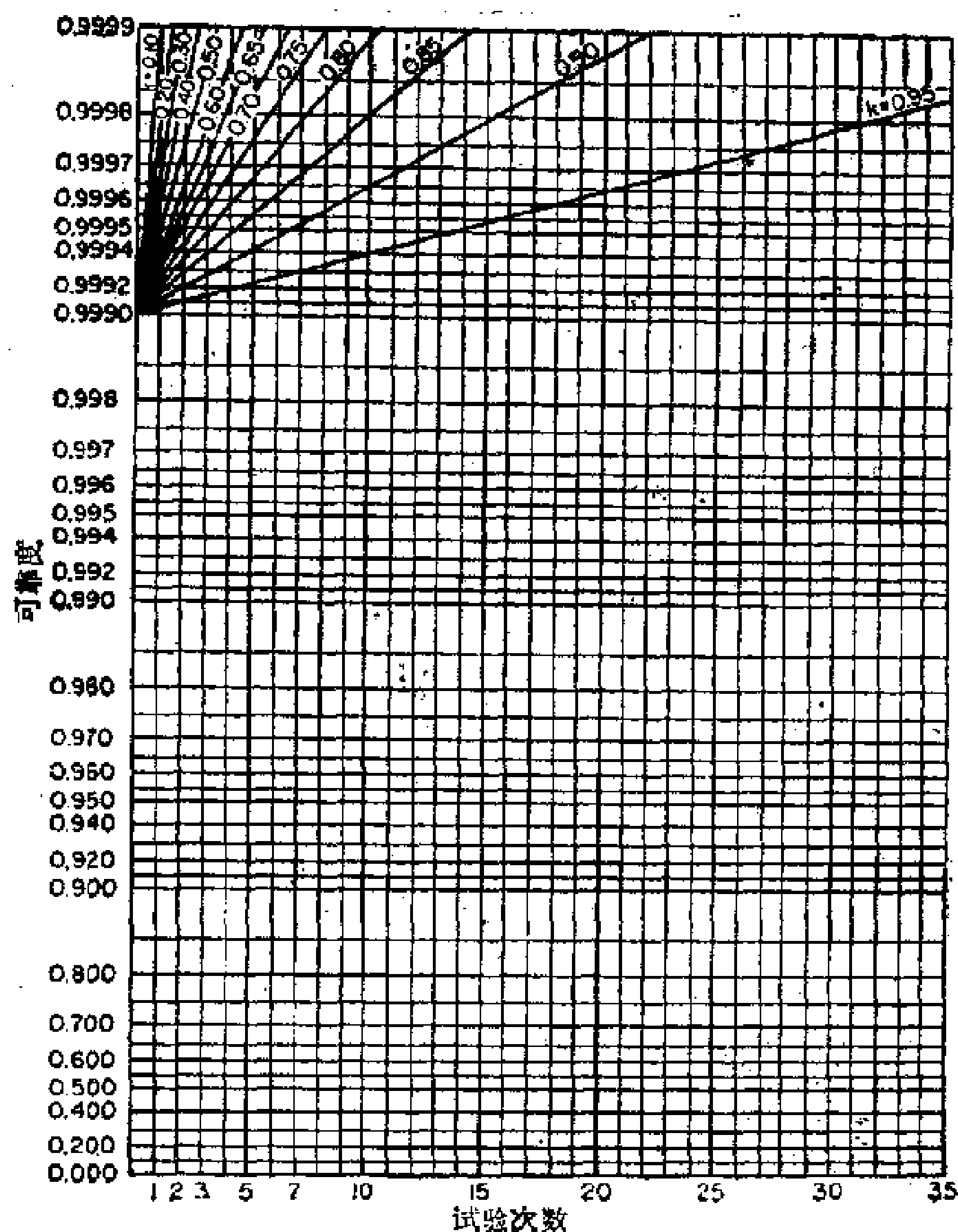


图 12.1 $\lambda_0 = 0.001$ 时不同 k 值的 $R = e^{-k^n \lambda_0}$ 的增长曲线.

于 0.9v, 也只需用两、三个点便可画出曲线较低的部分. 表 12.1 给出了这些曲线的许多可靠度数值, 也给出了其它 λ_0 值和 k 值下的另一些曲线的可靠度数值.

第二条增长曲线由下式确定:

$$R = 1 - ae^{-bx} \tag{12.2}$$

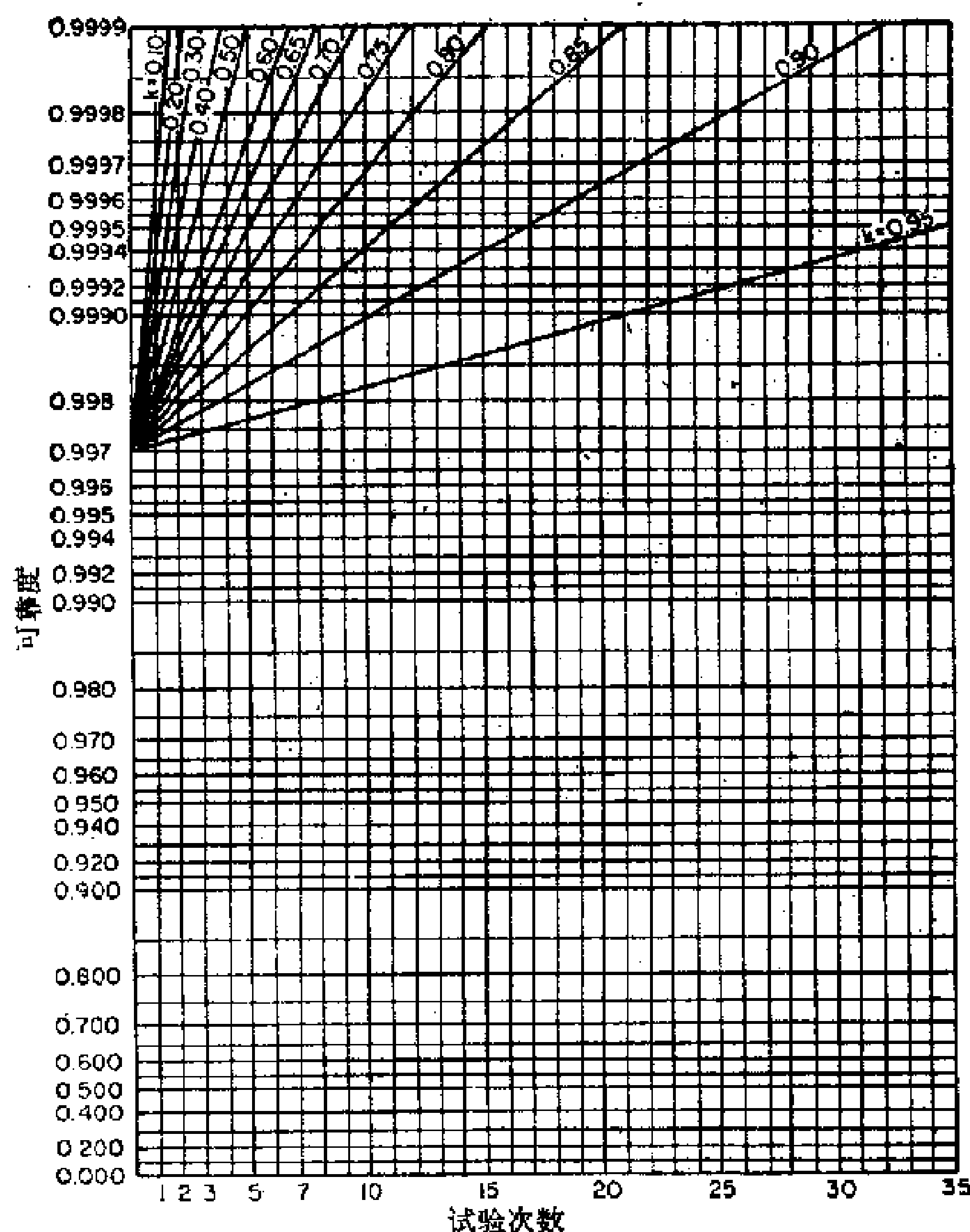


图 12.2 $\lambda_0 = 0.003$ 时不同 k 的 $R = e^{-k^x \lambda_0}$ 的增长曲线.

式中 a 为一常数，确定可靠度的起点；b 为另一常数，确定增长率；x 为试验时间或次数. a 为 1 时，曲线在 $x = 0$ 处通过零点. a 界于 0 与 1 之间时，原来的可靠度（在 $x = 0$ 处）便界于 1 与 0 之间. a 大于 1 时，可靠度在最初的一段时间里是不确定的. a 为负时，该式没有意义. 只要 b 为正，都能得

表 12.1　不同初始失效率和不同 k 值下 n 次试验后的可靠度；$R = e^{-k^n \lambda_0}$

n \ λ_0	4.000	2.000	1.000	0.400	0.200	0.100	0.040	0.020	0.010	0.004	0.002	0.001
						$k=0.95$						
1	0.0224	0.1496	0.3867	0.6839	0.8270	0.9094	0.9627	0.9812	0.9905⁺	0.9962	0.9981	0.9991
2	0.0271	0.1645	0.4056	0.6970	0.8349	0.9137	0.9645⁺	0.9821	0.9910	0.9964	0.9982	0.9991
3	0.0324	0.1800	0.4243	0.7097	0.8424	0.9178	0.9663	0.9830	0.9915⁻	0.9966	0.9983	0.9991
5	0.0453	0.2128	0.4613	0.7338	0.8566	0.9255⁺	0.9695⁺	0.9846	0.9923	0.9969	0.9985⁻	0.9992
7	0.0612	0.2474	0.4974	0.7563	0.8696	0.9325⁺	0.9725⁻	0.9861	0.9930	0.9972	0.9986	0.9993
10	0.0912	0.3020	0.5495⁺	0.7870	0.8871	0.9419	0.9763	0.9881	0.9940	0.9976	0.9988	0.9994
15	0.1567	0.3959	0.6292	0.8308	0.9115⁺	0.9547	0.9816	0.9908	0.9954	0.9981	0.9991	0.9995⁺
20	0.2384	0.4882	0.6987	0.8664	0.9308	0.9648	0.9858	0.9929	0.9964	0.9986	0.9993	0.9996
30	0.4238	0.6510	0.8068	0.9177	0.9580	0.9788	0.9915⁻	0.9957	0.9979	0.9991	0.9996	0.9998
50	0.7351	0.8574	0.9259	0.9697	0.9847	0.9923	0.9969	0.9985⁻	0.9992	0.9997	0.9998	0.9999
						$k=0.90$						
1	0.0273	0.1653	0.4066	0.6977	0.8353	0.9139	0.9646	0.9822	0.9910	0.9964	0.9982	0.9991
2	0.0392	0.1979	0.4449	0.7233	0.8504	0.9222	0.9681	0.9839	0.9919	0.9968	0.9984	0.9992
3	0.0541	0.2327	0.4824	0.7471	0.8643	0.9297	0.9713	0.9855⁺	0.9927	0.9971	0.9985⁺	0.9993
5	0.0942	0.3070	0.5541	0.7896	0.8886	0.9427	0.9767	0.9883	0.9941	0.9976	0.9988	0.9994
7	0.1476	0.3842	0.6198	0.8259	0.9088	0.9533	0.9810	0.9905⁻	0.9952	0.9981	0.9990	0.9995⁺
10	0.2479	0.4979	0.7056	0.8698	0.9326	0.9657	0.9861	0.9931	0.9965⁺	0.9986	0.9993	0.9997
15	0.4389	0.6625⁻	0.8139	0.9209	0.9597	0.9796	0.9918	0.9959	0.9979	0.9992	0.9996	0.9998
20	0.6149	0.7842	0.8855⁺	0.9525⁺	0.9760	0.9879	0.9951	0.9976	0.9988	0.9995⁺	0.9998	0.9999
30	0.8440	0.9187	0.9585⁻	0.9832	0.9916	0.9958	0.9983	0.9992	0.9996	0.9998	0.9999	1.0000
50	0.9796	0.9897	0.9949	0.9979	0.9990	0.9995⁻	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000

表 12.1 不同初始失效率和不同 k 值下 n 次试验后的可靠度; $R = e^{-k^n\lambda_0}$（续）

n \ λ_0	4.000	2.000	1.000	0.400	0.200	0.100	0.040	0.020	0.010	0.004	0.002	0.001
						$k = 0.80$						
1	0.0408	0.2019	0.4493	0.7261	0.8521	0.9231	0.9685^{+}	0.9841	0.9920	0.9968	0.9984	0.9992
2	0.0773	0.2780	0.5273	0.7741	0.8799	0.9380	0.9747	0.9873	0.9936	0.9974	0.9987	0.9994
3	0.1290	0.3592	0.5993	0.8148	0.9027	0.9501	0.9797	0.9898	0.9949	0.9980	0.9990	0.9995^{-}
5	0.2696	0.5193	0.7206	0.8772	0.9366	0.9678	0.9870	0.9935^{-}	0.9967	0.9987	0.9993	0.9997
7	0.4322	0.6574	0.8108	0.9195^{+}	0.9589	0.9792	0.9916	0.9958	0.9979	0.9992	0.9996	0.9998
10	0.6508	0.8067	0.8982	0.9580	0.9788	0.9893	0.9957	0.9979	0.9989	0.9996	0.9998	0.9999
15	0.8687	0.9320	0.9654	0.9860	0.9930	0.9965^{-}	0.9986	0.9993	0.9996	0.9999	0.9999	1.0000
20	0.9549	0.9772	0.9885^{+}	0.9954	0.9977	0.9988	0.9995^{+}	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
30	0.9951	0.9975^{+}	0.9988	0.9995^{+}	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
40	0.9995^{-}	0.9997	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
						$k = 0.70$						
1	0.0608	0.2466	0.4966	0.7558	0.8694	0.9324	0.9724	0.9861	0.9930	0.9972	0.9986	0.9993
2	0.1409	0.3753	0.6126	0.8220	0.9066	0.9522	0.9806	0.9902	0.9951	0.9980	0.9990	0.9995^{+}
3	0.2536	0.5036	0.7096	0.8718	0.9337	0.9663	0.9864	0.9932	0.9966	0.9986	0.9993	0.9997
5	0.5105^{+}	0.7145^{+}	0.8453	0.9350	0.9669	0.9833	0.9933	0.9966	0.9983	0.9993	0.9997	0.9998
7	0.7193	0.8481	0.9209	0.9676	0.9837	0.9918	0.9967	0.9984	0.9992	0.9997	0.9998	0.9999
10	0.8932	0.9451	0.9721	0.9888	0.9944	0.9972	0.9989	0.9994	0.9997	0.9999	0.9999	1.0000
15	0.9812	0.9905^{+}	0.9953	0.9981	0.9991	0.9995^{+}	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20	0.9968	0.9984	0.9992	0.9997	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
25	0.9995^{-}	0.9997	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
30	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表 12.1　不同初始失效率和不同 k 值下 n 次试验后的可靠度；$R = e^{-k^n\lambda_0}$（续）

n \ λ_0	4.000	2.000	1.000	0.400	0.200	0.100	0.040	0.020	0.010	0.004	0.002	0.001
						$k=0.60$						
1	0.0907	0.3012	0.5488	0.7866	0.8869	0.9418	0.9763	0.9881	0.9940	0.9976	0.9988	0.9994
2	0.2369	0.4868	0.6977	0.8659	0.9305+	0.9646	0.9857	0.9928	0.9964	0.9986	0.9993	0.9996
3	0.4215	0.6492	0.8057	0.9172	0.9577	0.9786	0.9914	0.9957	0.9978	0.9991	0.9995	0.9998
5	0.7327	0.8560	0.9252	0.9694	0.9846	0.9923	0.9969	0.9984	0.9992	0.9997	0.9998	0.9999
7	0.8941	0.9456	0.9724	0.9889	0.9944	0.9972	0.9989	0.9994	0.9997	0.9999	0.9999	1.0000
10	0.9761	0.9880	0.9940	0.9976	0.9988	0.9994	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
15	0.9981	0.9991	0.9995+	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
						$k=0.50$						
1	0.1353	0.3679	0.6065+	0.8187	0.9048	0.9512	0.9802	0.9900	0.9950	0.9980	0.9990	0.9995+
2	0.3679	0.6065+	0.7788	0.9048	0.9512	0.9753	0.9900	0.9950	0.9975	0.9990	0.9995+	0.9998
3	0.6065+	0.7788	0.8825−	0.9512	0.9753	0.9876	0.9950	0.9975	0.9988	0.9995+	0.9998	0.9999
5	0.8825−	0.9394	0.9692	0.9876	0.9938	0.9969	0.9908	0.9994	0.9997	0.9998	0.9999	1.0000
7	0.9692	0.9845−	0.9922	0.9969	0.9984	0.9992	0.9997	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
10	0.9961	0.9980	0.9990	0.9996	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
15	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表 12.1 不同初始失效率和不同 k 值下 n 次试验后的可靠度：$R = e^{-k^{n}\lambda_0}$(续)

n \ λ_0	4.000	2.000	1.000	0.400	0.200	0.100	0.040	0.020	0.010	0.004	0.002	0.001
						$k = 0.30$						
1	0.3012	0.5488	0.7408	0.8869	0.9418	0.9704	0.9881	0.9940	0.9970	0.9988	0.9994	0.9997
2	0.6977	0.8353	0.9139	0.9646	0.9822	0.9910	0.9964	0.9982	0.9991	0.9996	0.9998	0.9999
3	0.8976	0.9474	0.9734	0.9893	0.9946	0.9973	0.9989	0.9995⁻	0.9997	0.9999	0.9999	1.0000
4	0.9681	0.9839	0.9919	0.9968	0.9984	0.9992	0.9997	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
5	0.9903	0.9952	0.9976	0.9990	0.9995⁺	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
6	0.9971	0.9985⁺	0.9993	0.9997	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
7	0.9991	0.9996	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
8	0.9997	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
9	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
						$k = 0.10$						
1	0.6703	0.8187	0.9048	0.9608	0.9802	0.9900	0.9960	0.9980	0.9990	0.9996	0.9998	0.9999
2	0.9608	0.9802	0.9900	0.9960	0.9980	0.9990	0.9996	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
3	0.9960	0.9980	0.9990	0.9996	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	0.9996	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

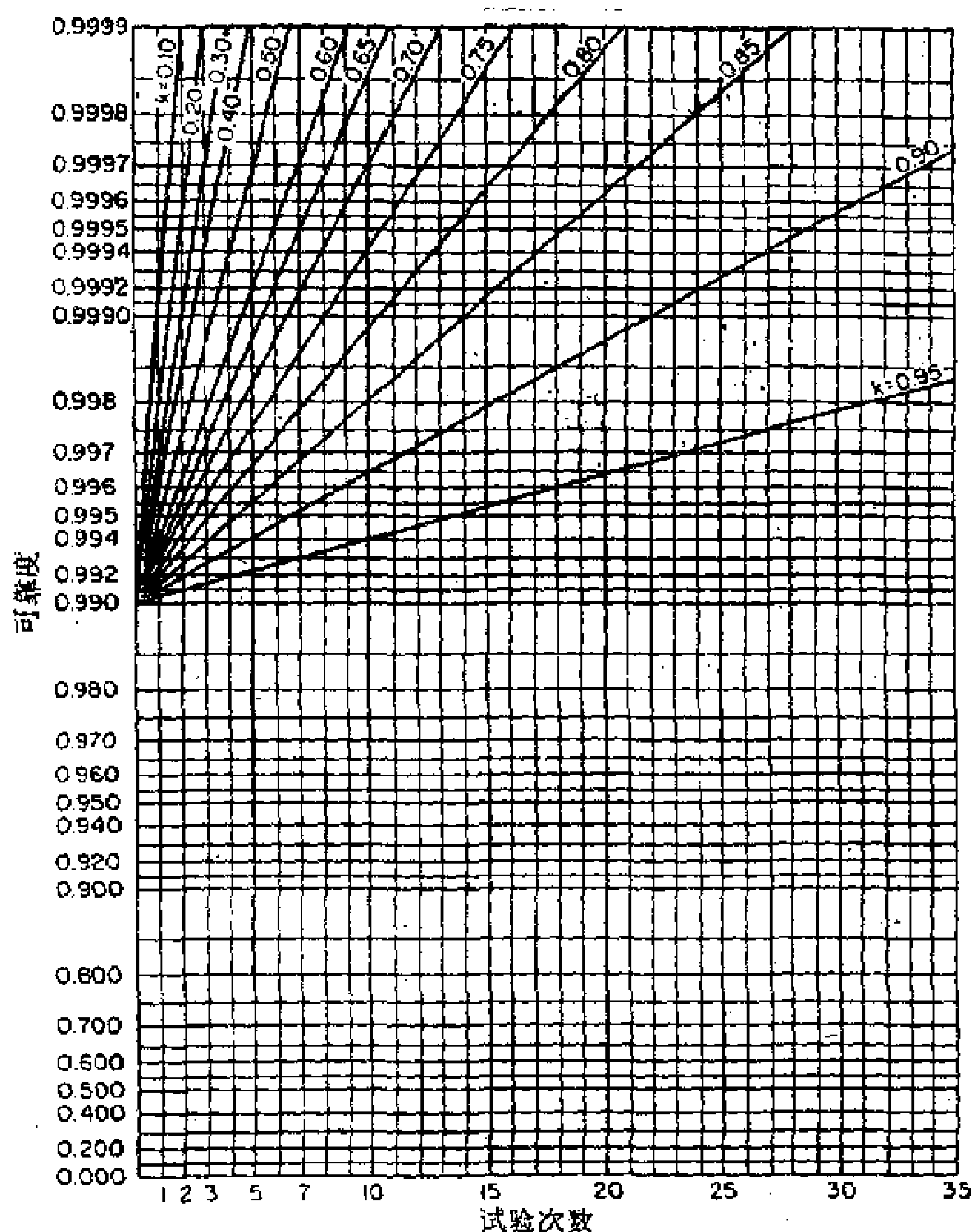


图 12.3 $\lambda_0=0.010$ 时不同 k 值的 $R=e^{-k^n\lambda_0}$ 的增长曲线.

出有效的增长曲线. 从图 12.9 和图 12.10 可以看出，将增长曲线画在倒放的半对数纸上时，在所有可用的 a 和 b 值下，增长曲线都是直线. 如式(12.1)一样，式(12.2)的可靠度极限也为 1; 若在式(12.2)的右边乘上一个小于 1 的正常数，可以降低这个极限. 不过，线不再是直线. 凡极限小于 1 的增长式

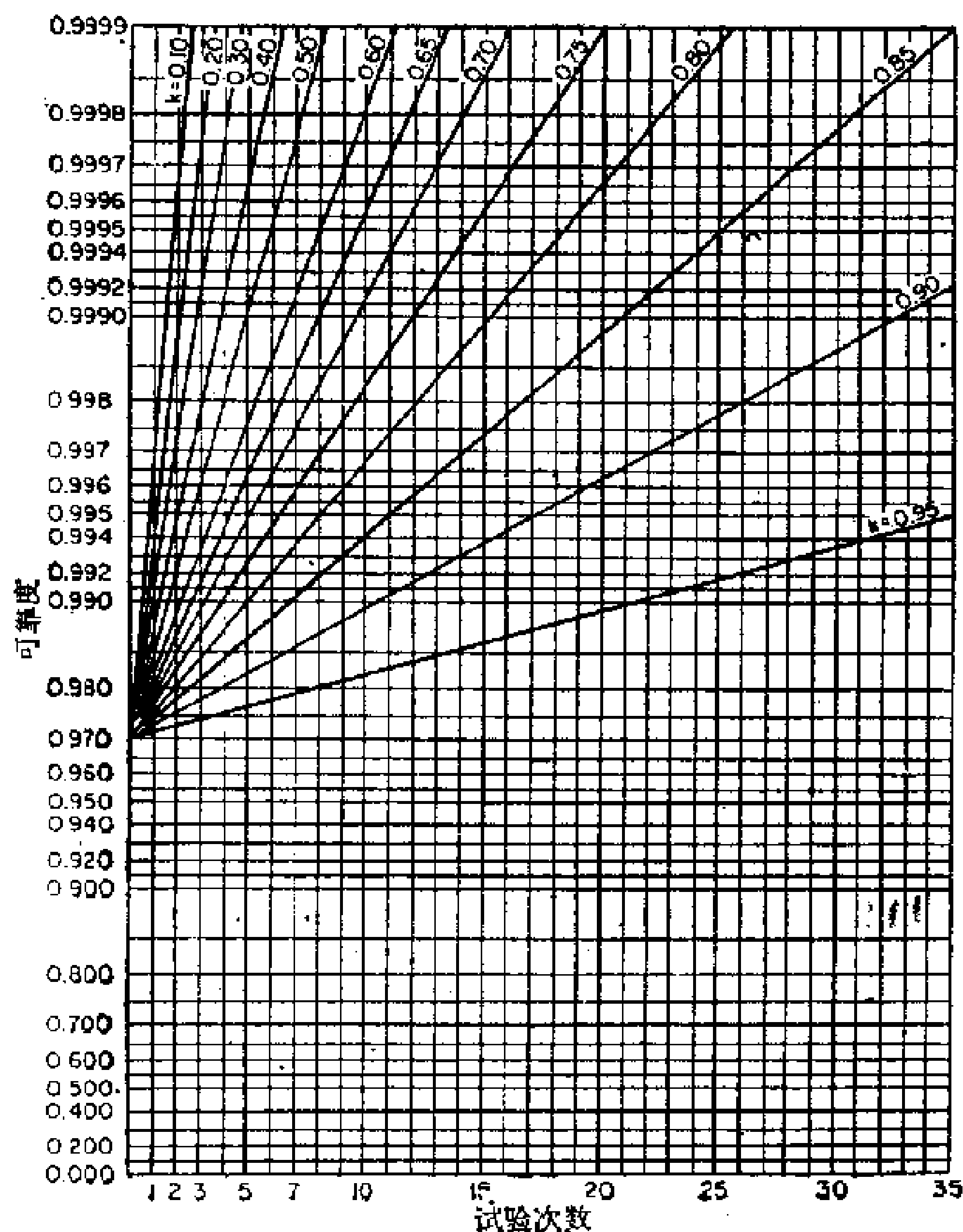


图 12.4 $\lambda_0 = 0.030$ 时不同 k 值的 $R = e^{-k^n\lambda_0}$ 的增长曲线.

都是如此.

第三个可靠性增长公式是式(12.3),它是由索戈卡 (Sogorka) 和彼得森 (Peterson) 提出的一种增长公式的简化形式[1].

1) J. Sogorka and J. Peterson, Dynamic Characteristics of Reliability Growth and Its Implications, Joint Mil. Ind. Symp. Guided Missle Res. Reliability, 5th, Chicago, 1959.

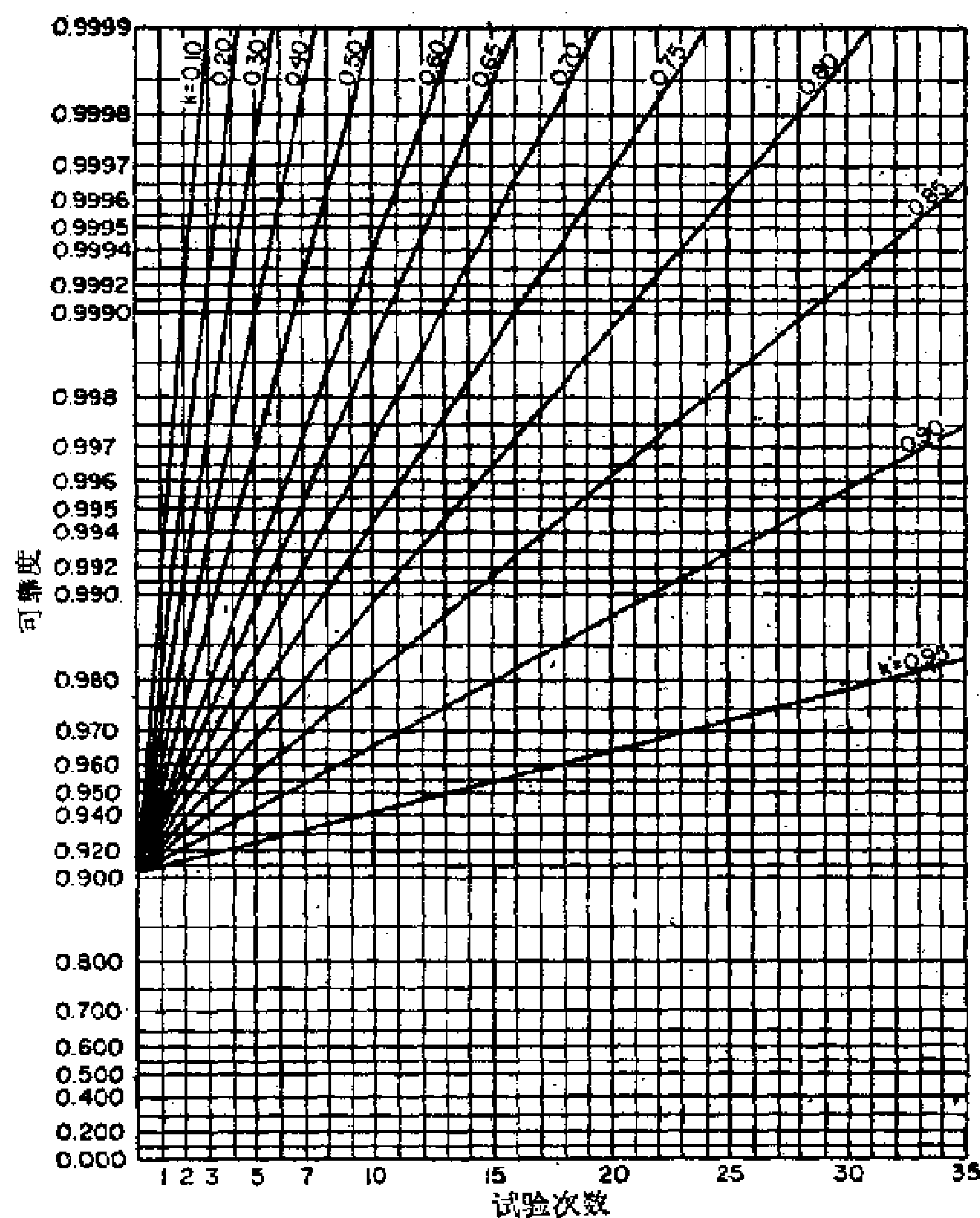


图 12.5 $\lambda_0 = 0.100$ 时不同 k 值的 $R = e^{-k^n \lambda_0}$ 的增长曲线.

$$R = 1 - \frac{a}{x^n} \tag{12.3}$$

式中 a 为小于 x 的正常数，x 为试验时间或试验次数[1]. x 小

1) $n = 1$ 时，式(12.3)也就是劳埃德和利波所著"可靠性：管理、方法和数学"一书中第十一章所述可靠性增长公式的简化形式.

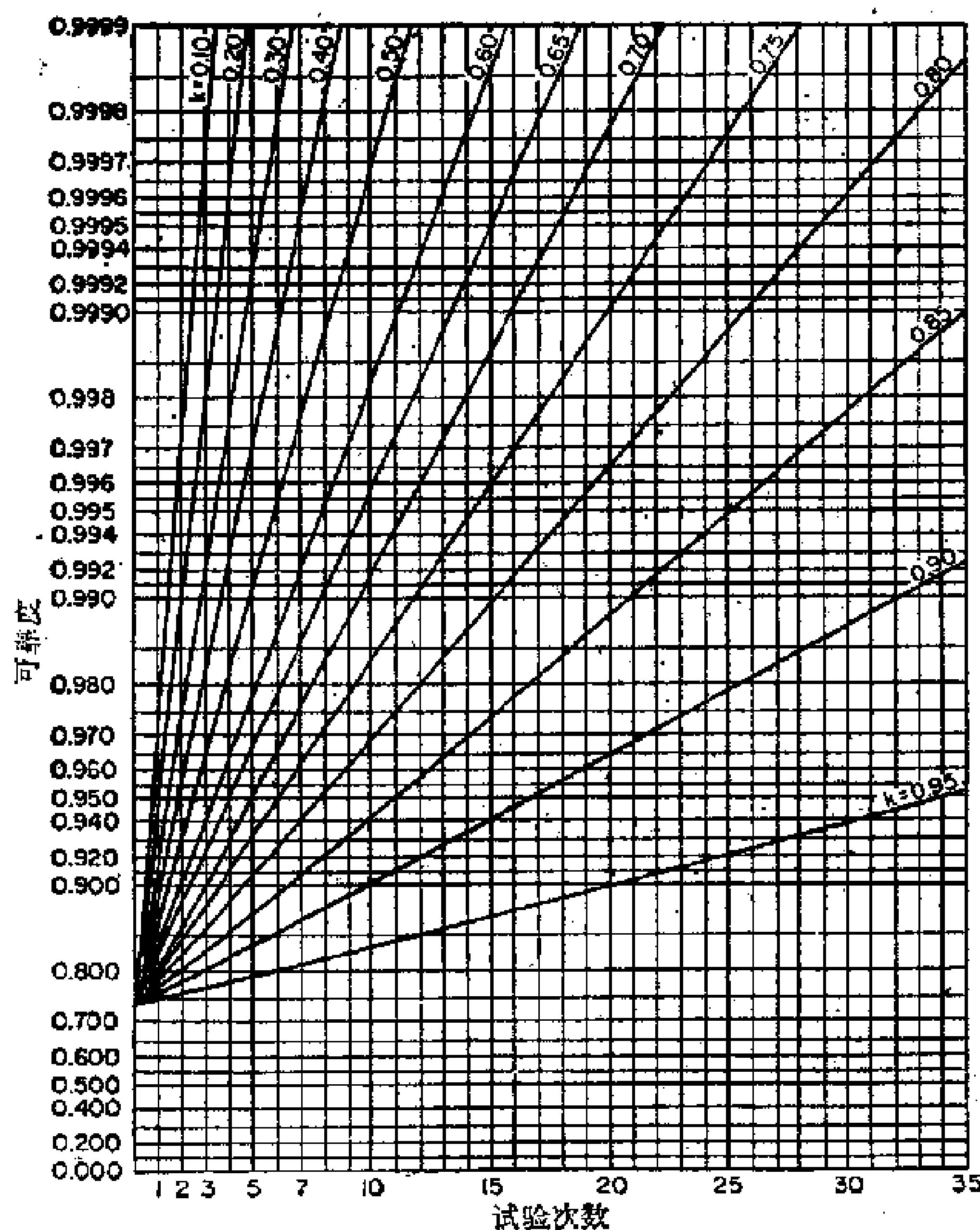


图 12.6 $\lambda_0 = 0.300$ 时不同 k 值的 $R = e^{-k^n \lambda_0}$ 的增长曲线.

于 a 时，可靠度不确定. 把该式所代表的曲线画在旋转 90° 后的对数纸上时，便为直线，如图 12.11 和图 12.12 所示. 可靠度极限仍为 1，不过，如将该式的右边乘以小于 1 的正常数，可减小极限. 如前所述，这些线不再是直线. (采用这个常数时，便得原来的劳埃德-利波公式.)

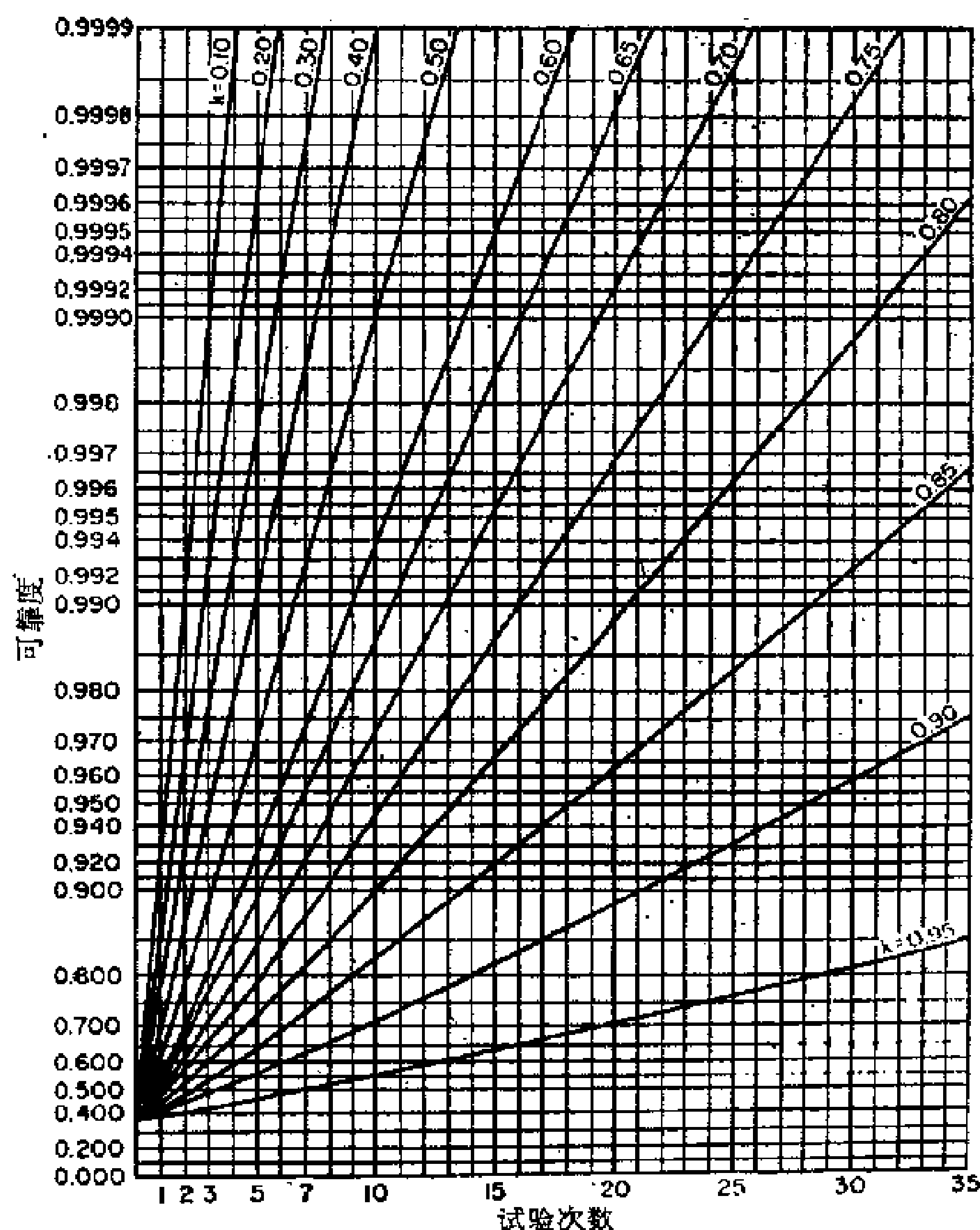


图 12.7 $\lambda_0 = 1.000$ 时不同 k 值的 $R = e^{-k^n \lambda_0}$ 的增长曲线.

这三个公式得出的曲线画在标准(线性)方格(坐标)纸上时,全是向下凹的. 原来的失效率 λ_0 小于 1 时,第一个公式的曲线处处都是向下凹的. 如 λ_0 大于 1, 只要乘积 $k^n \lambda_0$ 大于 1, 曲线就向上凹. (注意, 这是极端情况, 很难碰到.) 第二和第三个公式的曲线在参数的所有可能数值下处处都是向下凹

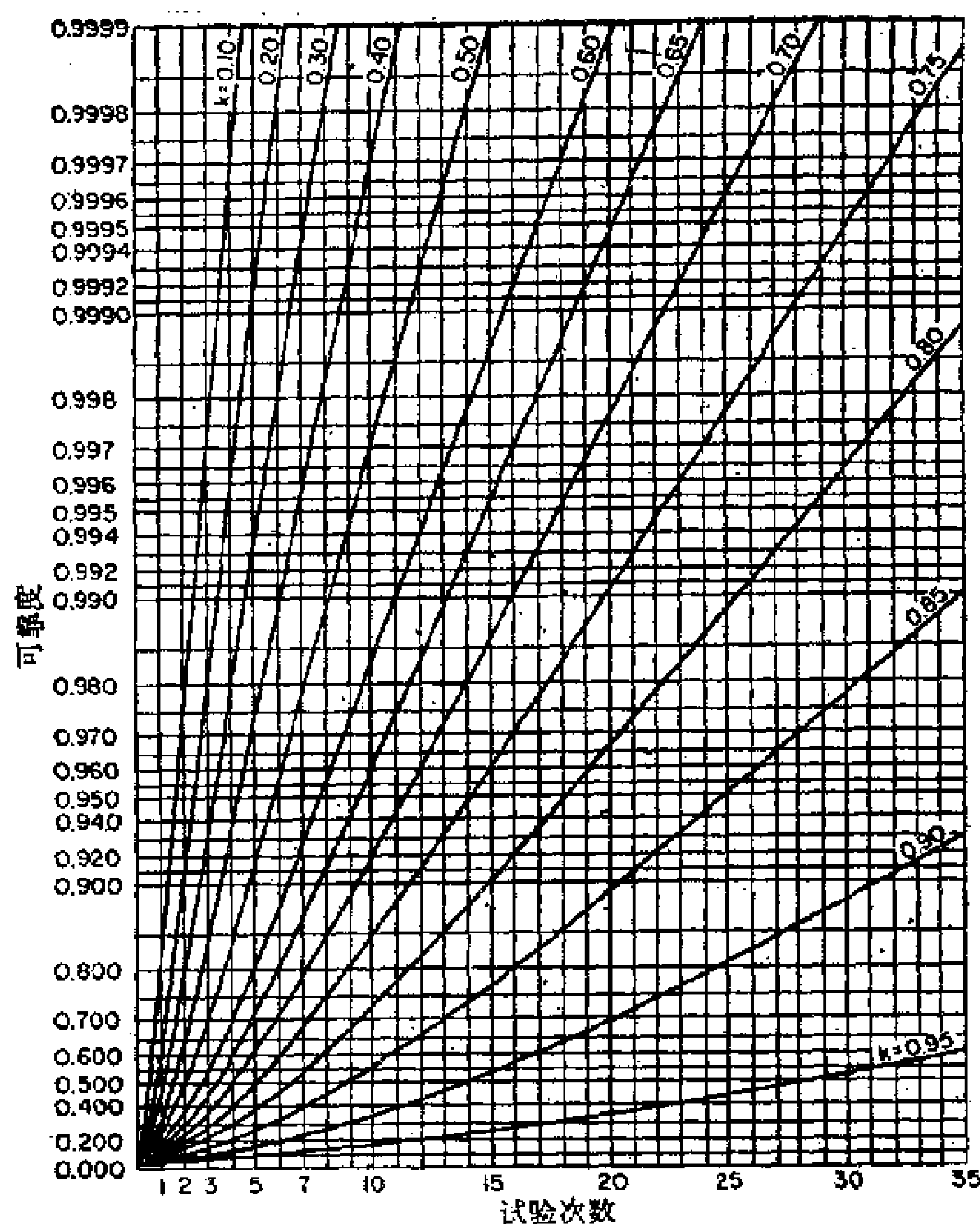


图 12.8 $\lambda_0=3.000$ 时不同 k 值的 $R=e^{-k^n\lambda_0}$ 的增长曲线.

的. 这三个公式确定的可靠度增长率开始增长很快，而后随实际可靠度的增加逐渐减慢. 即是说，可靠度是减速增加. 因此这些公式代表现实情况.

这些公式的优点是，将其所代表的曲线画在适当的(旋转 90° 的对数或倒放的半对数) 坐标纸上时，可以得到直线. 这

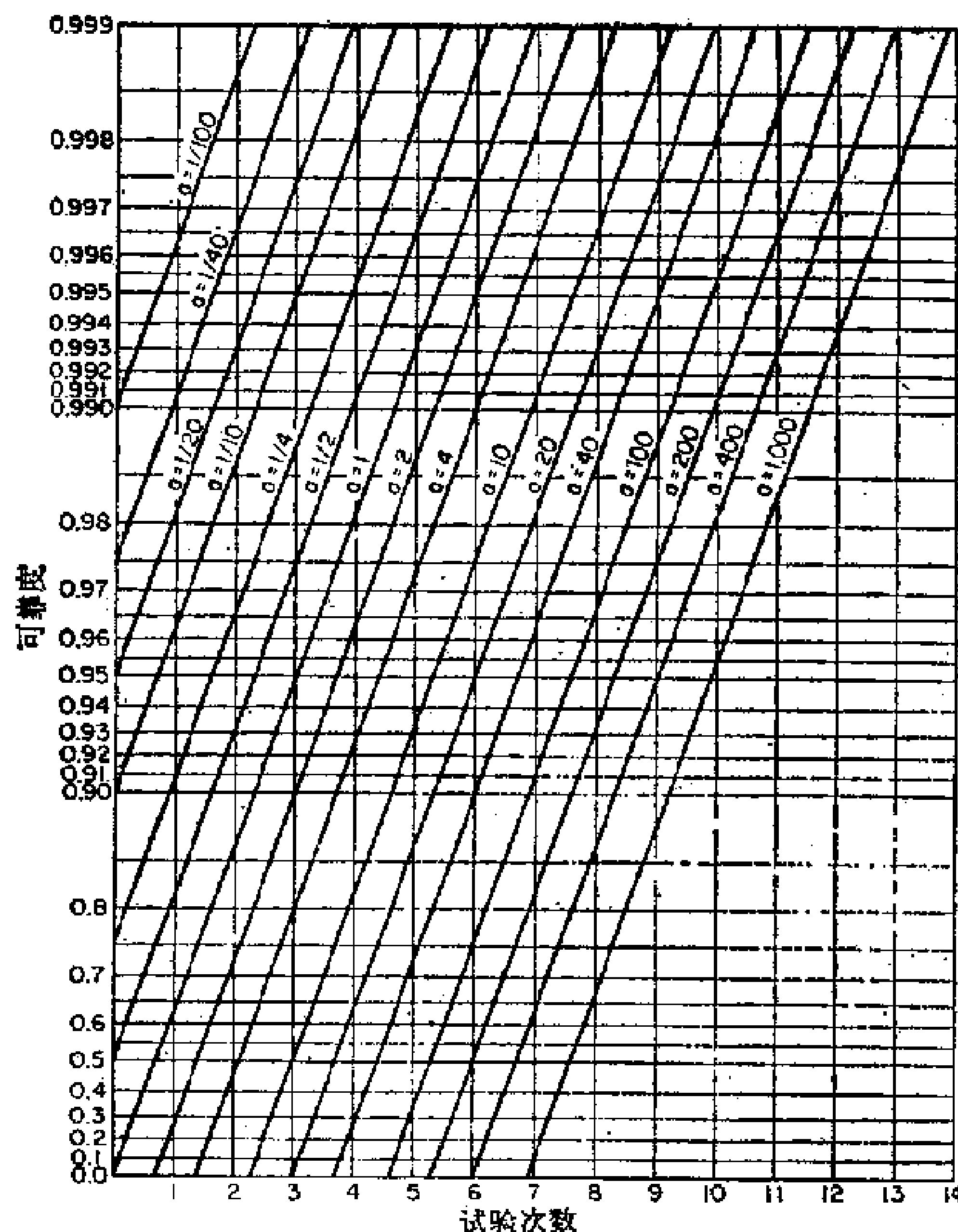


图 12.9　$b=1$ 时不同 a 值的 $R=1-ae^{-bx}$ 的增长曲线.

意味着，只需在这种纸上计算和确定两个点便能确定一条曲线. 需要的话，可迅速从直线找出所有其它值，画在标准坐标纸上. 这就避免了大量冗长的计算. 而且，既然确定一条曲线只需用两个点，因此很便于在这两个点使用现在的可靠度和可靠度指标. 然后画出最初的可靠度的其它点. 我们可以

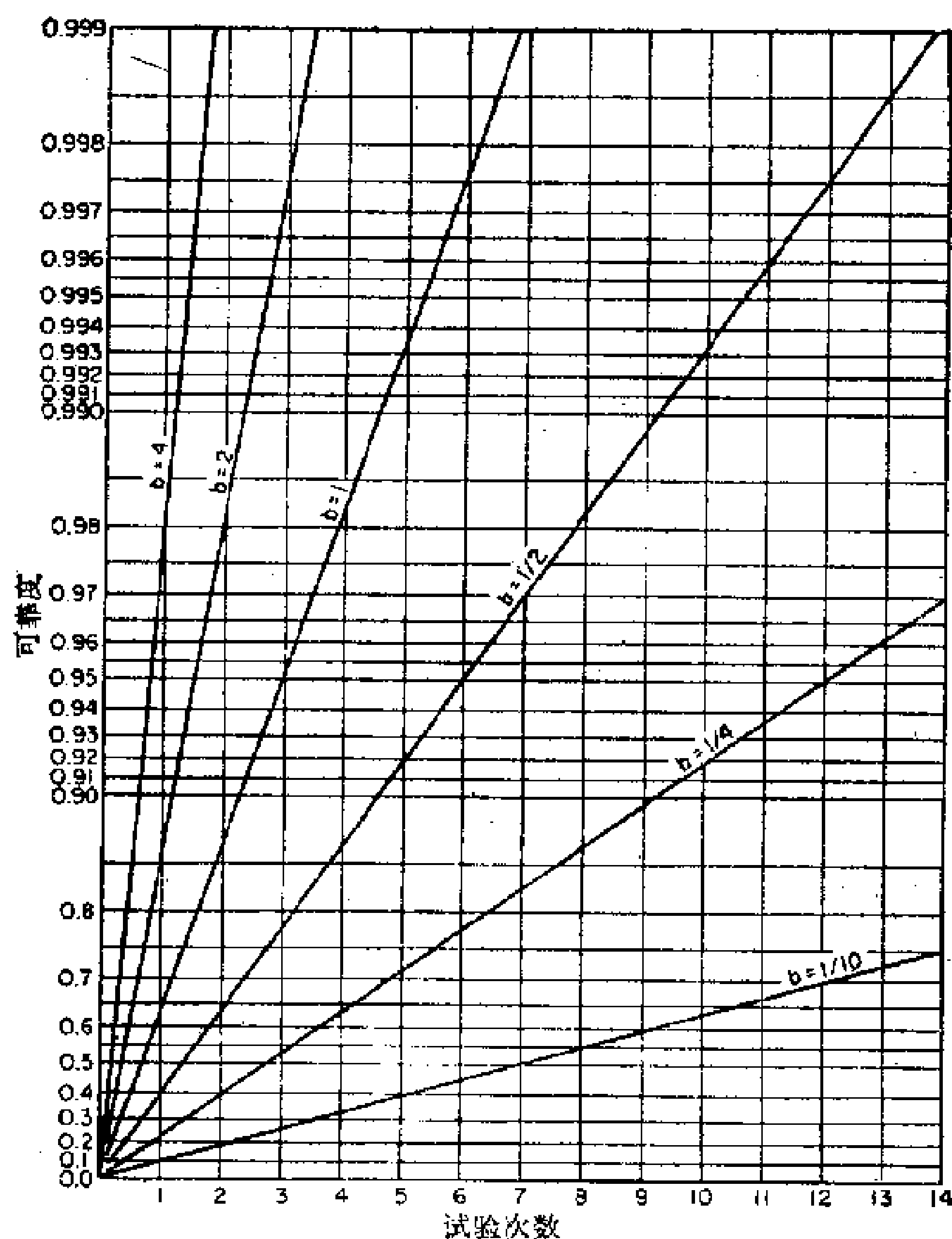


图 12.10 $a=1$ 时不同 b 值的 $R=1-ae^{-bx}$ 的增长曲线.

画出这三个公式的曲线，并可使用这样的曲线：它们通过现在的可靠度和可靠度指标的点，而又与最初的各点极为吻合.然后确定相应的增长公式. 这种图解方法比试图从数学上选择一个公式和其特定的参数使之符合一组分散点的分析方法实用得多. 此外，这种方法也能使我们从许多公式中选出一

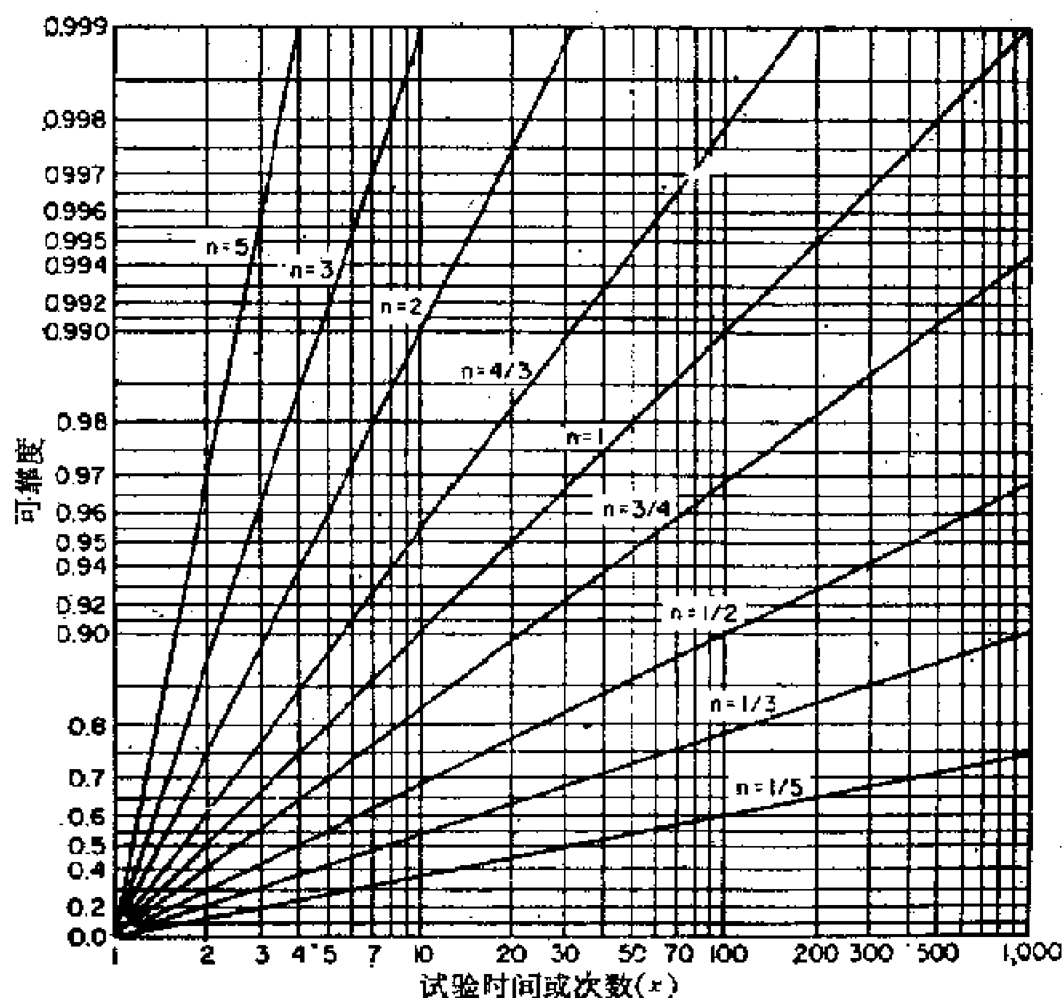


图 12.11 $a=1$ 时不同 n 值的 $R=1-a/x^n$ 的增长曲线.

个公式,既符合现在的数据,也满足可靠性指标,而且还能求出要求的可靠度增长率.

这些公式的唯一缺点是,它们的极限可靠度为 1. 不过,这是理论上的缺点,而不是实践中的缺点,因为只有试验次数或试验时间为无限大时才会达到极限可靠度. 计划的时间总是有限时间,或为有限次的设计改变,因此,只要指标是现实的,极限可靠度便不会影响增长公式的选择.

作为使用这些曲线的一个例子,我们假定,一个设备现在的可靠度为 0.94,要求一年内可靠度达到 0.995. 再假定,一

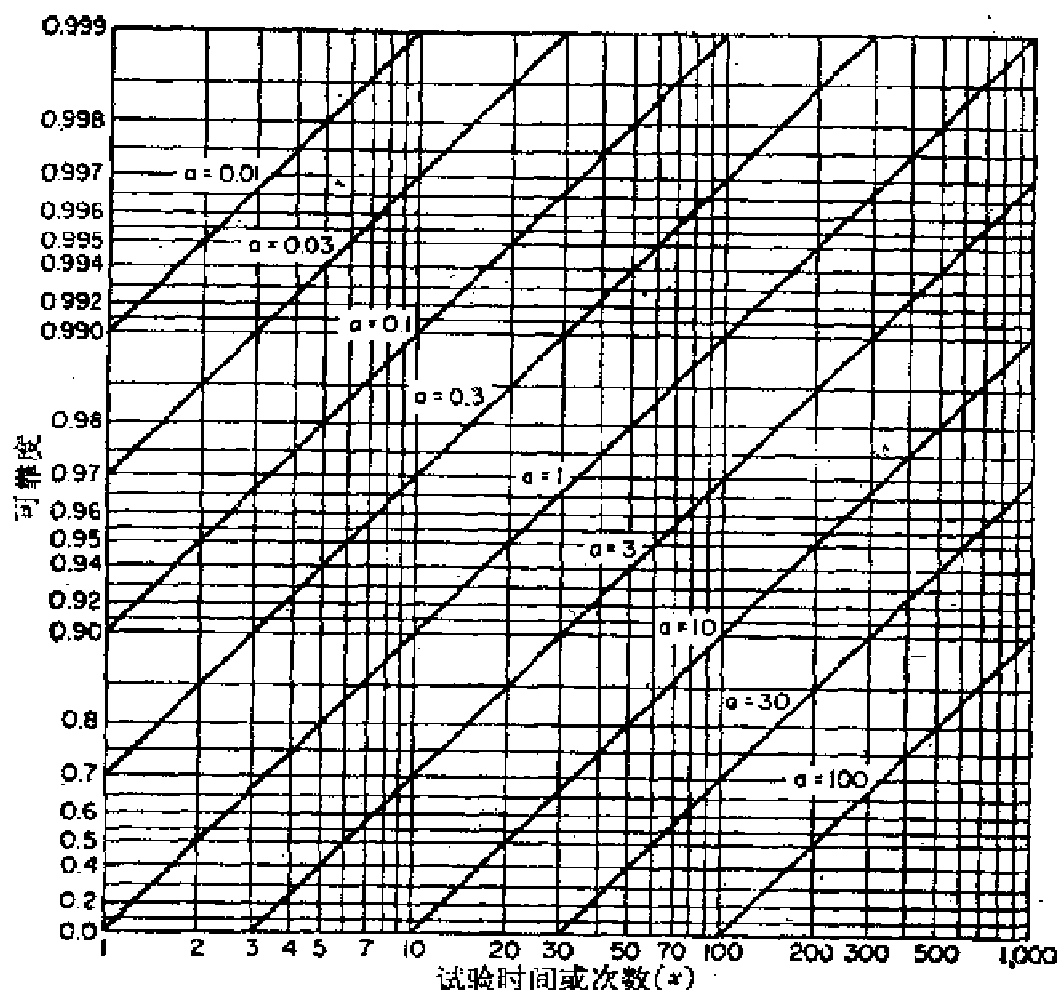


图 12.12 $n=1$ 时不同 a 值的 $R=1-a/x^n$ 的增长曲线.

年平均作六次试验[1]，分析试验数据后，便改进设计. 为了本例说明方便起见，最后我们假定，总共已作了 6 次试验，每次试验后所测得的可靠度如表 12.2 所示.

把达到的可靠度与图 12.1 到图 12.12 中的曲线进行比较，找出一两条具体的增长曲线，描述设备的可靠度增长. 用第一个普适增长公式 $R=\exp(-k^n\lambda_0)$ [式(12.1)] 分析各组曲线后，选用图 12.6 中的曲线 ($\lambda_0=0.300$) ——特别是 $k=0.75$ 和 $k=0.80$ 的曲线. 既然我们的数据在这两条曲线之

1) 本例所用试验是指评价设备、提供充分数据使我们能估计设备可靠度的一系列工作.

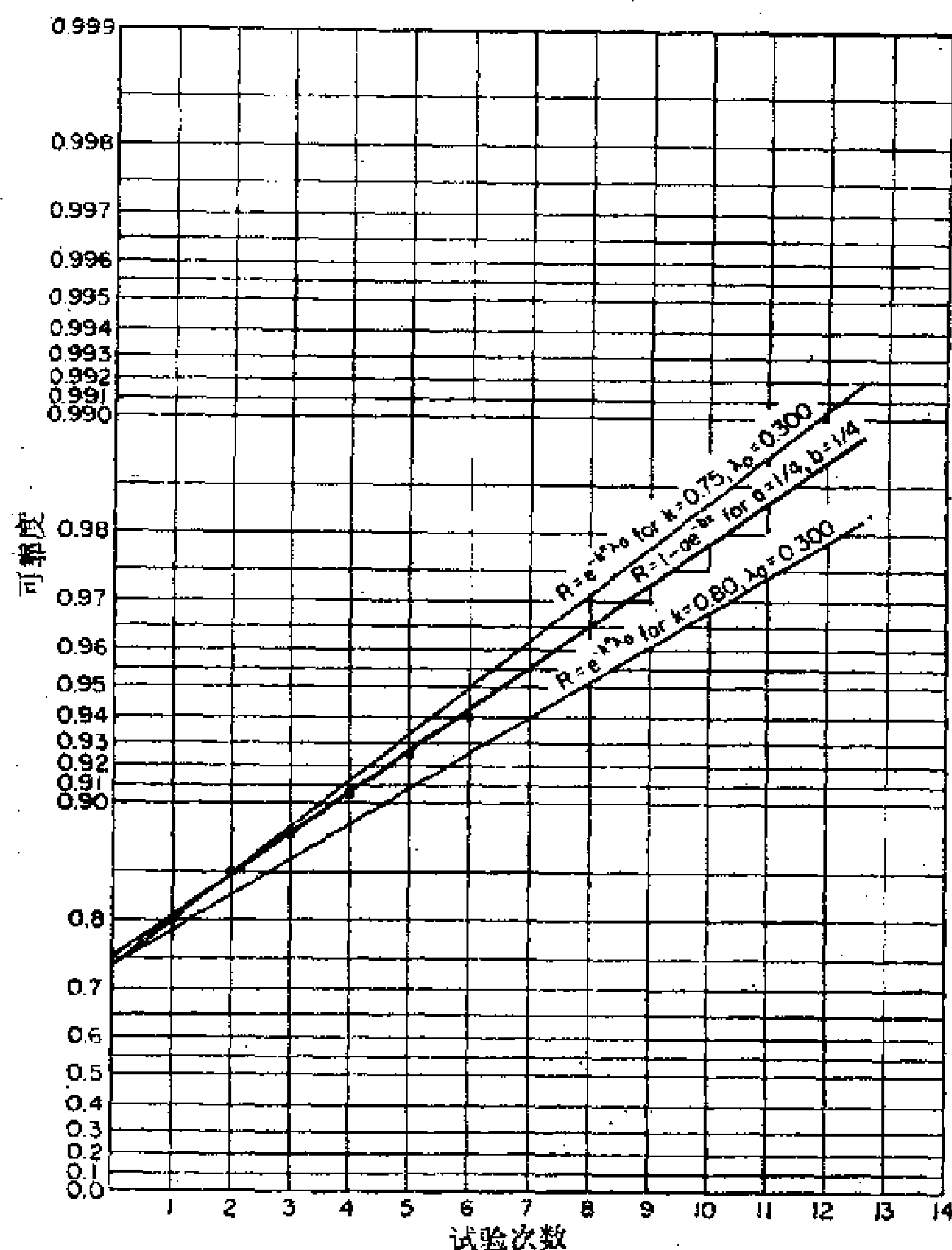


图 12.13 表 12.2 中数据的可靠度增长曲线.

间,因此我们估计,$k = 0.77$ 的曲线是最适合的.

同样,我们也可以用式(12.2)$[R = 1 - ae^{-bx}]$ 求出最适合的具体曲线. 如前所述,a 值相同的所有曲线通过 Y 轴上相同的点,b 值相同的所有曲线有相同的斜率. 将我们的数据与图 12.10 中的曲线进行比较便会发现,斜率最接近 $b =$

表 12.2 每次试验后设备的可靠度

试验编号	可靠度
1	0.80
2	0.85
3	0.88
4	0.905
5	0.925
6	0.940

1/4 的值. 然后用这个值可以求出，曲线通过 Y 轴的点相应于 $a = 1/4$.

$R = e^{-0.77^{n} \times 0.300}$ 或 $R = 1 - 0.5e^{-0.25x}$ 这两公式之任何一个都能精确描述所得数据中的可靠度增长. 然后将所选的曲线外推到 n (或)=12，以确定保持同一增长率下持续到下一年的可靠度是多少. 图 12.13 示出了这一点. 可以看出，年终的可靠度只有 0.987，不满足要求. 因此，必须增加第二年的试验次数并保持相同的增长率，或者增加每年的可靠度增长率，抑或这两者兼有. 采取的具体办法依赖于计划的许多因素.

12.3 其它增长公式

我们简单提一下其它一些增长公式. 如前所述，这些公式比我们刚刚讨论过的三个公式复杂，一般要作相当大的努力才能画出和评价这些公式所代表的曲线. 取得这些公式的参数的具体数据并知道这些公式的适用性后，便可用这些公式对可靠度增长函数作有益的数学描述.

$$R = k(1 - ae^{-bx-cx^2-\cdots}) \tag{12.4}$$

此式是式 (12.2) 的推广，指数中含有更高阶的项. 这是

一个复杂得多的表达式．指数中的项数一般限于两项．这种情况下，需要有四个参数值才能完全描写增长函数．

$$R = \frac{k}{1 + ae^{-bx}} \tag{12.5}$$

$k = 1$ 时，此式得出类似于式(12.1)的曲线．可靠度高于0.90时，这些曲线画在倒放的半对数纸上近似为一条直线．式(12.1)用起来比较容易，因为每次试验或每次设计改变之后，失效率降低这一假设可以直接地表现在公式中．

$$R = k\left(1 - \frac{b}{ax + b}\right) \tag{12.6}$$

$k = 1$ 时，此式类似于式(12.3)，只是分母中多一项．这个公式可以简化，其办法是将分子、分母同除以 b 并令 $c = a/b$，便得式(12.6a)；或者分子、分母同除以 a，令 $c = b/a$，便得式(12.6b)．

$$R = k\left(1 - \frac{1}{cx + 1}\right) \tag{12.6a}$$

$$R = k\left(1 - \frac{c}{x + c}\right) \tag{12.6b}$$

不过，所有这些式子都比式(12.3)复杂，都不能得出直线．

$$R = ke^{-cx} \tag{12.7}$$

$x = 1$ 时，此式得出的线在 $R > 0.95$ 下画在旋转 $90°$ 的对数纸上时几乎为直线．不过，用负指数值的表计算和画曲线时，此式算是一个简单的式子．确定适当的 C 值比确定式(12.1)中的 k 值更加困难．

特别是在学习的心理学这一领域中，提出了一些其它的增长公式．其中有些可以在可靠性应用中使用．

补 充 读 物

Earles, D. R.: "Reliability Growth Prediction during the Initial Design Analysis, *Proc. Nat. Symp. Reliability Quality Control, 7th Philadelphia*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., New York, 1961, pp. 380—393.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

McDonald, P. R.: "The Theory and Practical Application of Improvement Curves," Procurement Associates, Covina, Calif., 1967.

Sogorka, J., and J. Peterson: Dynamic Characteristics of Reliability Growth and Its Implications, *Proc. Joint Mil.-Ind. Symp. Guided Missile Res. Technol., 5th, Chicago*, 1959.

第十三章　估计方法:属性法

13.1　估 计 方 法

可靠性估计是利用实际试验数据和性能数据估计设备目前设计所达到的(固有的)可靠性的一种方法．估计与预测的根本区别在于：估计工作是事后（以后）的工作，利用的数据是被估计的设备的实际数据；而预测工作是事前（预先）的工作，利用的数据是从前有过的、已经工作过的设备的数据．估计是确定设备现在的可靠度水平，而不考虑设备改进后的可靠度水平．预测则是预报已经在实践中发现的缺陷和缺点被改进、被纠正后，在现场使用中可能得到的可靠度水平．

13.1.1　数据适用性

估计所用的数据是从被估设备某一项目的检查、测试和工作中得来的，或者是由设计与结构相同的其它项目的检查、测试和工作中得到的．当这些项目经过设计修改和设计改变后，为了判断从过去的模型得到的数据是否有用，必须建立一个具体的标准．人们已经通过各个个别的计划建立了这种标准，这些计划，有时是每个子系统的，甚至是硬设备的每个项目的．北美罗克韦尔公司编写的可靠性估计指南中整整有一节介绍估计时取、舍测试数据的标准．

要使数据真正适用，产生数据的条件和环境必须符合实际应用的条件或环境，至少也要是这种条件和环境的模拟．举

个简单例子，例如，假如一个电子设备在又热又湿的空气或导弹中使用，则在室内和室温的有利条件下测得的失效率可能并不代表或根本不代表使用中的失效率．正如交付政府部门的大多数设备要求的认可试验计划和接收试验计划所证实的那样，长期以来人们已经感受到增加环境苛刻度的重要性．不过，这种试验计划通常都是测试一个、至多几个单元来验证设计对环境的基本耐力．很少定量地证实实际可靠度．

出现这种情况并不是不知道定量估计的重要性．而是由于所需的费用、时间、有效性、环境设施、有时还有试验项目性能恶化这些因素交织在一起，使我们不可能在使用条件下进行可靠性试验计划．因此，数据在用来作估计之前，必须经过挑选可能还要修正后才能使用．可能把地面测得的实际失效率增大来估计更严苛环境的影响．或者，如知道过应力条件的失效与使用条件下的失效的关系，也可在超出设计的条件下测试少量单元．有时，可对地面试验加权，并把地面试验算作部份试验[1]．三次地面试验，如果成功，可以算为一次飞行试验．（另一方面，一次失败的地面试验，应算为实际条件下的三次失败试验．）第六章已讨论过判断数据适用性一般所用的一些基本原则和要求．与可靠性估计中数据利用有关的那些原则，下几段还要再讲一下．

可靠性估计应包括通常工作条件下或应用条件的最近似的模拟条件下进行试验得到的数据．不管试验成败，这种数据都是适用的．事实上，只保留某些数据而把另一些数据删去，这会使可靠性估计失去效用．

超过设计条件或加速条件下试验得到的数据在作可靠性

1）即把地面试验加权后作为飞行试验，与飞行试验成败数一起估计，但这个权的选定是最大的实际问题之一——译校者注．

估计时也是有用的．不过，只是有些参数是正常值[1]，而另一些参数值是显著不同于我们平常碰到的值．为了区分哪些参数能提供有用的数据，哪些参数会产生异常结果，在进行试验之前应当与设计工程师和试验工程师商量．未受影响的参数值应当使用，其它自然删去．不过，特性不满足要求这一事实本身并不是删去这些数据的充足而正当的理由．必须有足够的工程经验表明，失效实际上是反常试验条件造成的．

所有涉及系统性能或影响可靠性的参数都应当进行评价．如果10个参数中有1个参数使系统失效，则其余9个参数尽管都在规范范围，关系却比较小．虽然由于没有充分数据得出可靠的数值而使估计是定性的，但仍有必要估计所有重要的参数．要删去影响可靠性的任何一个参数，必须有正当理由．

只要能得到，非常希望的是从整个系统测试取得数据．所有元件特性和相互作用都影响系统性能；系统性能却是系统最重要的特性，因此最好是直接测量这些特性．当系统的各个量还不足以提供可靠的数值时；或者为了采取纠正措施，性能反常必须追索到组件和元件时，则应利用较低级的（即组件和元件的）测试数据．把低一级的测试数据与系统的测试数据结合使用时，往往能从低一级的数据看出别的方法不能确定的某些相互作用的影响．许多情况下，直到研制的最后阶段还得不到系统数据，这种情况下估计可靠性时，元件、组件和子系统的数据是又必要又有价值．计划初期所作的估计，对设计达到的水平能提供必要的信息，并能指出哪些方面需要改进．系统级的估计和较低级的估计能互相取长补短，因

1）例如半导体器件的寿命服从韦布尔分布．在高温加速试验下，形状参数是不变的，但尺度参数则显著不同．但当高温超过一定限度后，失效机理都变了，分布规律也变了，得到的数据就不能用——译校者注．

此可能时应作这两种估计.

13.1.2　定量估计

任何不适用的数据均被删去而确实有效的数据又被保留之后,我们便能判断是否能作定量估计.(定量估计是从数据的统计分析推出概率数值的一种估计.)要使定量估计有意义,必须试验足够数量的单元,累积许多工作小时,作多次循环等等,从概率的角度看,这才能使所作估计是有效的. 否则,只好作定性估计:总结和估计有关情况,同时,为了估计系统工作能力,还得对外推试验结果作工程上的明确的判断.

作定量估计需要多少单元、需完成多少工作小时或多少次循环,这是一个判断问题,是一个协商问题. 近年来已修改了许多老指标. 几年前分组数据时,一个粗略的分组原则是把测量值所在的范围分成宽度相等的大约 20 个组或 20 个子区间,绝大多数子区间要至少落入 5 个测量值,这样一般要一百个以上的数据. 讨论大量小元件比如电阻、二极管、螺栓时,这个原则仍然适用. 然而,我们这些搞导弹和宇航工业的人,有 20 个单元已极为罕见,何况还要五倍之多!定量估计宇宙飞船的可靠性时,即使有 10 个单元用来积累数据已非常幸运.

下面提出的各种估计方法所需的最少测量单元数是一个建议的数字. 方法本身的详细解释和应用在本章后面两节和第十四章叙述.

1. 仅基于被测单元数和出现的失效数进行估计时,若未出现失效,则至少要测 20 个单元;若有一、两次失效,则至少要测 10 个单元. 如要置信度高,则被测的最少单元数应增加.

2. 使用等效时间法(第 13.3 节)时,建议的最少数量相近

于上面限定的数量．如无失效，最少应取 20 个等效时间；有一、两次失效，最少应取 10 个等效任务时间．累积的任务时间至少要包括 5 个单元的试验时间，以使单元的均匀性有一定保证．如长时间内只试验一、两个单元，便无多大把握确信另外的元件是相似的[1]．另一方面，如在较短的时间(短于任务时间)内测许多单元，同样也会导致错误，因为这种测量不能证实一个单元有顺利完成全部任务的能力．

3. 变数数据(参数的实际数值)比属性数据能提供更多的情况；一般说来，同样的置信度下，用变数数据估计可靠度需用的测量数比用属性数据估计需用的测量数少．不过，推荐的最小量没有多大差别．参数值为正态分布时，使用少到 10 个单元的数据，也可作变数数据估计（包括耗损时间）．如不知道分布，或者知道是非正态分布，则建议的最少单元数为 20．若要置信度高，则要增加测试单元数[2]．此外，也应考虑第五章讨论的、歪的单峰分布的正态化数据的估计方法．

4. 可靠性估计中，威布尔分布比常用的其它分布复杂，仅当用简单的分布不能描述失效时间时，才偶尔使用它．即使采用下章介绍的图解法，至少也要 10 个可用的失效数据才能确定统计特性．如果根据过去的试验已知具体的威布尔分布，则只要 5 个数据便可估计设计、工艺和其它改变的影响．

上述每种估计需用的最少试验单元数量是一个经验法则．在后面两节讨论估计方法的具体应用中，在第十五章讨论可靠性的验证中，还要补充说明各个量之间的关系．

我们已经提到估计中使用的两种数据——属性数据和变

1) 这是指产品的一致性．如只用一、二个单元作长时间测试，即使累积时间达到 20 倍任务时间，也不一定保证其他单元有同样性能——译校者注．

2) 这是不完全的．即使数据不变，也可提高置信度作估计，只是估出的可靠度要低——译校者注．

数数据. 属性测试是记录成功或失败(合格或不合格). 两种估计方法都要使用属性数据. 第一种方法只用测试次数和失效数, 第二种方法是除了使用失效数外还要用工作小时或工作周期(或等效任务)数. 下两节便讨论这两种方法,并举一些适当的例子.

第二种方法要使用变数数据——设备特性的实际值. 测量重要的参数值可以在试验中进行, 也可以紧接试验之后进行,用统计方法确定这些值的分布,并与规范要求比较. 已有许多方法,下章再讨论.

13.2 失效与试验比法

可靠性估计中使用的第一种属性法是只考虑试验(试验、工作等)数和成功(或失败)数的总和. 仅当有大量试验而数据又属合格或不合格(成功或失败)的性质时,即得不到实际测量值时,才能使用这种方法. 这种情况下,二项分布便是取得可靠度-置信度值的基本统计分布. 因为要各次试验或测量有独立统计量才有效,因而要细心确定: 什么算一个试验,并要保证一次试验的结果不受前次试验结果的影响.

从统计效率讲,这是效率最低的一种估计方法,因为在相同的置信度下, 它需用的试验数比其它方法多. 不过从经济效果讲, 取得大量属性数据和分析大量属性数据的花费比取得和分析少量变数数据还低. 一般说来, 当成功或失败的试验非常快、属性测试花钱不如变数测试多, 而且有大量单元时,这是总花费最少的一种方法. 不过,当完成一个测试的费用非常高、每次试验又长或只可得到少量单元时,宁可用别的方法.

这个方法最容易使用, 使用者除了可能要用现成的数表

作线性内插外，不需要作计算. 按照要求的置信度，可以直接从附录C.2的表中查出可靠度. 列出了置信度从50%到99%的可靠度表. 这些表是按下面的公式计算编排的.

1. 第一个公式(13.1)是把二项式前 $f+1$ 项相加，得到可靠度-置信度数值关系:

$$\begin{aligned}(R+Q)^n = R^n + nR^{n-1}Q + \frac{n(n-1)}{2!}R^{n-2}Q^2 \\ + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}R^{n-3}Q^3 + \cdots \\ + \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-f+1)}{f!} \\ \times R^{n-f}Q^f = 1 - C \end{aligned} \quad (13.1)$$

式中 R = 可靠度

Q = 不可靠度 $(=1-R)$

n = 试验数

f = 失效数

C = 置信度(以小数表示)

使用这个公式需用叠代法. 选定可靠度值，计算置信度. 如所得置信度低于期望的置信度，则原来选的可靠度太高，应重新选较低的可靠度值. 如置信度高于期望的置信度，则原来选的可靠度太低，应选一个新的、较高的可靠度值. 重复此过程，直到取得期望的置信度为止. 在给定的试验数和失效数下，各对可靠度-置信度值是等价的.

2. 第二个公式是(13.2)，有 F 分布表可用时，我们可以直接用这个公式计算可靠度.

$$R = \frac{1}{1+[(f+1)/(n-f)]F_{\alpha(2f+2,2n-2f)}} \quad (13.2)$$

式中 R = 可靠度

n =试验数

f =失效数

α =风险度 $(=1-C)$

$2f+2$ =较大均方的自由度

$2n-2f$ =较小均方的自由度[1)]

在相同的一组试验-成功数下，上面两个公式得出的各对可靠度-置信度值是相同的，因此它们都可用来计算任意期望置信度下的可靠度。

例 1 第一个例子是用这种方法来估计单元可靠度，假定在与实际工作条件不相上下的条件下作了 100 次试验，有两次失效．从表 C.2a 可以查出，50% 的置信度下可靠度为 0.9733．若希望可靠度值的置信度更高一些，可以使用表C.2c，查得 90% 置信度下可靠度为 0.9496．

N	$1/N$	R
40	0.02500	0.8594
45	0.02222	0.8750
50	0.02000	0.8874

例 2 第二个例子是用来说明内插法．表中查不到实际失效数时，便应当使用线性内插法．不过，查不到试验数时，应当用试验数的倒数进行线性内插．如作了 45 次试验，有 5 次失效，则可靠度(50%置信度下)的求法如下．从表 C.2a 查出，40 次试验 5 次失效的可靠度为 0.8594，50 次试验 5 次失

1) 估计输入值时，F 分布依赖于自由度，因此排表时作了相应的安排．读者要想更深入了解 F 分布及其应用，可参阅第 3.9 节和 John-Wiley & Sons 公司 1947 年出版 P. G. Hoel 著 "Introduction to Mathematic Statistics" 一书．有些 F 表使用"分子"和"分母"这两个术语．它们分别相当于"较大均方"和"较小均方"．

效的可靠度为 0.8874. 用试验数的倒数进行线性内插.

用这种方法求得的可靠度值,误差一般不大于 0.0001.本例用这公式计算的实际值为 0.8749.

13.3 等效任务法

我们知道工作小时或工作次数(设备试验了一段时间或若干次数时)、知道或者可以估计任务时间数或次数数时,便用第二种方法.用这种方法估计可靠度尽管也用指数分布,但它仍属于属性法这一类,因为它只使用了总工作小时(或周期)数和失效数.实际工作时间没有考虑.这个分析的一个基本假设是,存在一个常失效率——失效分布是随机的,只依赖于失效率和剩下可工作的单元数.这种方法叫"等效任务"法,因为是用任务时间或周期数除工作小时或周期数来确定该试验所代表的等效任务数.因此,若任务时间预定持续 10 小时,而有关试验已累积了 150 小时,则等效任务数便为 15.

没有发生失效时,第二种方法算得的可靠度值同第一种方法算得的值不相上下.不过,有失效时,用等效任务法算得的可靠度值比用二项分布算得的高.这是因为,使用等效任务法可以更充分地利用数据.例如,10 次试验有 5 次失效时,50%的置信度下可靠度只有 0.45;因为我们假定,每一试验在出现失效时就结束.假定 10 次等效任务中有 5 次失效,而且试验时间已累积到 10 倍任务时间,则 50% 的置信度下可靠度为 0.57.

失效数和等效任务数是两个输入参数.等效任务数 E 的求法是试验小时(或周期)数 T 除以任务小时数 M:$E=T/M$.然后按所要求的置信度从表 C.3 直接查出可靠度.这些表的数值是照下面的方法(这里仅供参考,因为表 C.3 已直接给出

了可靠度数值），用 χ^2 表求负指数分布时所用的指数值推算出来的.

1. 确定自由度 d（求 χ^2 因子用）:

a. 如失效数达到给定的数后停止试验[1]，则 $d = 2f$，这里 f 为失效数.

b. 如试验到给定的小时后停止试验[2]，则 $d = 2f + 2$.

2. 用 (1a) 或 (1b) 得到的自由度和概率求 χ^2 因子，所用概率等于 1 减所要求的置信度，例如，$C = 0.90$ 时，所用概率为 0.10[3].

3. 按上述方法求等效任务数 $E = T/M$.

4. 将第二步得到的 χ^2 值除以第三步得到的等效任务数的 2 倍 $2E$，求出指数 x 的值： $x = \chi^2/2E$.

5. 用第四步得到 x 值和负指数表求出可靠度 $R = e^{-x}$.

由于自由度数与试验在失效数达到给定的数后结束、还是在给定的时间后结束有关，因此表 C.3 中失效数有两列. 如在失效达到给定的数后结束试验，则用 A 列；如在给定的时间后结束试验，则用 B 列[4].

例 3 第三个例子是用等效任务法作可靠性估计. 假定：任务时间计划是 3 天，作了 360 小时试验，出现两次失效，第二次失效后结束试验. 试求出 75% 置信度下的可靠度. 等效任务数为 360 ÷ 72（3 天）= 5. 由于等效任务数为 5，失效数为 2，并且要用 A 列（失效数达到后已停止试验），从表 C.3b

---

1) 有的叫它为定数截尾——译校者注.

2) 有的叫它为定时截尾——译校者注.

3) 此概率值是 χ^2 超过 χ^2 表给出的值的概率. 有些参考文献给出的是 χ^2 不超过表的值的概率，后一情况下，概率等于置信度.

4) 本法和有关方法是由 B. 爱泼斯坦博士提出的，这些方法在 1953 年第 48 卷美国统计学会杂志上寿命试验一文中有详细讨论. 补充读物中又列出了爱泼斯坦博士论述这个问题的其它一些论文.

可以查出可靠度为 0.5836.

等效任务数大于 5 而表中没有时，可以使用简单的线性内插法. 这至少可精确到两位;等效任务数很大时,精度可提高到三位小数. 等效任务小于 5 时,线性内插的误差比较大. 最好照上述方法使用 χ^2 表和指数表.

补 充 读 物

Amstadter, B. L., and T. A. Siciliano: Reliability Assessment Guides for Apollo Suppliers, North American-Rockwell Corporation, Downey, Calif., SID 64-1447A, 1965, IDEP no. 347.40.00.00F1-28.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practices," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.

Dummer, G. W., and N. B. Griffin: "Electronics Reliability: Calculation and Design," Pergamon Press, Ltd., London, 1966.

Epstein, B.: Life Testing, *J. Am. Statis. Assoc.*, Vol. 48, 1953.

————: Statistical Techniques in Life Testing, *Wayne State Univ. Dept. of Math. Tech. Rept. 4*, Detroit, 1959.

————: "Tolerance Limits Based on Life Test Data Taken from an Exponential Distribution," Department of Mathematics, Wayne State University, Detroit, 1959.

———— and M. Sobel: "Some Tests Based on the First r Ordered Observations Drawn from and Exponential Population," Department of Mathematics, Wayne State University, Detroit, 1952.

Hilltz, P. A., and J. L. Gaffney: "Statistical Techniques for Reliability," North Americon-Rockwell Corporation, Downey, Calif., 1965.

Hoel, P. G.: "Introduction to Mathematical Statistics," John-Wiley & Sons, Inc., New York, 1947.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

第十四章　估计方法:变数法

14.1　与规范比较

大部分可靠性估计工作都要牵涉到把一个参数或特性与一个规范或一对规范作比较. 此外,也包括估计或确定参数的分布,计算分布符合规范要求的百分数. 如果我们幸运地知道每个元件的参数值,则可靠性估计任务只有极少量的工作,而且计算也准确. 事实上,不符合要求的元件将被修正或被抛弃. 所有被接受的元件都会是满意的,它们的可靠度将为1,至少对那些假定不随时间而变的测到的参数是如此.

但是在可靠性估计中测量每一个元件是罕见的. 测量百分之百的元件可能是办不到的,因为,测量可能有破坏性,或至少是有害的;或许在取得必要的数据之前任务必须完成;或者单元数量多到无法预先全部测量;或者有些元件得不到;或者有其它可能的原因. 因此,必须通过子样数据与规范要求作比较来估计可靠度.

14.1.1　性能合格的标准

我们已经提到了与规范的比较,但这种比较并不总是可靠度的实际量度. 我们记得,一个部件或元件的可靠度的定义是它合格地完成工作的能力. 规范要求或许没有规定合格的界限. 有时,一个设计人员也许会把他希望得到的性能水平作为要求,但他实际上将接受性能并不完全符合所定要求

而只符合合格标准的设备。换句话说，他有意“推进工艺水平”，以便能取得更好的性能．也会有相反的情况．由于十全十美的设备得不到，只好把规范要求定在视为百分之百合格的水平之下．广泛应用的抽样方案，特别是消费品制造中使用的抽样方案，都会接受一小部分有缺陷的产品，暗中承认，就大多数产品来说，百分之百可靠在经济上是不现实的．

另一考虑是产品的实际应用．尽管并不是所有应用都是使用产品能力的额定值，但为了减少不同的产品数，为了有利于设计、购买、工艺控制和装配，总要将产品例如它的尺寸和额定值标准化．一个 0.5 瓦的电阻可以用于不同的电路，其功率要求从几乎没有什么要求到最大额定值为 0.5 瓦，尽管实践中一般限于使用比额定值较小的功率，可能为 0.25瓦．如果便宜的 0.5 瓦的电阻足以满足各个电路的要求，电路设计人员便不应在不同的应用中使用不同的电阻．同样，如果一辆车运行时受有某种极大的动态负载，例如振动，则应使用能承受这种负载的标准元件，尽管这些元件很多都是用在有防震装置的设备中．一个产品的可靠度依赖于它的应用，因此，同一类产品即使做得完全相同，也因应用不同而有不同的可靠度．

如能定出合格的真正标准，便可把子样数据与标准比较．这个标准可能正好是规范界限．负责的设计人员所规定的规范界限，从经济和性能两方面看，都是现实的．上面叙述的目的只是说明，规范与合格标准可能不同，估计可靠度时读者必须记住这一点．下述方法中，假定规范界限是精确的，并按这个要求进行讨论．

14.1.2 与单边规范界限比较

首先讨论只有一个最大的或最小的规范界限时对试验数

据与规范界限作比较．燃料中辛烷的最少额定值，晶体管最大反向击穿电压，润滑剂在给定温度下的最大粘度和焊接的最小张力强度，是单侧规范要求的四个例子．

假定：确定可靠性时被估特性为正态分布而且诸数据之间是独立的．分布不是正态分布时，首先应当用第五章讲过的适当方法把数据正态化．数据正态化的目的是使我们可以直接将子样数据或分布与规范比较．已有现成可用的数表，给出了正态分布变数的可靠度-置信度关系．附录C给出了以这些数据为基础画成的一组曲线．

我们已经讲过，抽样可能引入误差．无论是母体均值或标准偏差，还是这两者，其估计值都可能是不精确的．由于抽样少而产生的误差也许是很大的．随着抽样数增加，误差一般都减小．现在我们来研究这些误差对可靠度估计的影响．图14.1表示理论规范与子样五个个体的测量值．虽然子样五个个体是满足规范要求的，但如测量所有个体，数据可能更加分散得多，或者可能有不同的均值．图14.2示出了母体的一些可能的分布．即使分布 c 比其它分布更有可能，但仍不能忽视子样5个个体来自具有分布 a 或分布 b 的母体的可能

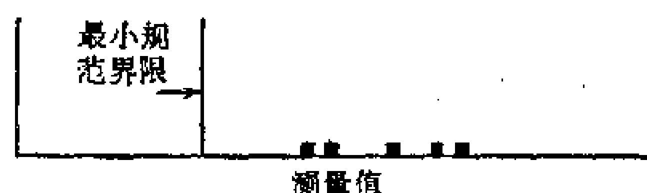


图14.1 规范界限与子样5个个体的测量值．

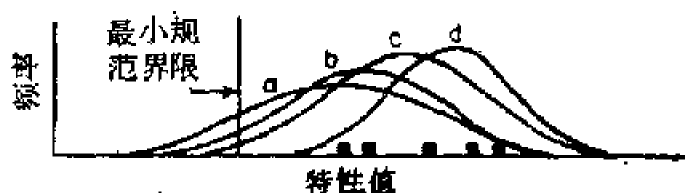


图14.2 图14.1数据所属母体的可能的正态分布．

性。我们可以很好肯定[1]（相信），真正分布不比分布 a 坏，即是说，实际分布在最小规范界限以下（之左）的百分数不大于分布 a 在此界限以下的百分数．相信实际分布不比分布 b 坏的信心不大，相信实际分布不比分布 c 坏的信心更低。

母体分布在最小规范界限以下的百分数为不符合规范要求的概率——不可靠度．相反，在此界限以上的百分数为可靠度．可以看出，置信度高时，可靠度降低（分布 a）；可靠度高时，置信度降低（分布 b 和 c）．于是我们的任务是求得一个联系分布与置信度和可靠度的统计参数．这个参数是从子样均值和标准偏差推得的．

子样均值与规范界限的差可以称为均值的安全系数．不过，如果标准偏差大，分布有相当大的百分数在规范界限以下（在规范界限之外），因此这个差本身提供的有用的情报不多．正态分布有一定的百分数在指定的标准偏差个数以外，因此我们更关心有多少个标准偏差界于子样均值和规范界限之间．所以这是一个统计参数，这个比较统计量叫 $\hat{K}$．如下式所示，计算方法是将子样均值 $\bar{X}$ 与规范界限 L 之差的绝对值除以子样标准偏差 s：

$$\hat{K}=\frac{|\bar{X}-L|}{S} \tag{14.1}$$

要想确定可靠度，只需用数据计算 $\hat{K}$，并按子样个体数与所希望的置信水平选用适当的表．附录C中的一组曲线示出了不同子样大小下 $\hat{K}$ 值从 0.0 到 7.0 的可靠度与置信度的对应关系．

现在我们来求图 14.1 所示数据的可靠度-置信度值．假定五个值为 16，17，20，22 和 23，最小规范界限为 10.0．先

1）不是绝对肯定，只是有很大把握相信——译校者注．

计算子样均值与标准偏差.

均值计算		标准偏差计算
X_1	16	$16-19.6=-3.6;(-3.6)^2=12.96$
X_2	17	$17-19.6=-2.6;(-2.6)^2=6.76$
X_3	20	$20-19.6=0.4;(0.4)^2=0.16$
X_4	22	$22-19.6=2.4;(2.4)^2=5.76$
X_5	23	$23-19.6=3.4;(3.4)=11.56$
ΣX_i	98	$\Sigma(X_i-\overline{X})^2=37.20$

$$\overline{X}=\frac{\Sigma X_i}{N}=\frac{98}{5}=\underline{19.6}\quad s=\sqrt{\frac{\Sigma(X_i-\overline{X})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{37.20}{4}}$$

$$=\sqrt{9.20}=\underline{3.05}$$

再用式(14.1)计算 $\hat{K}$ 值.

$$\hat{K}=\frac{|\overline{X}-L|}{S}=\frac{|19.6-10.1|}{3.05}=\frac{9.6}{3.05}=\underline{3.15}$$

然后选子样大小 $N=5$ 的表 C.4c，并想像 $\hat{K}=3.15$ 的近似曲线. 这条曲线差不多正好位于 $\hat{K}=3.0$ 和 $\hat{K}=3.2$ 这两条曲线之间，相距几乎是 3:1. 最后求可靠度–置信度值：90% 置信度下可靠度约为 0.94；75% 置信度下可靠度约为 0.991. 50% 到大约 99% 的任何置信度下，从这组曲线都可求出可靠度.

14.1.3 与双边界限比较

许多规范，要求一项设备可以在双边界限下工作. 为了判断概率是相互依赖，还是彼此独立，得细心分析具体要求. 这两种情况的处理方法是不相同的. 相互依赖是指，如果一项设备不符合一个要求，则它不可能也不符合另一要求：两种情况是相互排斥的. 例如，假若一个电爆炸管必须工作在两个电压之间，比如说 5 伏与 10 伏之间，那么，当它不符合一个要求时，便不可能也不符合另一要求. 如果电压升到 11 伏

点火器也不工作，电炸管便自然符合5伏以下不爆炸这个要求．同一设备不可能对两个要求都不满足，这两种失效是互相排斥的．

另一方面，如果一个控温阀门在温度降到50°F以下时必须完全打开，而温度升到75°F以上时必须完全关闭，则此阀门可能不符合这两个要求的任何一个，或者对这两个要求都不符合．温度在50°F以下不能打开并不排斥温度在75°F以上不能关闭．实际上，有两个独立的要求，因而要分开计算可靠度．

如电炸管的情况那样有相互依赖时，须分别计算两个$\hat{K}$值：上限$\hat{K}_u$、下限$\hat{K}_l$．

$$\hat{K}_u = \frac{L_u - \bar{X}}{s} \tag{12.2a}$$

$$\hat{K}_l = \frac{\bar{X} - L_l}{s} \tag{12.2b}$$

式中L_u和L_l分别为上限和下限．计算可靠度时，将使用$\hat{K}_u$和$\hat{K}_l$中比较小的一个．让我们研究一下这样作的理由．

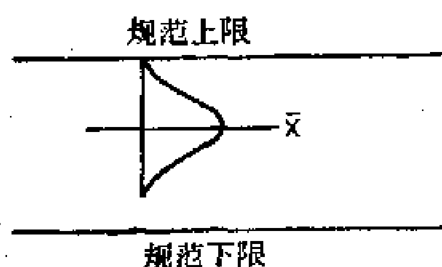


图14.3　子样分布与规范界限

现在我们考虑图14.3所示子样分布及其与两个规范界限的关系．由于从$\bar{X}$和s估计μ和σ可能有误差，因此母体分布与规范的实际关系可能是图14.4所示的某一个关系．分散比较小的分布也有可能，不过图中没有示出．图14.4中示出的最坏情况是分布h，均值比较接近上限，标准偏差也比较大．不过，情况h表示单边规范中这种最坏情况的关系，即均值有误差，真正均值在相反的位置，亦即真正均值更接近规范界限，而且分布更离散．因此用

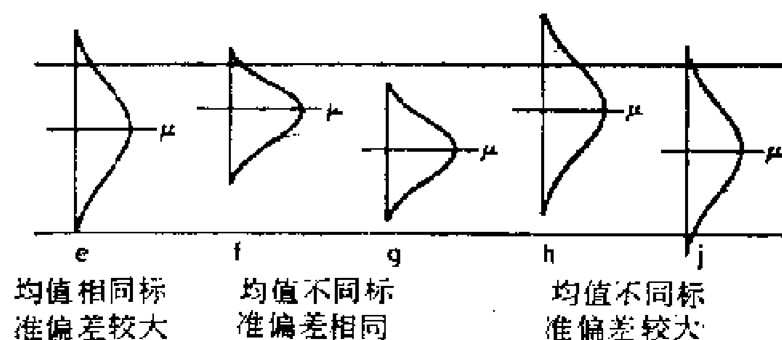


图 14.4　图 14.3 所示子样分布的一些可能的母体分布.

$\hat{K}_u$ 和 $\hat{K}_l$ 比较小的一个可以得到最精确的可靠度-置信度关系.

为了清楚起见，可用单边界限中所用的相同的方法来研究这种关系. 真实关系不比分布 h 所示的关系更坏，这一点的置信度是高的；分布 e 的置信度要低些；分布 f 的置信度更低. 这些分布的不可靠度都与 $\hat{K}$ 值较小的(最近的)上限有关.

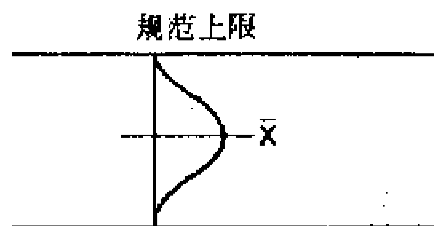


图 14.5　均值在两个规范界限中的子样分布.

大多数互相依赖的情况，这个方法都是精确的. 如图 14.5 所示，如果子样分布均值在两个规范界限的中间或非常接近于中间位置，并且分布的离散度等于或宽于规范界限，那么，放宽一点讲来，上述方法要产生微小的误差. 图 14.6 示出了一些可能的母体分布. 为了清楚起见，仍未画出标准偏差较小的母体分布.

图 14.5 中的子样均值位于两个界限中间，因此分布 l 和 m 是等效的，分布 n 和 p 也是等效的. 办法是用最近的界限(如果 $\hat{K}_u$ 和 $\hat{K}_l$ 相同，也可用任意一个界限). 分布 n 和 p 置信度最高，l 和 m 置信度要低些，k 也要低些. 如只用一个界限，

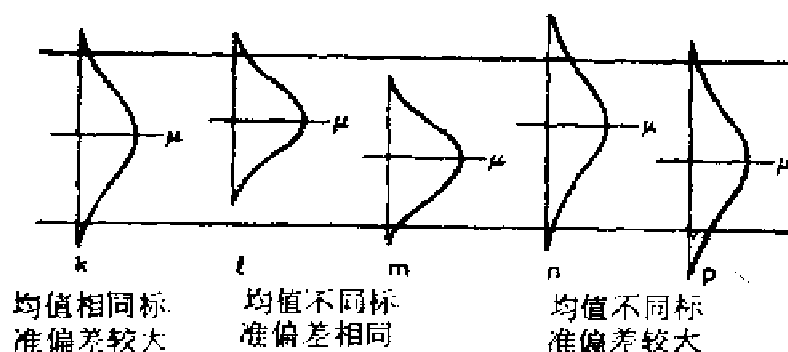


图 14.6 $\bar{X}$ 在两个界限中间的一些可能的母体分布.

例如上限，则另一规范界限（即下限）外面的小暗区可忽略不计，这表示稍微有点误差. 分析分布 n 表明，高置信度下，暗区(误差)只是不可靠度的极小部分.（置信度低时，绝对误差减小，但相对误差略有增加[1].）

在独立的情况，由于对一个规范界限的关系不受对另一规范界限的关系的影响，因此前述方法是精确的. 图 14.7 示出了控温阀门的例子. 两个分布基本上是独立的. 尽管任何一个阀门的开阀温度和闭阀温度可能局部有关，但两个分布一般还是无关的[2].

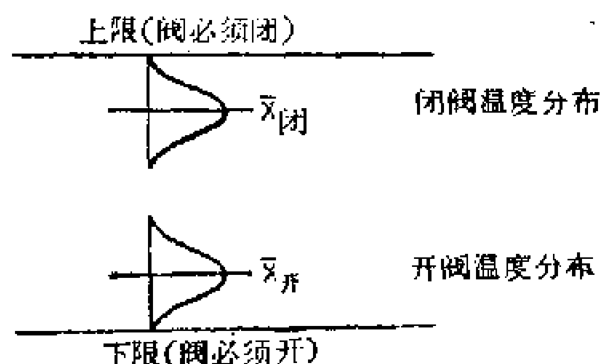


图 14.7 开阀温度和闭阀温度分布.

1) 某些方法和数表中，假定了均值的估计是精确的，只是标准偏差有误差(分布 k). 这样产生的总误差将大于上述方法产生的总误差.

2) 如果用一组阀作开阀温度试验，用另一组阀作闭阀温度试验，则两个分布应是完全独立的. 当用同一组阀作开阀、闭阀温度试验时，如果开阀温度和闭阀温度有关，则总可靠度可能略微偏高.

现在我们按相应的规范界限计算每项功能的可靠度. 如无其它考虑,阀的总可靠度便为两个可靠度之乘积:

$$R_{总} = R_{开} \times R_{关}$$

应当注意,必须在同一置信度下确定这两个可靠度. 本章第4节中将讨论独立可靠度的乘积和有关置信度的求法,这或许是读者希望参阅的.

14.2 耗　损

当达到正常耗损的时间等于或小于要求的任务时间的二倍时,耗损往往成为主要失效模式. 当耗损寿命基本上是依赖于循环或动作、而且要求用每项任务的循环数或动作数来确定时,上面的结论也适用. 如果不同单元之间的寿命有很大差异(如果 σ 的值是 μ 值的一个很大百分比),到耗损的平均时间或循环数即使几倍于任务要求,耗损也可能是主要失效原因. 事实上,到耗损的平均时间即使比要求大若干倍,而且不同单元的寿命差异也没有大到要出现耗损失效,这时则仍有耗损失效情况. 这种情况,如细心追查一下单元历史,便会发现,单元已经经过的实际工作时间比任务时间长得多,在供应者的检验中,在承包者的验收工作中,在子系统和系统的装配和现场检查等各个方面,单元已经经过了很多小时的工作. 因此,即使知道寿命比任务要求长得多,往往也需记下设备在其预定应用之前已经工作过的实际时间.

14.2.1 正态分布的应用

耗损失效的特点可以用威布尔分布(第14.2.3节将作简短讨论)或正态分布来描述. 除了明知正态分布不能用之外,一般都假定可以用正态分布. 当耗损失效分布为对数正态分布

时，或者耗损失效分布符合于能够变换成正态分布而且可作为正态分布来分析的其它某一种分布时，这种情况也可使用正态分布. 可靠度-置信度的计算按已经讨论过的方法进行. 采用正态分布时，用通常的方法计算均值与标准偏差，用所要求的任务时间作为单边规范下限计算 $\hat{K}$ 值，再按所希望的置信度从表 C.4 中的曲线求出可靠度. 用威布尔分布时，则按本章后面讲的方法计算.

一个单元有一定的不符合规范的概率，也有一定的由耗损引起的失效的概率. 事实上，单元在工作期中也会有随机失效. 因此这三种失效都要考虑. 只要这些概率是独立的，单元在工作时的可靠度便为各个可靠度之乘积.

$$R_{工作} = R_{规范} \times R_{随机} \times R_{耗损} \tag{14.3}$$

从 1 减去失效概率之和来求可靠度是不对的，因为，耗损引起的失效数可能既依赖耗损失效概率也依赖因其它原故而未表现出来的失效概率[1]. 如果不满足规范的概率为 0.30，耗损失效概率为 0.35，随机失效概率为 0.40，则相加得出的总概率便为 1.05，这显然是不正确的. 满足规范的概率为 0.70，满足规范的单元有 4/10（总数的 28%）随机失效. 总数中剩下的 42%(100 − 30 − 28) 会被耗损. 这 42% 中，35/100 会失效，65/100 不会失效，原来的总数中大约 27% 应保存下来.

14.2.2 依赖于时间的特性

有些耗损失效并不是突然发生的. 单元并不是没有失效预兆地工作一段时间而后突然出现失效使之不能工作，而是随时间的推移逐渐变坏的. 如作定期测量，可预测失效时间或耗损时间. 若在规定的间隔内测量汽车轮胎触地部分的厚度，

1）如果所有可靠度都高，比如都高于 0.99，则最后的误差非常小，可以只将失效概率相加.

并把它作为哩程的函数画出图形，便可相当精确地测出轮胎到用坏（假定用坏有合理的标准）的哩程数. 同样，如果一个锅炉受到沸液的腐蚀，并且腐蚀率可以测量，便可计算壁厚减至可接受的最低标准所花的时间. 腐蚀率可以预测时，便无需测试大量锅炉来估计可靠度. 用坏前，便可算出到用坏的时间，算出所要求的工作时间内的最终可靠度. 在整个寿命试验中只需验证几个锅炉. 有些情况，甚至只一个锅炉就足以证实. 当单元失效使系统修理要花很大代价或造成计划严重推迟时，非常希望能够预测失效的时间. 下面我们讨论耗损与时间成线性关系这种情况，尽管在耗损率可用数学方法描述时这种方法也适用更一般的耗损率可变的情况.

对每种特性作耗损分析时，使用的标准偏差有两个，而不是只有一个. 特性的原始值例如壁厚是有变差的. 这种标准偏差称为特性标准偏差，记为 s_c. 即使耗损是线性的，它也有变化，整个任务时间内的标准偏差称为耗损标准偏差，记为 s_w. 两个独立标准偏差的总标准偏差由(14.4)确定[1]. 此式可推广到任何数目的独立标准偏差，只需在根号下加进增多的方差即可.

$$s_t = \sqrt{s_c^2 + s_w^2} \tag{14.4}$$

图 14.8 表示随时间而变的特性分布与规范要求的关系. 图左边零时间垂直标尺上示出了最初的标准偏差 s_c. 整个任务中的总标准偏差 s_t 示于图右边. 图中我们也示出了最初的和最后的均值.

这个分析中我们将要利用统计量 $\hat{K}$ 并按过去用过的相同的办法利用表 C.4 中的曲线. 唯一增加的步骤是，计算 s_w、把 s_w 和 s_c 组合并在最初的特性均值上加上（或减去）耗损引起

1) 若耗损依赖于特性的原始值，则两个标准偏差不是独立的，可用适当常数乘 s_c 求出 s_t（假定相互依赖的影响是增大分布的离散度）.

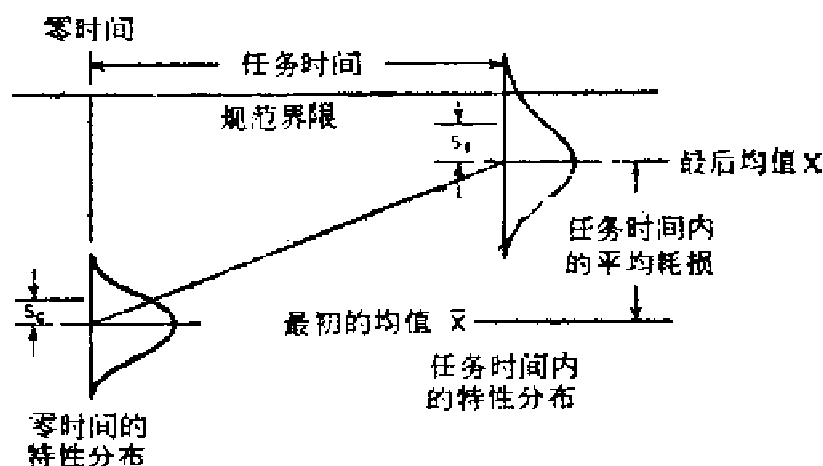


图 14.8 分布随时间的变化以及与规范的比较.

的平均变化. 我们将假定已证实了耗损的线性特性.

选取一批单元,让它们工作一段时间,比如说,任务时间的四分之一. 确定每个单元的耗损量. 照平常的办法计算这段时间内耗损(变化)的均值和标准偏差 s_c.

$$\bar{w} = \frac{\Sigma w_i}{n} \qquad s_w = \sqrt{\frac{\Sigma(w_i - \bar{w})^2}{n-1}}$$

$\bar{w}$ 和 s_w 只是四分之一任务时间的数值,要想求其整个任务中的数值,还得在这些数值上乘上 4.

求最后的 $\bar{w}$ 值与最初的均值 $\bar{X}$ 的代数和,便得最后的均值 $\bar{X}'$:

$$\bar{X}' = \bar{X} + \bar{w} \tag{14.5}$$

用总任务的 s_w 值,用式(14.4)求总标准偏差:

$$s_t = \sqrt{s_c^2 + s_w^2}$$

用 $\bar{X}'$ 和 s_t 的值,按式(14.6)计算 $\hat{K}$ 值:

$$\hat{K} = \frac{|\bar{X}' - L|}{s_t} \tag{14.6}$$

为了说明这个方法的应用,我们举一个例子. 一个锅炉要求工作 1000 小时. 其主要失效模式是炉壁受腐蚀变薄而

漏泄或破裂，腐蚀量与时间成线性关系．工作前测量壁厚、工作 500 小时后又测壁厚．表 14.1 列出了测量的壁厚．

表 14.1　炉壁厚数据

最初壁厚密耳	$(X-\bar{X})$ 密耳	$(X_i-\bar{X})^2$	500小时后壁厚密耳	净耗损密耳	$(w_i-\bar{w})$ 密耳	$(w_i-\bar{w})^2$
94	4	16	86	−8	−0.6	0.36
89	−1	1	79	−10	−2.6	6.76
90	0	0	86	−4	3.4	11.56
92	2	4	83	−9	−1.6	2.56
86	−4	16	76	−10	−2.6	6.76
89	−1	1	83	−6	1.4	1.96
90	0	0	84	−6	1.4	1.96
91	1	1	87	−4	3.4	11.56
91	1	1	82	−9	−1.6	2.56
88	−2	4	80	−8	−0.6	0.36
$\Sigma X_i = 900$		$\Sigma = 44$		$\Sigma = -74$		$\Sigma = 46.44$
$\bar{X} = 90$		$s_x = \sqrt{\frac{44}{9}} = 2.2$		$\bar{w} = -7.4$		$s_w = \sqrt{\frac{46.44}{9}} = 2.3$

整个任务期 $\bar{w} = -7.4 \times 2$（因数据是在 500 小时取的，耗损为线性的）$= -14.8$，$s_w = 4.6$．

$$\bar{X}' = \bar{X} + \bar{w} = 90 - 14.8 = 75.2$$

$$s_t = \sqrt{2.2^2 + 4.6^2} = 5.1$$

假定壁厚最少要 60 密耳，由于失效有严重后果，因此规定可靠度要有 95% 的置信度．

$$\hat{K} = \frac{75.2 - 60}{5.1} = 3.0$$

子样个体数为 10、置信度为 95% 而 $\hat{K}=3.0$ 时，从表 C.4h 可以查出，可靠度为 0.96；如只定 50%的置信度，则可靠度几乎

为 0.999.

14.2.3 威布尔分布的应用

威布尔分布族(常简称"威布尔")第三章曾介绍过,并也指出,这是一种比较复杂的分布. 威布尔分布与失效时间有关,因此它是指数分布和正态分布的补充. 指数分布是威布尔分布的一种特殊情况,正态分布可用威布尔分布高度近似. 由于威布尔分布非常复杂,因此仅在如下两种情况下才使用:一、预先知道失效分布最好用威布尔分布来描述;二、已经出现了大量失效(至少 10 个),而且有关的时间又不符合比较简单的分布. 单元失效时间具有威布尔分布的两个例子是滚珠轴承和油箱. 特别是轴承[1],多年来已作过大量试验,已对不同的轴承找出了威布尔参数比较精确的值.

尽管威布尔分布已有两种分析法(矩法和最大似然法)[2],但在可靠性应用中没有哪一种得到广泛应用,因为每种解都有大量计算. 可靠性应用中绝大多数情况都用图解法,因为这种解法只需确定位置参数 γ 即可. 用图解法时,求可靠度-置信度关系无需使用尺度参数 α 和形状参数 β 的值.

有一种特殊的图纸,叫威布尔纸,可使图解法得以实现. 图 14.9 示出了一种典型的威布纸[3]. 有了这种纸,需要时可求出 α 和 β 值. 图解法尽管步骤多,还有一、两次叠代,但还是比较简便,至多只用到简单的代数运算. 步骤如下:

1. 编顺序号. 按工作时间长短,顺次$(1,2,3,\cdots,n-1,n)$

---

1) 从物理上看,由若干环组成的链的最弱环断开的规律服从威布尔分布,所以滚珠轴承合乎这个物理特点——译校者注.

2) W. Weibull, Statistical Representation of Fatigue Failures in Solids, *J. Roy. Inst. Technol., Stockholm*, November, 1954.

3) 经工程技术辅助用品管理部同意复制. 用威布尔纸可以确定威布尔分布的所有三个参数.

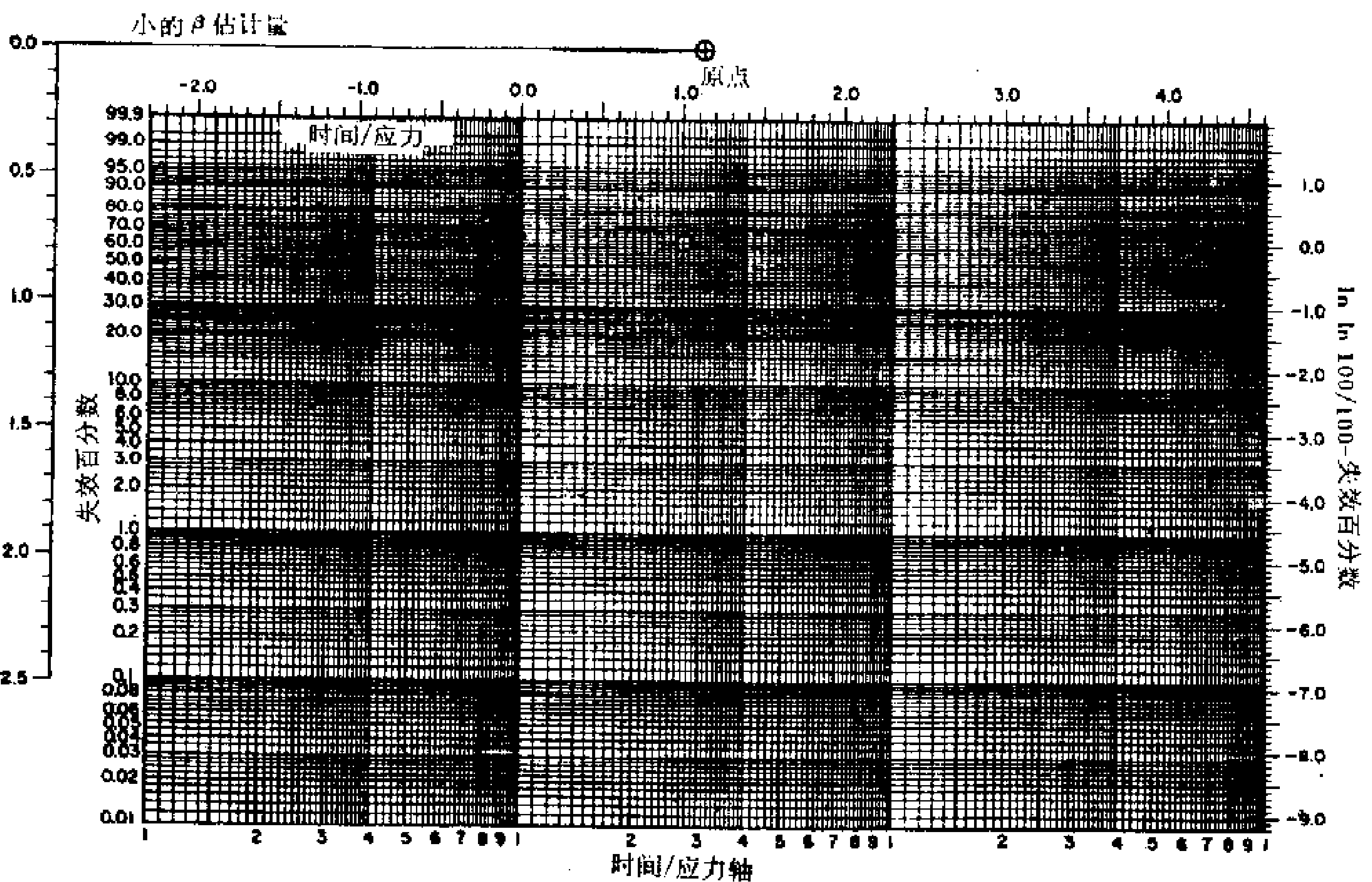


图 14.9　威布尔概率纸

排出试验结束的时间. 工作时间最短的单元排第 1 号，次短的排第 2 号，等等. 考虑设备维修和外来失效等因素的原则是

a. 如果一个设备失效并要进行维修以使设备恢复到工作状态，则编顺序用的工作时间应为两相邻失效之间的时间. 因此，若设备维修两次，便有三个独立的工作时间，每一个时间都有自己的顺序号.

b. 不是由于试验项目本身失效(例如，测试设备失效、操作者搞错、测试时间结束)而结束的试验不算责任试验，叫"中断"试验. 它们要与其它试验时间一道排上顺序号，不过在第二步要单独处理.

c. 失效由完全不同的基本原因引起时，最好对每一原因都作独立的威布尔分析. 每个独立的威布尔图，至少应有五个失效；如果没有，则一个分析中要到所有工作时间.

2. 确定阶数. 由于试验项目失效，即由于责任失效而结束的工作次数，应编上阶数(X_1, X_2, 等等). 由于其它原因而结束的工作次数不编阶数.

a. 由于子样失效而结束所有试验时，不管是修理过还是没修理过，阶数 X_i 都与失效编的顺序号 n_i 相同.

b. 秩序号中有中断试验时，要按下述方法编出责任失效的阶数.

(1) 若责任失效先发生，其阶数 X_i 便为 1.0. 但若有一个或更多个中断试验秩序号低于责任失效秩序号，则后者的阶数将用下式计算.

$$X_1 = \frac{n+1}{n+2-n_1} \qquad (14.7)$$

式中 n 为工作总次数，而不管试验结束是何理由；n_1 为第一个责任失效的顺序号.

(2) 用下式求第二个责任失效的阶数.

$$X_2 = X_1 + \frac{n + 1 - X_1}{n + 2 - n_1} \qquad (14.8)$$

式中 n_2 为第二个责任失效的秩序号.

(3) 其后的每个责任失效的阶数可用类似办法从下式求出.

$$X_i = X_{i-1} + \frac{n + 1 - X_{i-1}}{n + 2 - n_i} \qquad (14.9)$$

在进行第三步之前,先举一个例子,说明如何确定阶数.假定一项设备有 8 个单元作试验,共计有如下 20 个工作周期:

第 1 单元: 工作 300 小时,试验由于测试设备失效而结束.测试设备修好、试验项目维修好后,又工作了 240 小时,然后失效. 修好后再试验,直到试验结束时累积试验总时间共计 1000 小时.

第 2 单元: 工作 380 小时,而后失效. 修好后又工作了 520 小时再失效. 没有再工作.

第 3 单元: 工作 40 小时后,由于外部动力失效,试验结束. 没有进行维修,试验项目又工作 730 小时之后,试验项目本身失效. 修好后,再试验,直到累积试验总时数 1000 小时,停止试验.

第 4 单元: 工作 1000 小时,没有失效,以后停止试验.

第 5 单元: 工作 750 小时后,试验项目失效. 修好,再工作 410 小时后,又失效. 再修好,工作 200 小时后,又第三次失效. 第三次修好,再工作 115 小时后,试验结束.

第 6 单元: 工作 235 小时后,失效. 修好,又工作 395 小时后,操作者搞坏,引起失效. 再修好,又工作 370 小时,试验结束.

第 7 单元：工作 505 小时后失效．修好，又工作 355 小时后，再失效．又修好，再工作 110 多小时后，由于测试设备失效，试验结束．

第 8 单元：工作 680 小时后失效．修好，又工作 305 小时后，又失效．试验到此结束．

表 14.2 列出了各个工作时间及其顺序号．责任失效与中断试验分别附以“责任”和“中断”文字表示．按第三步定的原则，计算每个责任失效(编号 3，5，6，7，9，10，12，14，16，17，18 和 19)的阶数．阶数后面的圆括号内给出了相应的工作时间．

表 14.2 8 个试验单元的工作时间(小时)与失效顺序

A．工　作　时　间

第 1 单元	第 2 单元	第 3 单元	第 4 单元	第 5 单元	第 6 单元	第 7 单元	第 8 单元
200中断*	380责任	770责任+	1000中断	275责任	235责任	505责任	680责任
240责任	520责任	230中断		410责任	395中断‡	355责任	305责任
460中断				200责任	270中断	110中断§	
				115中断			

B．顺　序

1．110	6．240责任	11．370	16．505责任
2．115	7．275责任	12．380责任	17．520责任
3．200责任	8．300	13．395	18．680责任
4．230	9．305责任	14．410责任	19．770责任
5．235责任	10．355责任	15．460	20．1000

* 由于在 300 小时时进行了修理，因此要从这个时间起计算新的试验周期．

\+ 动力失效后未修理，因此实际工作时间应为动力失效前的 40 小时加动力失效后的 730 小时之和．

‡ 由于失效为操作者错误引起，因此尽管作了修理，这种失效仍不算责任失效．

§ 按定义为中断试验．

$$X_1 = \frac{20+1}{20+2-3} = \frac{21}{19} = 1.11\ (200\ \text{小时})$$

$$X_2 = 1.11 + \frac{20 + 1 - 1.11}{20 + 2 - 5} = 1.11 + \frac{19.89}{17}$$

$$= 1.11 + 1.17 = 2.28 (235\text{小时})$$

$$X_3 = 2.28 + \frac{20 + 1 - 2.28}{20 + 2 - 6} = 2.28 + \frac{18.72}{16}$$

$$= 2.28 + 1.17 = 3.45 (240\text{小时})$$

继续此方法，直到12个责任失效的所有阶数均被求出为止。其余9个的阶数为

$X_4 = 4.62$(275小时)　　$X_5 = 5.88$(305小时)

$X_6 = 7.14$(355小时)　　$X_7 = 8.53$(380小时)

$X_8 = 10.09$(410小时)　　$X_9 = 11.91$(505小时)

$X_{10} = 13.73$(520小时)　　$X_{11} = 15.55$(680小时)

$X_{12} = 17.37$(770小时)

3. 求概率. 一个阶数 X_i 有一个相应的概率 P_{X_i}. P_{X_i} 表示一个单元在 X_i 次失效时间内或这个时间之前失效的概率. 若正好在100小时末失效，且相应的概率为0.10，那么一个单元工作100小时时或100小时之前的失效概率便为10%. 用二项分布(表C.2)求出两个置信度下的可靠度,从而求出概率值. 第一个置信度为50%. 之所以用这个置信度，是因为按这个程序进行，下一步描图中相应的可靠度在威布尔纸上将近似在一条直线上. 第二个置信度是估计可靠度时使用的置信度. 本例中我们采用90%.

a. 用 n 次试验（本例 $n = 20$）的表C.2和 $X_i - 1$ 次失效,确定50%和90%置信度下,与每次失效相应的概率.由于阶数不是整数(除非所有失效都是责任失效)，因而要进行内插. 用线性内插法至少可得两位精度,对所有阶数讲,这个精度一般还是较高的[1].

1) 第一阶数的第二个小数位的误差为0.01这是极其稀少的情况.

b. 从 1 减去上面求出的概率. 之所以要这样作，是因为第 3a 步求出的概率为成功概率，而按威布尔纸的设计描图所用的概率为失效概率，不是成功概率. 列出阶数和所用两个置信度下相应的失效概率. 为了说明本法的这一步，表 14.3 具体列出了前面所举例题的数值.

表 14.3　失效数、阶数和概率

失效数	阶数 (X_i)	X_i-1	成功概率		失效概率	
			$c=0.50$	$c=0.90$	$c=0.50$	$c=0.90$
3	1.11	0.11	0.9606	0.8833	0.0394	0.1167
5	2.28	1.28	0.9038	0.8011	0.0962	0.1989
6	3.45	2.45	0.8464	0.7285	0.1536	0.2715
7	4.62	3.62	0.7890	0.6608	0.2110	0.3392
9	5.88	4.88	0.7271	0.5916	0.2729	0.4084
10	7.14	6.14	0.6651	0.5256	0.3349	0.4744
12	8.53	7.53	0.5968	0.4559	0.4032	0.5441
14	10.09	9.09	0.5202	0.3805	0.4798	0.6195
16	11.91	10.91	0.4307	0.2970	0.5693	0.7030
17	13.73	12.73	0.3413	0.2181	0.6587	0.7819
18	15.55	14.55	0.2518	0.1445	0.7482	0.8555
19	17.37	16.37	0.1624	0.0777	0.8376	0.9223

4. 画概率图

a. 在威布尔纸上画出 50% 置信度下的失效概率和相应的工作时间. γ 值精确时，同 50% 置信度诸点最吻合的那条线近似是一条直线. 由于画第一条线时不知道 γ 值，因此第一条线最可能为曲线；仅当 γ 为零时，才为直线. 若 50% 置信度下的那条线向上凹，则 γ 为负；向下凹，γ 为正. 大多数情况，γ 都为正，因为，有威布尔失效分布的单元开初有一段不失效的时间.

注：除了要用外推法求出所要求的可靠度外，并不需要求出 γ 值：作精确外推一定要直线。若不要求外推，可省掉(b)步和(c)步。而且步可画出所需置信度，例如90%下的概率图。

b. 估计 γ 值，并从每个责任失效的时间减去估计的 γ 值。γ 的第一个有效估计值为到第一次失效的时间。因此，基于曲线向下凹，基于数据，本例中 γ 第一个估计值为 +200 小时。用修正时间画图。

c. 重复此过程，直到得出近似直线为止。第一次修正后，曲线只微微向上凹。作 150 小时的 γ 的第二次估计后，除头两个点外，线几乎为直线。作 175 小时的 γ 的最后一次估计后，便得出相当直的线。尽管从图上难于区分选 175 小时最好，还是选 170 小时或 180 小时较好，但是从实际应用讲，图解法已十分满意了。

d. 然后用最后的修正时间画出本例中 90% 置信度下的

表 14.4 威布尔作图的可靠度以及原来的工作时间和修正的工作时间

可靠度		工作时间，小时			
$c=0.50$	$c=0.90$	原来的	第一次修正后的	第二次修正后的	最后的
0.9606	0.8833	200	0	50	25
0.9038	0.8011	235	35	85	60
0.8464	0.7285	240	40	90	65
0.7890	0.6608	275	75	125	100
0.7271	0.5916	305	105	155	130
0.6651	0.5256	355	155	205	180
0.5968	0.4559	380	180	230	205
0.5202	0.3805	410	210	260	235
0.4307	0.2970	505	305	355	330
0.3413	0.2181	520	320	370	345
0.2518	0.1445	680	480	530	505
0.1624	0.0777	770	570	620	595

图[1]. 此置信度下(或除 50% 外的任何置信度下)最后的线为曲线,而且不必改变. 表 14.4 列出了原来的和修正后的时间及相应的可靠度, 图 14.10 上画出了 50%置信下的初始线以及 50% 和 90% 置信度下的最后线. 图中所示的绘图纸为图 10.9 所示威布尔纸的简化形式.

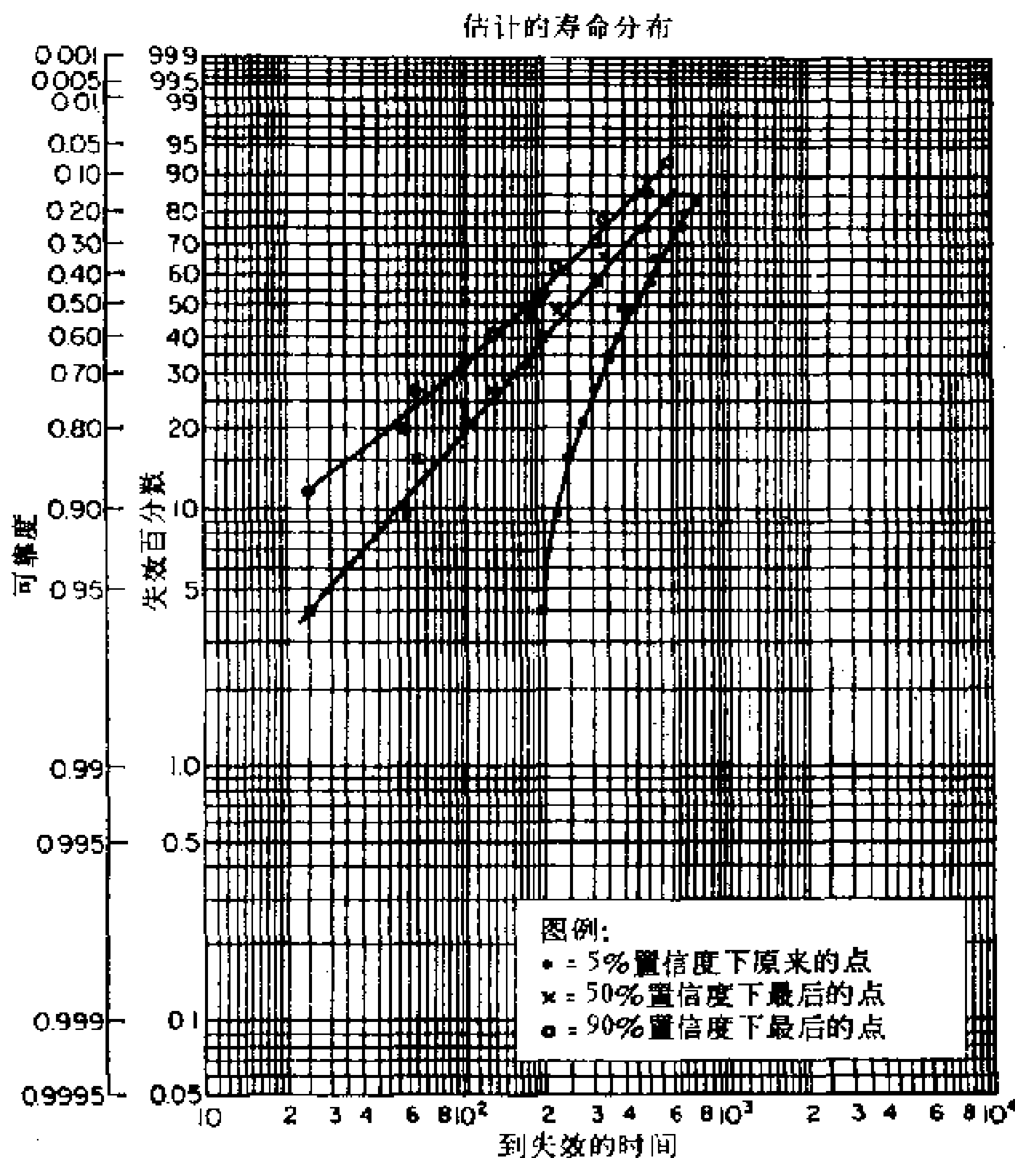


图 14.10 所举例题的威布尔图.

---

1) 从技术上讲, 所画的线是 10% 置信度下的失效概率线, 其原因是, 从表 C.2 求概率时使用的是 $X_i - 1$, 而不是 X_i. 最后的结果将给出 90% 置信度下 X_i 的可靠度.

5. 求设备可靠度．为了在图上找出适当的时间，需要从设备所要求的工作时间减去 γ 值．用 90% 置信度(假定这是作可靠性估计时所希望的置信度)的线，从图读出修正后的时间和相应的失效概率．如果原来要求的时间为 200 小时，则图上的修正值便为 200 − 175 = 25 小时．从 1 减去失效概率便得相应的可靠度．本例所示的图纸上，单独加了可靠度标尺．原来的图纸上没有这个标尺，不过有求 α 和 β 值用的其它标尺和付尺．图中 25 小时 (实际 200 小时)、90% 置信度下的可靠度为 0.89．从图 14.10 可以看出，若想在 50%置信度下得出 200 小时的可靠度，用原来的曲线不能作精确估计，必须求 γ．可靠度高时，一般都如此．

14.3 过应力法

有时，我们可以用过应力试验或加速试验来估计一批新产品的可靠度，这种试验能比通常条件下的试验更快地得到结果．由于必须要加一些约束条件，因此在估计可靠度时这种试验只能用于已经知道普通条件和过应力条件下的失效率关系的那些元、部件．第二个重要要求是，过应力条件不引入新的失效模式．仅当这些要求均被满足而且每批产品都适用时才能用这种方法估计一批新产品的可靠度．精确地确定这种关系后，加速试验便能以一般试验的一小部分费用提供可靠性估计的数据，因此使用它是非常有利的．

加速试验与普通试验的关系是针对随机失效率、特性恶化率(或特性变化率)或耗损时间来讲的．只要知道这个关系，便可将过应力工作条件下的数据换算成普通工作条件下的数据，办法一般是乘以一个适当的常数．将过应力条件下的数据换成普通条件下的数据的因子，对随机失效率或恶化率讲，

其值小于 1；对耗损时间或平均工作时间讲，则大于 1. 对可靠性估计中使用的所有统计量，例如，耗损中所用正态分布的均值和标准偏差，都必须知道换算因子；不过，这些换算因子不一定对每个参数是相同的.

过应力试验还有一个应用，而且这个应用比在可靠性估计中的应用更频繁. 某些类型的过应力试验能够剔出潜在的不可靠单元，而又不影响好单元. 当过应力超过对单元的要求值但又未超过单元的承受能力时，尤其如此. 这种情况一个很好的例子是在半导体上加 20,000 个重力加速度的加速试验. (至少有一个制造者将重力加速度增加了 50%，即增加到 30,000 个重力加速度，对合格半导体的性能和寿命没有发现可觉察的影响.)这种试验的目的是剔出有潜在机械缺陷和可靠性低的器件. 自然，这种试验也可能使可靠度本来满意的某些器件失效，不过，对所有器件作了过应力试验后，最后总的可靠度比没有试验的可靠度高得多. 当然，重要的是，剩下的器件未被损坏.

许多功率老化试验都归入过应力试验或加速试验，因为设备是在超过通常的要求下工作的. 从这个意义讲，甚至在满标额定值下百分之百的测试也算过应力试验，因为在满标额定值下工作的器件是很少的. 这一事实再次强调了前面所作的陈述：规范界限适用于某种类型的所有器件，虽然有许多都是在工作条件一点不苛刻的环境下应用.

14.4 系统估计

把各个单元的估计可靠度组合起来，便可得出组件、子系统和系统的可靠度. 组合这些可靠度的方法，与作系统可靠度预测时组合预测可靠度所用的方法相同. 一个差别是，

这里使用的是估计值，而不是预测值．要考虑冗余法、失效模式、系统影响和其它有关方面，并使用第十章讲过的最适用的三种方法．

不过，还有一个重要差别也必须考虑．多数预测都是“点估计”，即是说，先从标准图表查出每个单元的可靠度值，然后组合这些值求得系统预测可靠度，没有对各个值给出置信度，因此系统预测不涉及具体的置信度．然而每一项目的估计可靠度却都有一个相应的置信度．可以看出，一组数据中，可以有许多等效的可靠度-置信度对．那么，我们如何将也许有不同置信度的许多不同项目的可靠度估计值组合成系统的实际可靠度-置信度对呢？这可能有三种方法．

一种方法是只用每个单元的点估计，从而求得系统可靠度的点估计．如果某一项设备 10 次试验有 2 次失败，则可靠度的点估计为 0.80．但如没有失败，情况又如何？从直观上我们感觉到，可靠度不是 100%，但这种情况又不能给出一个具体的可靠度值．如所有估计都以变数数据为基础，便可通过使用以子样均值和标准偏差为基础的正态分布表中的值（不是表 C.4 中的曲线，这些曲线即使在50%置信度下也考虑了均值和标准偏差的可能的抽样误差．）来避免这个问题．但在属性数据情况下，作 n 次试验没有一次失败时，则可能认为 100% 的可靠度是合理的．

另一方法是用 50% 的置信度来估计元件的可靠度，这种方法虽然有点保守，却能对系统提供合理的可靠度-置信度值．先在 50% 的置信度下估计每个单元的可靠度，然后组合单元的可靠度求出系统在 50% 置信度的可靠度．如附录 C 中的各表所示，50% 的置信度比点估计更保守，在子样个体数少、失效率小时，更是如此．（上例中，当子样 10 个个体有 2 个失效时，点估计为 0.80；50% 置信度下的可靠度只有

0.74.)因此，若组合单元可靠度求得系统估计可靠度，必须坚持使用第十三章建议的最小量. 这样可以避免出现过份保守的可靠度.

一经得出了50%置信度下的系统估计可靠度，便可将之换算成较高置信度下的较低的可靠度. 这种保守办法的基础是，按各个单元可靠度估计的最小子样来确定系统可靠度-置信度对的数值. 即是说，在50%置信度下估计系统可靠度. 假定试验数等于估计任何单元所用的最少试验数. 然后用附录中的适当的图表和刚才确定的子样大小及可靠度，求出新的可靠度-置信度对.

换算可靠度-置信度对应当用哪个表，这要看对单元作何种估计而定. 如单元的大多数估计中都用属性法，则可按需要根据表C.2a或表C.3a进行内插，求出系统的等效失效数.(之所以要内插，是因为系统的等效失效数一般都不是整数.)然后再按要求作内插，用失效数和试验数(等效任务数)求出系统在所希置信度下的可靠度.

假定系统在50%置信度下的可靠度(这是基于系统单元的可靠度也在50%置信度下)为0.756. 再假定任何一种单元的最少试验数为25. 那么，从表C.2a可以查出，等效失效数为5.5. 如果想求出系统在90%置信度下的可靠度，可以用25次试验、5.5次失效的表C.2a，查出系统的可靠度——0.638. 如试验以时间(等效任务)为基础，而最小等效任务数为25，则应使用表C.3a和表C.3c. 从表C.3a可以查出，当可靠度为0.756而在时间周期的最后停止试验的等效任务数为25时，则等效失效数为6.33. 等效任务数为25、失效数为0.33时，从表C.3c可以查出，在90%置信度下可靠度为0.645.

如用变数法，则应使用表C.4中的曲线. 在同样的可靠度0.756和试验数25下，从表C.4b可以查出，因子K约为

0.70. 然后用 $\hat{K} = 0.70$, $N = 25$ 求出 90% 置信度下的可靠度——约为0.66.

把单元估计可靠度组合成系统估计可靠度的方法中，作者欢喜第三种方法. 这种方法是上面刚讲过的两种方法的折衷. 它既不象第二种那样保守，也不象第一种那样没有确定的系统置信度. 它是对所有单元的可靠度作点估计，再用每个单元的最少试验数确定等效试验数. 然后按需要，由估计可靠度和试验数确定等效失效数或 $\hat{K}$ 值. 从点估计求出等效失效数 $Q = 1 - (Q/n)$ 或 $Q = n(1-R)$，式中 R 为系统可靠度，n 为试验数. 只需用 R 值从正态分布表求出等效 $\hat{K}$ 值. 最后用这些 n 值和 Q（或 $\hat{K}$）值求出上述系统的可靠度-置信度对.

应当注意，当系统置信度在 50% 以上时，必须先把所有估计的可靠度换算成点估计，求出 50% 置信度下的系统可靠度，然后将此可靠度-置信度对换算成所希置信度下的可靠度. 若想求出单元在最后置信度下（例如 90% 置信度下）的可靠度，并把单元的可靠度组合成系统可靠度，那么，系统的置信度将大大高于 90%，不过具体数值不知道. 我们不必责怪自己，因为系统在 90% 置信度下的真正可靠度可能比用这种方法算得的值高得多.

补 充 读 物

Amstadter, B. L., and T. A. Siciliano: Reliability Assessment Guides for Apollo Suppliers North American-Rockwell Corporation, Downey, Calif., SID 64-1447A, 1965, IDEP no. 347.40.00.00, F1-28.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practices," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.

Dummer, G. W., and N. B. Griffin: "Electronics Reliability: Calculation and Design," Pergamon Press, Ltd., London, 1966.

Eisenhart, C., M. W. Hastay, and W. A. Wallis (eds.): "Techniques of Statistical Analysis," McGraw-Hill Book Company, New York, 1947.

Hald, A.: "Statistical Theory with Engineering Applications," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952,

Hiltz, P. A., and J. L. Gaffney: "Statistcal Techniques for Reliability," North American-Rockwell Corporation, Downey, Calif., 1965.

Johnson, L. G.: "The Statistical Treatment of Fatigue Experiments," American Elsevier Pnblishing Company. Inc., New York, 1964.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

Weibull, W.: A Statistical Representation of Fatigue Failures in Solids, *J. Roy. Inst. Technol., Stockholm*, Nevember, 1954.

第十五章　可靠性验证

15.1　可靠性验证[1]的定义

我们必须区分预测可靠性、固有可靠性和可靠性验证．我们知道，预测可靠性是被充分研究过的可工作的设备的估计可靠性．它是初期失效已被淘汰、实践中出现的各种失效模式已几乎被消除（通过设计、工艺及其他改进）后希望得到的值．预测可靠性中，也假定耗损期到来之前设备在其设计范围内工作．

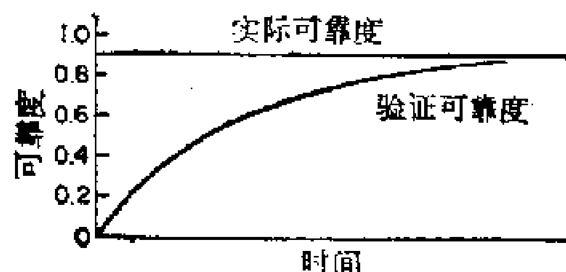
固有可靠性是设备从它的设计、功能、使用和要求的工作期中得出的实际可靠性．如果设备在工作期间不恶化（即是说，如果设备在常失效率期间工作），在整个这段时间里，它将保持这个可靠性．就某一具体任务讲，只有在设计上作了改进后，设备的固有可靠性才会提高．如第十二章所述，如果改变设计在效果和意图上都是提高可靠性，则需采取一系列的步骤．不管验证时间或周期是多少，或者甚至设备从未工作过、又未验证过，设备仍有固有可靠性．

可靠性验证是通过工作评价一个设备满足规定可靠度的能力．它是估计者借以对这个能力取得置信度的一种基本方法，常常是一种数学方法[2]．自然，可靠度验证与固有可靠度

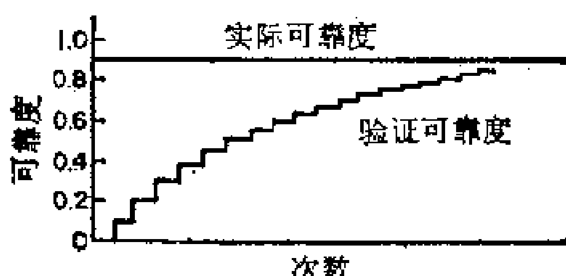
1）可靠性验证的意义是根据试验结果在一定置信度下求可靠性下限——译校者注．

2）这一段的正确理解是：可靠性验证是通过一定量的试验用数学方法评出设备在一定置信度下的可靠性"下限"．置信度不变时，可靠性"下限"随试验时间次数的增加而一般会有所提高——译校者注．

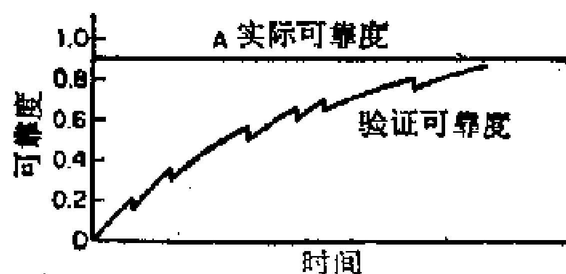
有关，但又有很大差别．例如，一个设备可以是99.9%可靠，但由于预算和时间限制，这样高的可靠度很少得到充分验证．此外，若不改变设计，固有可靠度将保持常数不变，而验证的可靠度在给定置信度下却可望随工作时间或周期的累积而增加[1]．因此，当固有可靠度相当高时，例如高于0.9时，验证的可靠度将随时间或次数的累积越来越高，逐渐接近实际可靠度．如果没有出现失效且验证的可靠度又依赖于时间，则验证可靠度是一个连续函数．图15.1a示出了这种关系．可靠度依赖于次数时，便为阶跃函数．这种情况示于图15.1b．图15.1c表示有失效时的关系．验证的可靠度值中，每一下降代表出现一次失效．



(a) 无失效的连续函数



(b) 无失效的阶跃函数



(c) 有失效的函数

图15.1　增加工作时间或次数而不作设计改变时，验证可靠度与实际可靠度的关系．

我们将考虑两种常用的可靠度验证法．第一种是作统计验证，求出实际可靠度值．第二种是考虑满足某些应力水平和功能要求等的

1) 换一个讲法，也可以说，验证的可靠度保持不变，而置信度提高．我们记得，第十三、十四章中曾讲过，有许多可靠度-置信度对是等价的，因此可以讲在固定的置信度下，验证的可靠度变化，也可以讲在固定的验证可靠度下，置信度变化．

能力，而不“证明”数学概率.

15.2 统计验证

统计验证实际达到的可靠性时，将要用到已讲过的一些估计方法. 事实上，从数学意义讲，估计和验证是相辅相成的. 估计是用试验得到的数据估计相应的可靠度. 验证则是已知所要求的可靠度，求出证实这个可靠度存在所需要的数据量. 而数值却有相同的关系.

例如[1]，若作了 69 次试验，没有出现过失效，则用表 C.2a 可以查出，50% 置信度下估计可靠度非常接近于 0.99. 若可靠度验证的要求是 50% 置信度下可靠度为 0.99，则为了证实符合要求，需作 69 次试验，而无一次失效. 同样[2]，估计可靠度时，是结合变数数据使用安全系数 $\hat{K}$. 验证可靠度时，目标已知，任务是确定需要的 $\hat{K}$. 如为证实 90% 置信度下可靠度为99%而作了 10 次试验，则用表 C.4h 可查出 $\hat{K}$ 值约为 3.45.

15.2.1 等效试验

现在我们比较详细地研究一下可靠度的统计验证. 假定，要求验证的是 90% 置信度下 0.85 的可靠度. 从表 C.2c 可以查出，需要作 15 次试验而不失效. 若发生一次失效，则需采取一系列措施. 尽管 90% 置信度这个要求未被满足，但我们仍不想抛弃可靠度为 85% 这一假设，因为只出现了一次失效. (50% 置信度下，验证的可靠度为 89.1%；点估计的可靠度为 93.3%.) 相反，我们却希望增加一些试验单元. 若失效数与

1) 本例指计数型可靠性验证，即只根据成败次数评估可靠度——译校者注.
2) 本例指计量型可靠性验证，即根据随机变量的具体数据来评估可靠度——译校者注.

试验总数之比仍保持 1:15 不变，而使子样总数为 45，失效数为 3，则 90% 置信度下验证的可靠度为 85.7%. 如子样个体数增至 150 而失效数为 10，则 90% 置信度下验证的可靠度将增至 90%.

因此，当实际可靠度超过要求时，只要有足够的单元、时间和经费，便可在任何需要的置信水平下作统计验证. 实际可靠度比要求可靠度越高，要求可靠度的验证就越快(用单元数表示). 表 15.1 说明了这一点，表中要求证实的可靠度在 90% 置信度下为 85%. 当平均失效数等于或少于证实中允许的失效时，证实的要求便被满足. 表 15.1 中要求的子样个体

表 15.1 实际可靠度与待证实的可靠度的关系
(要求证实的可靠度在 90%置信度下为 85%).

要求		实际可靠度					
子样个体数	允许失效数	0.88	0.91	0.94	0.97	0.99	1.00
		实验平均失效数					
15	0	1.80	1.35	0.90	0.45	0.15	0.00
25	1	3.00	2.25	1.50	0.75	0.25	
34	2	4.08	3.06	2.04			
43	3	5.16	3.87	2.58			
52	4	6.24	4.68				
60	5	7.20	5.40				
68	6	8.16	0.12				
76	7	9.12	6.84				
85	8	10.20					
258	31	30.96					

数取自表 C.2c. 我们假定，平均讲，抽样的结果将反映实际可靠度. 从表可以看出，当实际可靠度接近要求可靠度时，直到测了大量单元为止，平均失效数都超过允许失效数. 相反，当实际可靠度大大超过要求时，只要作相对少量的测试，则允

许失效数便超过实际失效数. 图 15.2 图示出了一般的关系.

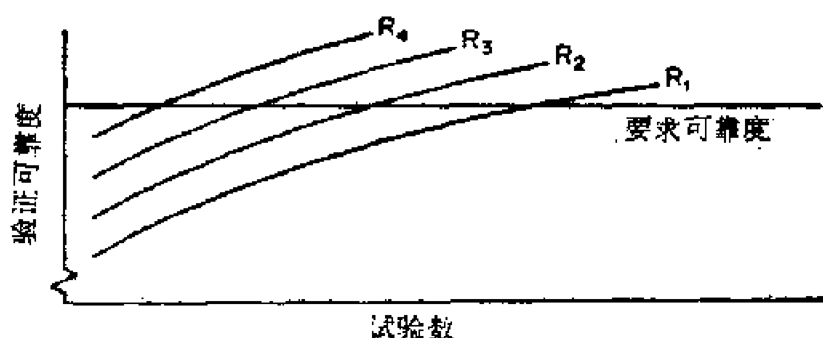


图 15.2 不同实际可靠度下，验证可靠度与要求可靠度的关系：$R_4>R_3>R_2>R_1>$要求可靠度.

15.2.2 序贯试验的有效性

从严格统计意义讲，测量小子样例如有 15 个个体的子样时，如果要求的可靠度未得到证实，便需加测一些个体，直到要求的可靠度被证实为止，这样作不是百分之百行得通的. 不过，当置信度非常高时，实际可靠度可能高于要求的可靠度，尽管没有得到证实. 出现这种情况时，实际办法是加大子样作测试. 这种试验便视为是序贯试验，尽管真正序贯试验中整个抽样方案(包括子样总个体数、每一步的接受和拒收两者的标准等)都得事先规定. "可靠度：管理、方法和数学"一书的第十章，对序贯抽样方案有更详细的叙述[1].

应当注意，当要在较低的置信度下，即 50% 或稍低一点的置信度下作验证时，不能使用这种方法. 如可靠度略低于要求，则很容易偶然出现：试验的某一步，实际失效数小于允许失效数，产品可以接受. 因此，当第一次抽样不满足要求时，增大子样的试验应限于 75% 或更高的置信度，其次还应

1) D. K. Lloyd 和 M. Lipow: "Reliability: Management, methods, and Mathematics", Prentice-Hall, Inc., 1962.

限于仅当点估计表明实际可靠度超过要求可靠度。

正好象增大子样一样，如果要求的可靠度开初未得到证实，也可再增加工作时间。而且增加试验应限于置信度要求至少为75%，应限于开初的试验表明实际可靠度事实上超过要求的可靠度。

同样[1]，当变数测试得到的 $\hat{K}$ 值不符合要求的值时，测试更大的子样可以使 $\hat{K}$ 值符合要求。正如在分析表C.4中的曲线时所指出的那样，子样增大时，在给定的可靠度和置信度下，$\hat{K}$值将减小。也应注意，子样增大时，$\hat{K}$ 值将接近于某一最小常数，此常数相当于某一要求可靠度下正态分布表中的Z值。只有开初的$\hat{K}$值超过这个最小值时，才应作增大子样的试验。

常常也出现，要求的可靠度开初未被证实时不容许作增大子样的试验。这种情况应由制造者确定，他愿意担多大风险拒收他的产品。如果他想减小风险，他可以选足够大的子样，使得满足有关标准有较高的概率。抽样数增加时，产生错误的风险减小，因此，如前例和表15.1所表明的那样，要求的严厉程度要低些，即容许失效数与子样大小之比增大，或要求的 $\hat{K}$ 值减小。可以用已讲过的标准统计方法确定具有某一可靠度的产品符合要求可靠度的概率。

如果实际可靠度只是稍高于要求可靠度，则证实达到要求可靠度的试验数完全可以比平常更多。减少投入大批产品进行检验的另一办法是提高产品的固有可靠度。改进产品往往比增加测试花钱少。从长远观点讲，提高可靠度不仅增大可靠度验证被通过的概率，而且也提高制造者的声誉，从而增加销售。

1）当实际可靠度高于所要求的可靠度时，在抽样验证中仍有一定的可能使抽样结果评出的可靠度低于要求的可靠度，这就是抽样的第一种错误——译校者注。

15.2.3 任务时间与任务量考虑

一个经常碰到的要求是关于所需要的任务时间. 可能需要在相当于任务时间（包括子系和系统的检查时间和现场读数检查时间）的一段时间里，证实一个或更多单元的工作能力. 为了证实能够完成 100 小时任务，如果要求不失效地总共工作 1000 小时，这个时间可以用许多办法来累积. 可以用 100 个单元各试验 10 小时，用 10 个单元各试验 100 小时，用 5 个元件各试验 200 小时，也可以用 1 个单元试验 1000 小时. 从严格的统计意义讲，这些证实全是等价的[1]，累计时间都等于 10 个等效任务时间. 50% 置信度下，这将得到 93.7 的验证可靠度. 不过从实际角度讲，这些验证方法是大不相同的. 100 个单元试验 10 小时并不证明 1 个单元能够工作 100 小时. 耗损可能正好出现在 10 小时和 100 小时之间的这段时间里. （又如 200 辆汽车都能行驶最少 50,000 哩，这并不意味着 50 辆汽车都能行驶 200,000 哩，尽管总哩程都是一千万哩.）此外，1 个单元工作 1000 小时，这并不证实其它单元能满意地工作 100 小时. 有些单元容易偶然出现某些失效模式，其使用寿命受到限制.

用 10 个单元工作 100 小时是比较有意义的试验，我们比较相信（至少在主观上）我们的试验结果. 不过，用 5 个单元各试验 200 小时也许更好，特别是我们怀疑有早期耗损的时候. 如果平均耗损寿命为 150 小时，标准偏差为 25 小时，那么，在分布是正态分布和除耗损以外无其它失效模式这两个前提下，1 个单元工作 100 小时的概率为 0.97725，10 个单元工作 100 小时的概率为 0.7944. 这种情况，将 10 个单元试验

1）这是在指数分布假设下得出的结果，一般适用于电子设备及电子元器件——译者校注.

100小时也许不能揭示出任何失效模式，用5个单元试验200小时却能暴露出耗损失效模式[1]。

一种甚至更好的试验方法是用10个单元试验200小时。这样作能更好地保证没有不同的失效模式存在。一般推荐的子样大小为10，以5为下限。同时建议试验时间至少为任务时间的二倍。这样可得到至少20个等效任务时间而无责任失效。如果出现一个或一个以上的责任失效，建议用10个等效任务时间作为验证试验的下限。将这些等效任务时间分给至少5个个体，每一个体的工作时间至少等于任务时间。

有时，合同只要求验证可靠性，而不规定验证方法。这种情况，买方的可靠性、购买、工程或其它主管部门可解释为是指属性的统计验证，即按成-败数的原则来检验和评价大批单元。如不透彻了解合同含义，很容易使供应者负担一些不现实的要求。如果合同上要求验证的可靠度在1000小时任务内、在90%置信度下为90%，从表C.3c可知，必须累计22,000试验小时以上而无失效。这完全是不可能的事情。实际上，大多数宇宙空间计划中，无论用属性法还是用变数法[2]，都不可能对可靠性作统计验证。使用属性法时，要求试验的单元数多于整个计划包括的单元数。使用变数法时，要求测试的单元也许过多（从费用和日程角度看），会使过多的单元受到破坏，至少使这些单元在实际工作中不好使用。

15.2.4 费用考虑

如果验证系统级的可靠度是不可能或不现实，则可行的

---

1) 这里作者没有强调一个先决条件，即失效的统计规律的初步验证，在有10个左右的数据时，应大体看一下与假设的指数规律有无显著差异。用威布尔坐标纸可以简便地达到这个目的——译校者注。

2) 原文的属性法指计数型检验，变数法指计量型检验——译校者注。

办法是验证单元或子系统的可靠度，用适当的数学模型组合这些结果求得系统可靠度．在单元或子系统级下验证可靠度时，必须确定每种待验单元或子系统的数量．为了在验证中花最少的费用，必须建立一些标准，使整个验证计划有最高的效果．这里介绍有关串联系统的两个标准．这些标准更详细的讨论，包括数学关系的证明，读者可以参阅 1963 年宇宙航行可靠度与可维修性会议汇刊[1]．

在介绍实际标准之前，需先了解三个基本原则．如果系统的状况会改变基本原则，则标准也应作相应的修改．这些基本原则是：(1)要求的可靠度要足够高，使得验证时不容许失效．这个假设完全适用于宇宙航行和其它工业中的许多关键计划．(2)在同一置信度下验证所有可靠度．在一个置信度下验证甲设备，在另一置信度下验证乙设备，这种作法是得不到最佳验证的．(3)根据属性进行验证[2]．

使验证效果最高的标准是

1. 单元或子系统类型的试验单元数应正比于它们各自在系统中的数量的平方根．因此，如果系统中 A 类单元有 B 类单元四倍之多，则验证试验量的比应为 2:1．

2. 试验单元的个数应反比于各自的直接验证费用的平方根．如果 A 类单元的直接费用高达 B 类元件的直接费用的25倍，则 A 类单元只需测量 $1/\sqrt{25}$ 或 1/5．注意，既然 A 类单元的测试费用高达 25 倍，而测试量又为1/5，因此 A 类的总直接费用将高达 5 倍．现在我们把这个标准改述如下：总的试验费用应正比于各单元直接测试费用的平方根．这两个标准

1) B. L. Amstadter, Maximizing Reliability Demonstration for a Given Expenditure *Proc. Aerospace Reliability Maintainability. Conf., Washington, 1963*, pp. 38—42.

2) 属性验证即计数型验证不是一个验证高可靠性的好方法，应尽量用计量型验证——译校者注．

可以组合成一个公式:

$$n \propto \sqrt{\frac{k}{c}} \tag{15.1}$$

式中 n =验证个数

k = 在系统中的数目

c = 每个单元的直接验证费用.

一个串联系统中有两种设备时,上式可写为

$$n_1 : n_2 = \sqrt{\frac{k_1}{c_1}} : \sqrt{\frac{k_2}{c_2}} \tag{15.2}$$

式中脚标指两个不同的设备. 上式可推广到包括任何数目的不同设备,只要它们在逻辑图中是串联(即任何一项设备失效都使系统失效)即可.

$$n_1 : n_2 : n_3 : \cdots : n_i = \sqrt{\frac{k_1}{c_1}} : \sqrt{\frac{k_2}{c_2}} : \sqrt{\frac{k_3}{c_3}} : \cdots : \sqrt{\frac{k_i}{c_i}} \tag{15.3}$$

15.2.5 过应力验证法

许多情况下,按系统实际条件,统计验证单元可靠度是不现实的,这时,完成可靠度统计验证的办法往往是把单元放在比其预定工作条件苛刻得多的条件下进行试验. 增高应力水平后,有几种单元的失效率会迅速增大. 例如,在额定电压以上测试某些电容器时,其失效率可能增加到直流电压比的 6,7 次幂[1]. 这种电容器在其两倍工作电压下测试时,失效率可能高达应用失效率的 64 到 128 倍. 因此,若采用 100 的数值,估计,工作条件下的失效率可能只有测试条件下的失效率的 1%,而工作条件下的平均无故障工作时间却长达测试时的平

1) 有的到不了 6,7 次幂,只有 4,5 次——译校者注.

均无故障工作时的100倍[1]。

由此可以直接看出，在过应力或加速条件测试比较少量的单元是可能验证所需的可靠度的。办法是，用适当的常数（即加速系数）乘上过应力条件下累积的试验数或试验小时。出现的失效数仍然相同。然后用变换后的小时数或试验数和实际失效数，确定所需置信度下的验证可靠度。重要的是要知道加速条件下的试验与普通条件下的试验两者的关系。

例如，假如加速试验已累积了500小时，并且在试验期间发生了两次失效，再假定加速系数是100即加速条件下，1小时等价于正常工作条件下100小时，于是就相当于50,000小时正常工作时间中发生了两次失效，即可用此来确定验证可靠度。假设任务时间为2500小时，那就相当于在20个等效任务中有两次失效。按表C.3来确定可靠度，50%置信度下，此可靠度为0.8748；90%置信度下，可靠度为0.7672。

15.3 能力验证

第二种可靠度验证是指在增大设备承受的环境应力和工作应力（等于和超过预期工作中将要承受的应力）下进行验证。在承受这种应力时，或承受这种应力后，将设备放在普通条件下工作，并估计它的能力。如果应力已远远超过预期的应力水平而设备还未失效，我们便可相信它的能力。

大多数政府合同中，都要求进行一系列所谓"够格试验"。它包括按规定进行诸如振动、加速、冲击、热循环、潮湿、盐雾等环境试验。一般规定用美国电子元件军用标准MIL-E-5272

---

1) 实际电容器加速试验表明，失效规律是威布尔分布。形状参数往往不近于1，因此原文用指数规律于电容器得出这个结论是不合实际的——译校者注。

所述的方法."可靠度手册"[1]第六章详细列出了一些试验、规范和有关数据. 遵循的具体方法由合同规定.

虽然够格试验需要对设备加上认为适合该设备和任务的环境应力,但它们并不包括在更高的应力水平下作试验. 这种更高应力水平的试验,可在合同文件中单独列出,尤其是在作统计验证不现实的时候;也可由订约人提出,作为验证设备能力的一种手段. 过应力试验通常都是分段或分步进行的. 先把设备放在设计应力水平下作试验, 然后再对设备加上第一级过应力. 再在设计应力水平下作工作试验,然后又对设备加上第二级应力作试验. 应力的级一般限于二个级或三个级. 两级试验计划中, 应力级可以是够格试验级的150%和200%[2].

如果设备在承受应力期间不工作,例如,大多数宇宙航行设备在发射期都不工作,则每加一级应力后,必须回到工作应力水平下作工作试验. 不过,当设备的工作时间就是承受应力的时间时,若在过应力条件下工作正常,则可省掉工作级的中间试验. 为了检查工作特性是否有变化,最后一次工作试验总是要作的.

设备除了碰到过应力环境条件外, 也可能遇着高于预期水平的工作参数(即超负荷工作). 这个问题已结合统计验证讨论过了, 在那里我们曾用已知的关系把加速条件下的工作小时数换算成普通条件下的等效小时数. 不过,这个关系往往不知道,无法换算. 这种情况下,用过应力工作参数(电压、电流、功率、流速、压力等)只能对设备的能力取得定性的置信

---

1) W. G. Ireson; "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

2) 这个百分比是不一定的, 有时如振动可以高几倍, 但应在容许范围以内——译校者注.

度，而不能得到定量的可靠度数据.

15.4 验证要求的分析

无论是要求验证的时候，还是规划验证的时候，都应认真分析要求，以确定是用统计试验，还是用过应力试验. 希望作统计验证时，便应分析具体的数值要求，以使我们在考虑固有可靠度、风险、试验费用以及拒收产品的费用时能选择一个最佳的方案. 要求可靠度高、置信度高时，统计验证非常花钱，花时间，可以考虑非统计法[1]，比如加速试验或过应力试验.

补 充 读 物

Amstadter, B. L.: Maximizing Reliability Demonstration for a Given Expenditure, *Proc. Aerospace Reliability Maintainability Conf., Washington*, 1963, American Institute of Aeronautics and Astronautics New York, 1963, pp. 38—42.

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practices," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1960.

Ireson, W. G.: "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

Lloyd, D. K., and M. Lipow: "Reliability: Management, Methods, and Mathematics," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.

Mood, A. M.: "Introduction to the Theory of Statistics," McGraw-Hill Book Company, New York, 1950.

1) 原文的"非统计方法"指的是加速试验等，以别于原文的统计方法. 实际上，加速试验有它的统计方法，往往比原文的统计方法更复杂. 故原文"非统计方法"这个名词是不恰当的——译校者注.

第十六章　系统可靠性考虑

16.1 引　言

系统可靠性某些重要方面，已经在讲逻辑图和数学模型的第七章和第八章以及讲预测方法和分配方法的第十章和第十一章讨论过了.在进一步研究系统可靠性的各个方面之前，建议读者先对这几章的内容简单复习一下。

系统可靠性考虑与单元可靠性考虑的主要差别，与其说是数学的差别，不如说是重点的差别. 系统可靠性考虑本身强调不同方案间的选择，而不是强调已经讨论过的估计可靠性的数学方法. 这并不是说数学不重要. 数学在这方面的重要性至少不亚于它在可靠性工作其它方面的重要性.不过，我们要预先设想数学能够作些什么工作，并且把讨论限于本身与系统关系最密切的那些方面.

从经济上讲，可靠性对总计划的主要贡献也许是它能够在几个后备系统中选择最好的系统. 选择工作一般就是考虑成本、性能、有效度、维修度、重量及可靠度；并要提出效率的标准. 事实上，必须在作计算之前，提出效率标准. 例如，假如考虑一个城市的发电系统，则可能有几种效率尺度. 如果主要目的是用最少的输出级保持连续的电力供给，成本便是次要考虑. 相反，如果成本是主要考虑，则效率尺度便为每花 1 美元能得到多少千瓦小时的平均能量.

16.2 首要考虑

因此我们在讨论各个可能的折衷方案之前，必须先讨论一下有关系统的一些考虑. 其中首先要考虑的是任务分析. 我们先复习一下系统分析，然后考虑一些辅助功能，比如辅助设备. 实际上，我们将采用集总系统法.

16.2.1 任务要求

若要在分析后备方案、评价折衷考虑时提出效率标准，则头一个基本考虑——分析任务要求——是必不可少的. 不具体了解任务要求，便不可能对提高可靠性的冗余法、设计变化和其它方面作出切合实际的决定. 要求有两方面：一是任务所完成的功能工作；二是各个系统和子系统在装配、运输、存储、备用和实际工作中碰到的各种环境条件. 任务不一定都靠可移动的设备来完成，一个固定的设备，比如发电厂或大型雷达站，也能完成一个任务. 雷达设备可能强调精度，而不强调范围；也可能它的设计要求是在牺牲前两个特性的基础上达到寿命长、维修少. 同样，汽车或家庭用具的设计要求可能是耐久性而不是高性能，或者相反. 必须清楚和明确这些要求和特点后，才能建立可靠性的标准，从而才能分析可靠性本身.

可能有几个要求. 第十一章讨论关键性与容许失效概率分配的关系时，曾举过一个例子，其中任务有主要和次要两种功能. 它们的相对重要性对产品改进、冗余法和其它影响可靠性的决策有很大影响. 甚至在同一系统中，相对重要性都可随任务不同而异. 因此必须细心考虑、分析所有各有关要求的每一可能的任务.

每一任务除了有工作要求外，还涉及到一个有关的环境复合体条件，这些环境复合体条件有时又叫做环境包络．环境包络包括任务各方面(比如运输、存储、现场工作等等)的条件．有时，运输的环境比使用的环境更苛刻，比如地面计算机系统．如果认为卫星的放射（发射）包括直到实际开展工作(上轨)在内的所有方面，则放射所承受的负载远远超过开展工作所承受的负载．设备无论是在工作状态还是在非工作状态，都要能够承受所有有关的环境条件．一般说来，同样严厉的环境对不工作的设备的影响没有对工作的设备的影响那么有害．如已充分证实设备能够短时承受恶劣环境（如导弹发射)，我们一般都假定，工作失效率不受影响．自然，若长期承受恶劣环境，则必须考虑附加的工作失效率，或附加的未工作失效率，或者两者都得考虑．

必须考虑整个环境的影响．近年来，在现有的环境单上又增加了无重量、绝对真空、太阳辐射和其它辐射等新环境．新的失效模式出现了，在一种环境中可能是非常好的材料和单元，在另一种环境中却可能是很差的．因此，了解环境及其可能的影响是任务分析的一个必不可少的方面．

16.2.2 系统分析

在研究折衷方案、选择最佳方案之前，最重要的一个基本考虑是分析系统本身．评价单元时，单元的功能一般是非常明确的，确定和提高可靠度的标准也容易建立．相反，系统和主要子系统却得首先研究它们在具体任务中的功能和用途．这些因素直接影响合格性能的标准，因而也影响可靠性．

正如在任务中的情况一样，大多数系统和子系统也有主要和次要两个功能．宇宙飞船上的液体燃料推进系统，既可用于方位控制，也可用于轨道转换．第一个用途，要求特别精

确，要求对窄电源脉冲响应特别快；第二个用途，要求每燃一磅推进剂后或点火后的规定时间里，要达到最低限度的推力要求值. 这两个功能对发动机的要求正好相反：轨道转换需要求大型发动机产生足够的推力，精确的方位控制需要用小发动机产生窄推力脉冲. 同样，汽车的所有使用者都喜欢性能又好又经济. 但是汽车通常不能同样满足这两个要求，因此选择汽车时，特别是选择发动机时，不能不在这两个要求上有所侧重. 所以我们不仅应当确定系统的用途和功能，而且也应确定它们相对的重要性.

因此，量度可靠度的标准依赖于系统用途和相对重要性. 而且还要考虑与要求不一致的本质及其对系统性能的影响. 如果要求宇宙飞船环境控制系统保持舱内空气温度在 65 °F 和 80°F 之间，那么，我们能不能认为温度升到 82°F 与升到 100°F一样严重呢？能不能认为温度升到 80°F 与温度控制子系统完全失效一样严重呢？必须确定评价局部失效或不一致性的方法，才能计算实际可靠度值. 适当确定系统的功能要求后，才能考虑这种性能上的缺陷.

系统分析的直接目标应当是了解系统对各种内部和外部干扰的反映、系统中的单元与子系统的相互作用、每一单元和组中受到的平均应力和最大应力等各个方面. 重要的是了解系统和任务中每个单元的功能和职能. 分析所有单元的失效模式与影响，这对阐述和了解系统每个单元的功能是一个有力的工具，这种失效模式与影响分析将揭示出各种失效模式，可能的原因及其对单元和系统的影响. 这个工作最好是由可靠性人员、设计人员和系统工程人员共同来作，因为他们不仅能揭示出系统的异常和反常现象，而且还能发现功能是如何完成的，哪些冗余法是现实的，哪些是不现实的. 大型计划中，比如宇宙考查，有时，在组织上和工作性质上，这三个部门

彼此相差很远，以致于必须协同努力方能保证系统在可能的条件下尽善尽美.

16.2.3 辅助功能

第三个基本考虑是辅助功能. 一个总系统不仅包括实际执行任务的工作系统，而且还包括诸如安装、检验、维修、修理和验证任务完成等辅助设备. 对设备作某种改变时，必须考虑改变对主要系统的工作和辅助系统的工作这两者的影响. 例如，假如我们不象平常那样，而是把汽车装油系统的所有接缝都焊起来，这自然可以使汽车跑好几千哩而不漏油——但是，我们又如何换油呢？如何进行某些类型的修理呢？

分析冗余系统时，必须考虑是否容易转换、取下和替换等. 系统处于放射性环境时，冗余系统的设计将不同于允许人接近的冗余系统. 地面通讯系统不同于潜水艇或卫星上的通讯系统. 改变地面通讯系统的体积或重量所产生的后果远不如改变潜水艇或卫星通讯系统体积或重量所产生的后果那么严重. 所有这些因素都与我们下面将要讨论的问题有关.

16.3 系统改进

分析了任务要求、系统功能和辅助因素之后，就可以着手系统改进的主要工作了. 从广义的观点讲，这项工作就是使系统效率最高的工作. 之所以需要作前面一些考虑正是因为这个理由. 有了这些考虑后，便可提出定量尺度来权衡效率，便可将备择系统与已知目标作比较. 如果没有这种尺度而试图衡量不同后备系统的优点，则可能每个部门都按他自己的工作使用不同的尺度. 每个部门都有自己的效率尺度：设计工程部门强调性能、可靠性工程部门强调工作寿命、工程心理学

部门强调操作容易，等等．规划总管部门可能仍是指示各个部门只按他自己负责的主要方面考虑取舍，但是对最后的总评价和解决方法要提供指导．即使每个部门都只考虑他自己的工作，但当知道任务指标后，他们的决定对总计划仍可较好地最优化．例如，可靠性工程部门知道可靠度、有效度、可维修度和平均无故障工作时间的相对重要性，因此他们的分析和建议往往是完全客观的．

16.3.1 冗余法

冗余法是提高系统可靠性的主要方法．某些情况下，它是使系统在预定时期内满足要求的唯一方法．冗余法本身是一个非常复杂的课题，本书只讨论了几个比较重要的方面．其中有：工作和后备结构的定量分析，满足要求所需的冗余数，失效原因、失效模式和影响，维修和性能等方面．

我们首先讨论影响选择工作或后备冗余法的数学依据，然后研究影响选择的其它因素．如果选择不受其它因素影响，如果转换装置是理想的，显然后备冗余法是最好的．图 16.1 和图 16.2 说明了这种条件下一个单元的可靠度与两个单元工作和后备冗余系统的可靠度之间的关系．假定每路的工作失效率为常数．

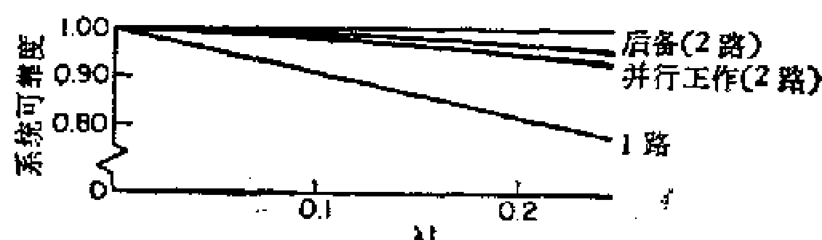


图 16.1 λt 小时，三种系统的可靠度与时间的关系．

第八章曾介绍过图 16.1 和图 16.2 中各条曲线的公式，这里重写一遍，但形式略有改变．

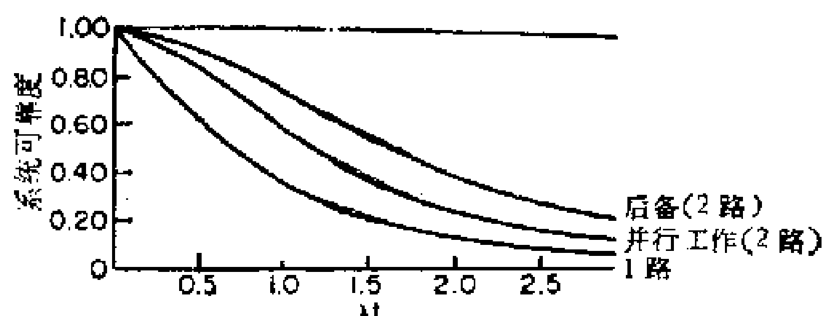


图 16.2　λt 大时，三种系统的可靠度与时间的关系．

一路：

$$R = e^{-\lambda t} \tag{8.2a}$$

工作冗余：

$$R = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2 \tag{8.17a}$$

后备冗余：

$$R = e^{-\lambda t}(1 + \lambda t) \tag{8.34}$$

不过，我们应意识到，失效检查和转换装置并不是理想的．失效检查装置(传感器、变换器、电源调节器等)和转换设备(阀门、继电器等)往往没有单元可靠．因此，式(8.34)应改写为

$$R = e^{-\lambda t}(1 + R_{ds}\lambda t) \tag{8.48}$$

从系统工作讲，两种冗余法之任何一种都可采用，但从数值考虑来看，往往是用工作冗余法为好．通过简单计算不难看出，当检查和转换的不可靠度 $Q_{ds}(=1-R_{ds})$ 大于单元的不可靠度 Q 的一半时[1)]，则工作冗余法比后备冗余法更为可靠．例如，如果 $R=0.90$ 而 $Q=0.1$；$R_{ds}=0.95$ 而 $Q_{ds}=0.05$，则工作冗余系统的可靠度为 0.9900，后备冗余系统的可靠度也为 0.9900．若 Q_{ds} 超过 0.05，则后备冗余系统的可靠度低于

1) 在很多情况下，检查与转换设备的可靠度可以很高，因此上述的讨论就不成立．此时冷储备即后备冗余法是可行的，且应被采用，因冷储备节省设备——译校者注．

99%.

虽然后备失效率本身并不影响后备冗余系统胜过工作冗余系统这一优点(除非后备失效率接近工作失效率),但后备失效率还是进一步降低 θ_{ds} 的无盈亏点. 即是说,如果后备可靠度低于理想值,在与工作冗余系统一样可靠的情况下,θ_{ds} 必须小于后备系统的 Q 的 50%. 因此,证实了用工作冗余法为好.

从可靠度的数值关系不难确定冗余分枝的最少数目. 任何一个系统都是由许多串联工作方块构成的(尽管每个串联方块就其内部串-并联逻辑关系讲可能是非常复杂的,并包含有相当多的冗余分枝). 每个串联方块必须比整个系统要求更可靠. 如果方块中的单元不是各自都满足这个要求,则必须采用冗余法. 例如,如果系统要求为 0.80,则每个方块的要求便必须高于 0.80. 如果单元的可靠度只有 0.50,则至少需用三个并行工作单元 $[1-(1-e^{-\lambda t})^3=0.875]$,或两个后备冗余单元 $[e^{-\lambda t}(1+\lambda t)=0.85]$. 这只是最后要求,而且还假定其它串联方块可靠度高.若其它方块可靠度也较低,则这个方块的可靠度应接近于1,因此需要用 4 个甚至 5 个冗余单元. 折衷分析的作用就在于确定哪种冗余法能最好地满足系统的所有要求,比如费用、性能和可维修性等.

选择冗余法时——实际上是确定哪种冗余法正好显著有效时,必须先考虑各种失效模式的原因与影响. 例如,如果阀门失效的主要原因是外部感应振动,则用冗余单元并不能收到它预期的效果,甚至可能是有害的. 第一个阀门失效的原因也是第二个阀门失效的原因,两个阀门不是独立的. 同样,如果由于一个二极管已达到容限而需装两个二极管来产生足够的电流负载能力,则一个二极管失效将不得不降低另一二极管的可靠度. 逻辑图应考虑这种情况. 前例中示出一个阀

门（加上适当注释）；后例中，由于系统实际上需用两个二极管，因此这两个二极管需串联表示，而不能并联表示.

如果冗余系统的环境条件与工作条件很不同于非冗余系统的环境条件与工作条件，便有其它情况. 这并不一定与本书前面所作的如下叙述相抵触：冗余系统中，未失效的单元的失效率，甚至其它元件失效后，仍可视为常数. 一般情况是这样.不过，也有失效率确有变化的情况，这种情况下，冗余系统的选择将会受到影响. 如果每个单元都产生大量的热而又不能及时散发，则许多单元同时工作将会影响工作温度，而且这种影响多半是很关键的，这时最好采用后备冗余法. 从电源要求讲，也以使用后备冗余法为好. 系统的电源是有限的，甚至不足以使冗余单元同时工作.

性能要求往往是选择冗余法的最重要的考虑. 如果许多单元一起完成同一工作要显著影响系统工作特性，则不能采用并行工作冗余法. 例如，如果由于两个泵一起工作而升高压力或增大流速造成系统不容许的条件，那么，要用冗余泵就必须用后备冗余泵. 相反，如果系统容许流速变化，但不容许哪怕是短暂时间内流量损失或过于减小，则不能用后备泵，而必须用并行工作泵.

可维修度的考虑也影响冗余法的选择与冗余结构. 一个非并行工作结构的后备冗余系统能否在不停工的情况下修理或替换失效的单元，这要看具体系统而定. 某些系统中，当系统工作时，有些工作结构可以修理，而另一些却不可以修理. 可修或不可修将影响使用冗余法的系统的具体结构设计. 在不可修系统中，图 16.3 所示的结构可以说是比较满意的，这种结构中，一个单元失效尽管会降低该单元功能的可靠度，却不影响其它冗余单元功能的可靠度. 如果单元 a 失效，则功能 A 照样有单元 a' 来完成，而功能 B 和 C 并不受影响.

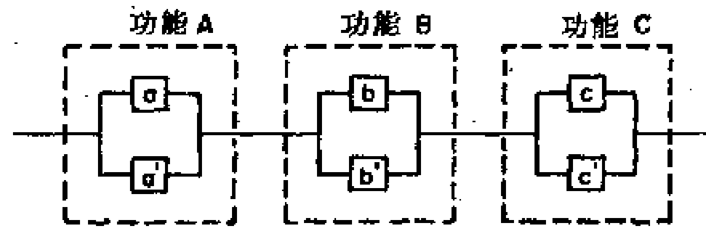


图 16.3 串联的三个并联冗余功能.

如果要作维修和修理，并且要求功能中止，则此结构中的任何失效将至少要造成系统临时停工. 但是，象图 16.4 所示，若把三个单元串联成一路，再把两路并联，则完全可以在不停工系统的情况下换掉整个一路或一枝. 这种情况，维修既可提高可靠度又可提高有效度.

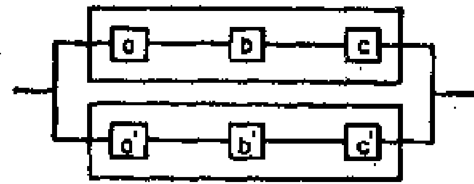


图 16.4 并联的三个串联功能.

除了系统本身外，制造和装配情况也影响冗余法的选择. 如果一个供应者提供的单元完成功能 A，另一供应者提供的单元完成功能 B 和 C，则每个供应者都可按内部冗余结构(如图 16.3 所示)设计他自己的单元或"暗箱". 但是，假如由一个供应者供给所有三种元件，则图 16.4 所示的结构是又好又可行.

冗余法一个更进一层的方面是关于失效模式. 一种冗余结构更能有效地防止一种失效模式，而单元数量、型号和相对位置相同的另一种冗余结构，却更能有效地防止与上述失效模式相对应的另一种失效模式. 能说明这一点的两种简单的单元是二极管和阀门. 二极管的两种失效模式是开路与短路；检验阀门的两种失效模式是打不开与关不住. 图 7.15和图 7.16 以及该章关于逻辑图的讨论中，已经说明了两种可能的冗余结构，并解释了这些结构的相对优缺点.

另一情况是关于保险措施. 用保险丝虽可防止一种失效

模式，但却又增加了另一失效模式的概率. 要不要用保险丝，要看各种失效模式的相对概率，要看对系统的影响. 某些情况，即使需要保险丝，也还得要看体积和重量是否容许. 许多冗余单元也有这种情况. 使用两个串联（或并联）单元，对一种失效模式讲可以提高可靠度，对另一失效模式讲却降低可靠度. 系统考虑的任务往往就是确定哪种冗余法又可行又合需要，然后制定最好的结构.

16.3.2 单元改进

提高可靠度的第二个方法是改善单元. 采用冗余法和改善单元这两方面都应探索，一般都应在每一方面投入一些精力和资金. 冗余法似乎是最经济的解决办法，但有时却带有假象. 例如，在其它条件相同的情况下，假定单元的可靠度为0.95，则两个单元并联起来的可靠度为 0.9975. 若从改进产品着手，把失效率减少 95%，这样作所花的钱一般远远超过增加一个并联单元的费用. 但是，如果单元用在导弹或宇宙飞船上，用冗余法后便会增加重量、体积和功耗，等等，从这方面讲，冗余法反而是一个缺点.

仅就一个单元讲，如其它因素相同，改进产品的费用是超过冗余系统的费用的. 但是，当系统中使用的同一种单元有几百个或几千个时，改进产品的费用与使用冗余系统的费用相比，还是前者少. 因此，象电容、电阻和半导体这些元体，在产品改进计划中将得到很大的收益.

有些元件，比如阀门，从冗余法着手实际上是不经济的. 这些元件是元件改进计划中应当积极着手的. 有些政府主办的计划，比如民兵导弹计划，已拨了专款改进这些元件. 有关承包者已经订出了专门计划，唯一的目的就是分析、改进和提高他们生产的元件的可靠性. 这些计划措施是总计划达到高

可靠性的关键.

要求改进产品的第三个因素是考虑到失效的性质. 我们曾经讲过,如果失效是由于加的应力超过设备承受力(例如超过额定容许量的冲击或振动)而引起,则加冗余单元不一定显著提高可靠性. 由于单元间有偶然差异,因此有些单元偶然比设计相同的另一些单元有更强的能力,其可靠性无疑会稍有改善. 但是,使一个单元失效的过应力将会加给所有单元,从而使后面的单元也失效. 如果应力中有一个是高温,使用一个以上的单元时,由于升高温度,甚而产生更高的热应力,实际上可能降低单元的可靠度. 为了找出失效的根本原因,为了在可能的情况下采取适当的措施,消除这些原因,我们需要作细心的分析工作. 当失效真正是随机失效时,冗余法可大大提高可靠度;当失效是由于过应力引起时,冗余法则多半是无济于事的.

一个良好的产品改进计划包括许多方面. 其中首要的方面是前面讲过的失效模式、原因和影响分析. 先要找出失效的根本原因,以后才能有效地进行改进. 工艺研究院的伊利诺斯研究所和罗马航空发展中心已联合执行了一项关于基本失效物理的非常基础的研究计划. 他们除了定期报告其研究成果外,每年还在伊利诺斯研究所举行学术讨论会,讨论会对有兴趣的承包者和公众是公开的.

找到失效的基本原因和机理后,便应非常详细地研究制造工艺,以精确找出导致失效的因素和改进工艺的办法. 制造工艺的每一步都得认真研究. 虽然"从一个产品中不能查出质量"这句俗话确实是真的,但这并不是说检查没有意义. 而不幸的是,检查过程本身有时会产生缺陷,引起后患,因而我们还是要对质量控制和检查工作进行细尽研究. 工艺规范、试验方案与方法以及检查仪器都应作透彻研究,以分析它们

的完善性与确切性.

产品改进计划不可缺少的一部分是估计承受环境的能力. 为了保证元、部件在以后的环境中能正常地工作,必须对这些元、部件加上等于或超过预期工作的应力进行试验. 自然，那些原来在这方面有所不足的单元，环境试验是必要的，这种情况，产品改进计划的具体任务就是克服这些缺点. 那些在其它方面有缺点的单元,同样也应作环境试验,以保证在纠正那些缺点时不致降低承受环境的能力.

另一重要考虑是改进元件每花一美元费用系统可靠度提高的数量. 由于有这个问题，因而使人们对折衷感兴趣. 下面一个大大被简化了的例子将说明这种折衷分析.

假定一个系统只包括两个串联子系统，例如，一个雷达和制导子系统及一个导弹子系统，并假定系统要求可靠度为 0.95. 再假定,制造每个雷达子系统的费用 C_1 为一百万美元，可靠度 R_1 为 0.95，而且可靠度每提高 0.01 所花的费用为表 16.1 所示. 即为了将可靠度从 0.95 提高到 0.99，每个子系统需增加一百一十万美元. 又假定,导弹子系统最初费用 C_2 为二百万美元，最初的可靠度 R_2 为 0.90，并且每个子系统可靠度提高预计的费用如表 16.2 所示. 既然已假定为串联系统，因此其可靠度 $R_s = R_1 \times R_2$. 因为 R_s 必须为 0.95，要达到这一可靠度,可以是 $R_1 = 0.96$, $R_2 = 0.99$; $R_1 = 0.97$, $R_2 = 0.98$; 或者 $R_1 = 0.99$, $R_2 = 0.96$. 表 16.3 列出了各个可靠度的费用. 从表 16.3 可以看出，情况 C 似乎是花钱最少的. 如果对提高可靠度的费用估计精确，则资金应按所指的方法分配.

不过,还有其它办法. 如果系统工作要求(重量、体积、性能等)容许采取并行工作冗余系统,或者可以使用后备冗余系统而不会在转换装置上花大量费用，则可考虑既改进产品又

表 16.1　提高雷达系统可靠度的费用

增加的可靠度	最后的可靠度	增加的费用	总　费　用
0.01	0.96	$100,000	$1,100,000
0.01	0.97	200,000	1,300,000
0.01	0.98	300,000	1,600,000
0.01	0.99	500,000	2,100,000

表 16.2　提高导弹系统可靠度的费用

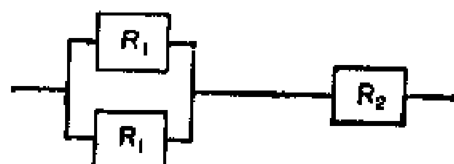
增加的可靠度	最后的可靠度	增加的费用	总　费　用
0.02	0.92	$200,000	$2,200,000
0.02	0.94	300,000	2,500,000
0.02	0.96	600,000	3,100,000
0.02	0.98	900,000	4,000,000
0.01	0.99	1,200,000	5,200,000

表 16.3　达到可靠度为 0.95 的费用

情况	R_1　R_2	R_S	C_1	C_2	C_S
A	0.96×0.99	0.9504	$1,100,000	$5,200,000	$6,300,000
B	0.97×0.98	0.9506	1,300,000	4,000,000	5,300,000
C	0.99×0.96	0.9504	2,100,000	3,100,000	5,200,000

采用冗余系统的办法.

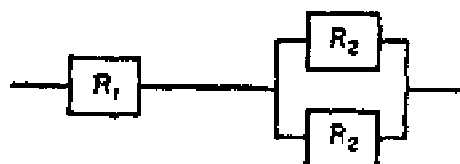
1. 两个雷达并联再与导弹子系统串联:



总的系统可靠度应为$[1-(1-R_1)^2]\times R_2$. $R_1=0.95$, $R_2=0.96$ 时, $R_s=0.9576$. 系统相应的费用为2($1,000,000+

$3,100,000 = $5,100,000.

2. 一个雷达与两个并联的导弹子系统串联:



$R_1 = 0.96$, $R_2 = 0.90$ 时, $R_s = 0.9504$. 系统费用为 $1,100,000 + 2($2,000,000), 也等于 $5,100,000[1].

3. 如有可能，也可在上述两种系统的任何一个上加后备冗余系统;若转换装置高度可靠,系统的总可靠度将有所提高.

还可考虑冗余法与产品改进相结合的其它可能的优点. 下一节要讨论的有效度将进一步讨论这种可能性. 最后的选择将取决于任务与系统考虑. 因此再次表明,需要适当研究基本考虑.

16.4 效率的其它标准

由于我们在协调分析中的基本标准就是系统效率的标准,因此我们必须考虑效率的其它量度. 有效度便是其中之一. 有效度的定义是,系统的有用时间(可能工作时间)与系统需要的或可能需要的总时间之比，如式(16.1)所示. 其中的总时间为有用时间与不能工作的维修或修理时间之和.

$$有效度 = \frac{可能工作时间}{可能工作时间 + 不可能工作时间} \qquad (16.1)$$

式中，不可能工作时间为维修或修理次数与每次维修或修理

1) 原文作者有一个明显的疏忽,雷达是多次使用的而导弹是一次使用的,因此从一次执行任务说，不能把雷达的全部成本算进去. 在本例中应该多化代价改进雷达系统——译校者注.

的平均时间之乘积．这种平均时间一般叫做平均修理时间(MTTR)，它包括预定的和非预定[1]的两种不可能工作时间．有效度也可表为平均无故障工作时间(MTBT)除以平均无故障工作时间加平均修理时间之和的商：

$$有效度 = \frac{\text{MTBT}}{\text{MTBF} + \text{MTTR}} \qquad (16.2)$$

我们可以对 MTBF 和 MTTR 作协调考虑；前为可靠度的量度，后者为维修度的量度．MTBF(即可靠度)增加时，MTTR 也可能增加；若 MTBF 减小(即可靠度下降)，为了保持有效度相同；完成维修的平均时间也必须减少．从式(16.2)可以看出这一点．表 16.4 列出了几对 MTBF/MTTR，每对数值下，有效度都为 99%．时间单位可以是任何适当的周期，比如时、日等．

表 16.4 使有效度为 99%的几对 MTBF/MTTR

MTBF	MTTR	有效度
2,500	25.25	0.99
2,000	20.20	0.99
1,500	15.15	0.99
1,000	10.10	0.99
500	5.05	0.99
100	1.01	0.99

有时，并不一定要系统尽可能可靠，只是要它有尽可能多的时间能够工作．这个说法乍看好象有矛盾，但是想一想就可以明白，如果系统容易维修、修理或替换，可以弥补可靠度．如果我们把系统可靠度的定义解释为没有停工维修或修理的给定平均时间内，系统有正常功能的概率，那么，我们也可把

1) 预定的指按维修计划定期维修检测更新，非预定的指产生随机故障后的维修检测更新——译校者注．

需要系统工作时，系统可以工作的总时间的百分比视为可靠性的另一种量度．一辆汽车定期检修可以保证需要使用时它有良好的工作条件． 如果汽车行驶时间延长而不检修，则其性能可能不理想，甚而可能不正常．由于检修，自然减少平均工作时间，但是正常性能的有效度却提高．

把系统设计得易于检修或修理常常是可能的，我们已看到过可靠度和有效度都提高的一个例子(图 16.4)．别的情况，是一个提高，一个降低．我们折衷考虑，"牺牲"可靠度，换得易于维修或修理． 可以把冗余结构设计成用插件来替换，而不是用元、部件来替换．这种设计可能使停工比较频繁，但停工时间持续比较短，因而有效度比较高． 如果在维修或修理时图 16.3 和图 16.4 所示的两种结构都需停工，则图 16.4 的结构没有图 16.3 的结构可靠，但是，如果图 16.4 的整个分枝可取下替换，则有效度比较高．

当转换时需要系统停工、而并行工作冗余结构不需系统停工时，无论要不要修理或替换，并行工作系统的有效度一般都比后备冗余系统高． 没有进行维修时，后备冗余系统是更可靠的；维修或修理不太频繁时，它还是比较可靠的．但是，当频繁进行维修或修理时，并行工作冗余系统的可靠度将等于或高于前者，而且有效度也比较高． 每种情况都得作具体分析．

工作时间延长的系统可靠度可能非常低，甚至接近于零，但有效度仍然很高．假定一个子系统的失效率为每小时 0.01，而任务时间为 10,000 小时．再假定，两个子系统为后备结构，任何一个都可在系统不停工的情况下进行维修或修理，转换装置可靠度是百分之百，平均维修或修理时间为 5 小时． 用两个子系统中的一个子系统工作，直到失效，一失效，第二个子系统马上就自动接上去工作，开始修理失效的子系统． 失

效率为每小时间0.01，因此平均无故障工作时间为100小时，10,000小时内平均失效100次。平均修理时间为5小时，因此系统的工作时间为100次乘5小时，即总计正好500小时。在这个时间周期内一个子系统的可靠度为$e^{-0.01\times500}=e^{-5.00}=0.0067$。因此，系统在10,000小时内的可靠度低于1%。

不过，有效度非常高。我们知道，系统必须不工作的时间少于500小时，因此有效度至少为95%。实际有效度非常接近于1，这可以根据无备件时第二个子系统中预计的失效数算出来。500小时内，平均约发生5次失效。因此10,000小时内，系统中没有可工作的子系统只有5次。修理第一个子系统用了5小时，因此系统不工作的时间最多只有25小时。而且由于是平均，因此第二个子系统失效差不多将出现在5小时修理周期的中途，系统不工作只约$12\frac{1}{2}$小时。（第二个子系统修好前的几小时内，第一个系统再失效的概率非常小，小得其影响可忽略不计。）因此总有效度为99.87%。

前面结合维修度对冗余法和可靠度的影响讨论了维修度。现在我们简单讲一下维修的种类和同系统效率有关的其它因素。维修一般分为两种：一种是预防性维修，另一种是纠正性维修，即修复。前者是按规定的周期或者是按系统工作期限和退化状况而采取的一种措施，后者是把失效的单元或系统恢复到工作状态。

预防性维修包括诸如润滑、替换使用时间较长的零件（如圆环）、替换滤波器等措施。采取这些措施必须在失效之前，一般都是在性能有显著变化之前。预防性维修往往是提高系统有效度和寿命的一个非常必要的措施。某些情况下，预防性维修是一项主要开支，而且要对维修工作作非常认真的检

查，以保证用最短的检修时间获得最大限度的安全，一个明显的例子如民用飞机. 这时，维修便是提高系统效率的一个非常现实的措施.

纠正性维修一般叫修复，它也是提高效率的一个重要措施. 究竟是单元失效后就修好冗余的单元，还是等到系统失效后才修理，这取决于所花费用（系统停工费用、完全失效的费用、修理人员的费用等）. 即使需要作很多假设，也必须对这些费用作定量估计. 各种费用有了定量估计后，便可使维修方针中的技术考虑不立足于假设，而是根据技术资料作客观判断. 从而才能从基本原则出发而不是从技术精确度出发正确地指出假设中的问题.

基于维修度、有效率和可靠度比较重要，因此我们应制定维修方针，最合理地安置维修或修理人员的数量、备用单元的类型和数量以及预防性维修工作的次数和时间.（失效时间是不能预计的，除非有又大又稳定的后备系统，何时修好也是不能事先预料的.）维修方针的正确性取决于我们对工作时间、停工时间和维修费用估计得如何精确，取决于我们对失效率和维修率的估计的精度. 幸好，这个方针并不太灵敏(即某些因素的误差不会导致太大的误差)，因为一般说来，最好的维修方针对较宽的费用范围和较宽的失效率及维修率范围都是最好或近似最好的，因此，即使估计有误差，也不显著影响维修方针.

性能多半是量度系统效率最常用的尺度. 的确，许多情况下，决定取舍时，性能是一个决定性的因素. 大多数计划的研究阶段，设计人员都把他们的精力集中在设计一个能满足工作要求的系统. 有些设计方案，尽管其它方面可能还有优点，但只要性能不满足要求，便被抛弃，而且这样作是正确的. 不过，有时又作得太过份，甚至抛弃了符合要求的方案；性能

指标提得越来越高，根本不考虑高指标对系统可靠度、维修度和其它方面的影响．只有费用才是唯一的制约因素．

性能要求满足后，便可在此基础上考虑寿命、有效度和其它因素，以便取得最佳的组合．加冗余系统可以提高可靠度，但对系统性能又有不利的影响．有了这种相对值后，便可对折衷方案作客观比较，并可作出合理的判断．设计方案的选择尤其影响维修度．选择性能更好的设计方案时，可能选成如果的确出现失效时需要很多修复时间．如果失效极少，维修倒还不是重要问题，但若需要频繁的维修或修理，则由于维修次数过多花费太大而大大压低了性能好的优点．

最后，重量也要经常考虑到．重量不仅是宇航工业关心的主要问题，而且也影响消费品的出路．的确，象电熨斗、电剃刀等产品的销路是直接与重量有关的，因此这些产品的制造者是深知其产品重量的重要性的．可以用上述系统效率的任何一个或一个以上的尺度来对重量作权衡考虑．可靠度往往直接与重量有关，因此用增加重量的办法来取得良好性能将对可靠度有不利的影响．空间计划中，每磅有效负载都对多级火箭的第一级增加很大的压力，因此重量更应加倍考虑；可靠性工程师常常向在重量上让步的方案发出警告：不决心减轻重量，便会大大降低可靠度．

16.5 结 束 语

本章介绍了影响系统可靠性的一些重要因素，讨论了提高可靠性的两个主要方法——冗余法和产品改进，并定性分析了各种选择．读者应特别注意并行工作冗余法与后备冗余法的比较．并且指出，许多比较都是以改进费用、维修费用、停工费用和其它费用作根据的．应当看到，在取得作为某些

折衷考虑基础的定量数据时，会碰到相当大的困难，但这些数据又是作客观判断不可缺少的．本章提出了可靠性领域中一些有待进一步研究的课题，鼓励读者在可靠性领域继续努力，这是作者的希望．

补 充 读 物

ARINC Research Corporation: "Reliability Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

Barlow, R. E., and F. Proschan: "Statistical Theory of Reliability," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965.

Bazovsky, I.: "Reliability Theory and Practice," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1961.

Bureau of Naval Weapons, Chief of: "Handbook: Reliability Engineering," U. S. Government Printing Office, 1964.

Calabro, S. R.: "Reliability Principles and Practices," McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

Ireson, W. G.: "Reliability Handbook," McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

Chorafas, D. N.: "Statistical Processes and Reliability Engineering," D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1960.

Shooman, M. L.: "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach," McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

附录A 数学推导

A.1 式(5.3)和(5.4)的推导

为了使 $\Sigma(Y_{0i}-bX_i-a)^2$ 最小，对 a 和 b 求偏导数并令其等于零。

$$\frac{\partial\Sigma(Y_{0i}-bX_i-a)^2}{\partial a}=\Sigma 2(Y_{0i}-bX_i-a)(-1)=0$$

$$\Sigma(Y_{0i}-bX_i-a)=0$$

$$\Sigma Y_{0i}-\Sigma bX_i-\Sigma a=0$$

由于 $\Sigma Y_{0i}=n\overline{Y}$, $\Sigma X_i=n\overline{X}$, 因此上式可写为:

$$n\overline{Y}-bn\overline{X}-na=0$$

$$\overline{Y}-b\overline{X}-a=0$$

$$a=\overline{Y}-b\overline{X} \qquad (5.3)$$

$$\frac{\partial\Sigma(Y_{0i}-bX_i-a)^2}{\partial b}=\Sigma 2(Y_{0i}-bX_i-a)(-X_i)=0$$

$$\Sigma[X_i(Y_{0i}-bX_i-a)]=0$$

$$\Sigma(X_iY_{0i})-\Sigma bX_i^2-\Sigma aX_i=0$$

由式(5.3) $a=\overline{Y}-b\overline{X}$, 同时 $\Sigma X_i=n\overline{X}$, 因此

$$\Sigma(X_iY_{0i})-b\Sigma(X_i^2)-(\overline{Y}-b\overline{X})n\overline{X}=0$$

$$\Sigma(X_iY_{0i})-b\Sigma(X_i^2)-n\overline{X}\overline{Y}+bn\overline{X}^2=0$$

$$\Sigma(X_iY_{0i})-n\overline{X}\overline{Y}=b[\Sigma(X_i^2)-n\overline{X}^2]$$

$$b[\Sigma(X_i^2)-n\overline{X}^2-n\overline{X}^2+n\overline{X}^2]$$

$$=\Sigma(X_iY_{0i})-n\overline{X}\overline{Y}-n\overline{X}\overline{Y}+n\overline{X}\overline{Y}$$

$$b[\Sigma(X_i^2)-2\overline{X}\Sigma X_i+\Sigma\overline{X}^2]$$

$$= \Sigma(X_i Y_{0i}) - \bar{X}\Sigma Y_{0i} - \bar{Y}\Sigma X_i + \Sigma\bar{X}\bar{Y}$$

$$b\Sigma(X_i^2 - 2\bar{X}X_i + \bar{X}^2)$$

$$= \Sigma(X_i Y_{0i} - \bar{X}Y_{0i} - \bar{Y}X_i + \bar{X}\bar{Y})$$

$$b\Sigma[(X_i - \bar{X})^2] = \Sigma[(X_i - \bar{X})(Y_{0i} - \bar{Y})]$$

$$b = \frac{\Sigma[(X_i - \bar{X})(Y_{0i} - \bar{Y})]}{\Sigma[(X_i - \bar{X})^2]} \tag{5.4}$$

A.2 式(5.6)，(5.7a)和(5.7b)的等价性的证明

$$r = \sqrt{1 - \frac{\Sigma(Y - Y_k)^2}{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}} \overset{(1)^*}{=} \sqrt{1 - \frac{\Sigma(Y - bX - \bar{Y} + b\bar{X})^2}{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}}$$

$$\overset{(2)}{=} \sqrt{\frac{\Sigma(Y - \bar{Y})^2 - \Sigma[(Y - \bar{Y}) - b(X - \bar{X})]^2}{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}}$$

$$\overset{(3)}{=} \sqrt{\frac{\Sigma(y^2) - \Sigma(y - bx)^2}{\Sigma(y^2)}}$$

$$\overset{(4)}{=} \sqrt{\frac{\Sigma(y^2) - \Sigma(y^2 - 2bxy + b^2x^2)}{\Sigma(y^2)}}$$

$$\overset{(5)}{=} \sqrt{\frac{2b\Sigma(xy) - b^2\Sigma(x^2)}{\Sigma(y^2)}}$$

$$\overset{(6)}{=} \sqrt{\frac{2(\Sigma xy/\Sigma x^2)\Sigma xy - (\Sigma xy/\Sigma x^2)^2\Sigma x^2}{\Sigma y^2}}$$

$$\overset{(7)}{=} \sqrt{\frac{2(\Sigma xy)^2/\Sigma x^2 - (\Sigma xy)^2/\Sigma x^2}{\Sigma y^2}} \overset{(8)}{=} \sqrt{\frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2 \Sigma y^2}}$$

$$\overset{(9)}{=} \sqrt{\frac{(\Sigma xy)^2/n^2}{(\Sigma x^2/n)(\Sigma y^2/n)}} \overset{(10)}{=} \frac{\Sigma xy/n}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$\overset{(11)}{=} \frac{\Sigma[(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})]/n}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$\stackrel{(12)}{=} \frac{\Sigma(XY - \bar{X}Y - X\bar{Y} + \bar{X}\bar{Y})/n}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$\stackrel{(13)}{=} \frac{\Sigma XY/n - \Sigma\bar{X}Y/n - \Sigma X\bar{Y}/n + \Sigma\bar{X}\bar{Y}/n}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$\stackrel{(14)}{=} \frac{\Sigma XY/n - n\bar{X}\bar{Y}/n - n\bar{X}\bar{Y}/n + n\bar{X}\bar{Y}/n}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$\stackrel{(15)}{=} \frac{\Sigma XY/n - 2\bar{X}\bar{Y} + \bar{X}\bar{Y}}{\sigma_X \sigma_Y} \stackrel{(16)}{=} \frac{\Sigma XY/n - \bar{X}\bar{Y}}{\sigma_X \sigma_Y}$$

*圆括弧中的数字指下面的数学运算:

1. 以 $Y_R = bX + \bar{Y} - b\bar{X}$ 代入
2. 通分并合并各项
3. 以 $Y - \bar{Y} = y$, $X - \bar{X} = x$ 代入
4. 展开
5. 分别取和并合并各项
6. 代入式(5.4)的 b 值
7. 简化
8. 进一步简化
9. 用 n^2 除
10. 简化并使用定义
11. 以 $x = X - \bar{X}$, $y = Y - \bar{Y}$ 代入
12. 展开
13. 进一步展开
14. $\Sigma X = n\bar{X}$, $\Sigma Y = n\bar{Y}$, $\Sigma\bar{X}\bar{Y} = n\bar{X}\bar{Y}$
15. 简化与合并
16. 最后简化

A.3 式(8.12)推导与罗比达法则的进一步应用

式(8.6)中, $(1/N_T)(dN_F/dt) = -dR/dt$, dN_F/dt 为元件总数 N_T 保持不变时发生的失效频率. 用 N_T/N_S 乘式(8.6)

的两边，便得

$$\frac{1}{N_S}\frac{dN_F}{dt}=-\frac{N_T}{N_S}\frac{dR}{dt}$$

dN_F/dt 除以仍然工作的元件数（即乘以 $1/N_S$），便得一个元件的瞬时失效率，按定义，它就是 λ. 同时，由于 $R=N_S/N_T$，因此 $N_T/N_S=1/R$. 利用这些关系代换后得到下式：

$$\lambda=\frac{1}{R}\frac{dR}{dt}$$

或

$$\lambda dt=\frac{-dR}{R}$$

积分两边，便得(因 $t=0$ 时 $R=1$)

$$\int_0^t\lambda dt=-\int_1^R\frac{dR}{R}=-\Big[\ln R\Big]_1^R=-\ln R$$

对 R 求解得到

$$R=\exp\left(-\int_0^t\lambda dt\right)$$

此式是一个一般关系式，它并不限于常失效率的情况才成立. 推得了 R 的一般表达式以后就可证明式 (8.11) 的第一项为零.

$$\Big[tR\Big]_0^\infty=\left[t\exp\left(-\int_0^t\lambda dt\right)\right]_0^\infty=\left[\frac{t}{\exp\left(+\int_0^t\lambda dt\right)}\right]_0^\infty$$

由于 λ 永远大于零，因此即使它不为常数，我们也可将它提到积分符号外边而无损于证明[1].

---

1) 著者的说法是错误的，只有当 λ 为常数时，才能把 λ 提到积分符号外边. 至于 $\Big[tR\Big]_0^\infty=0$ 的证明请参看本节末的译者注.

$$\left[\frac{t}{\exp\left(\int_0^t \lambda dt\right)}\right]_0^\infty = \left[\frac{t}{\exp\left(\lambda \int_0^t dt\right)}\right]_0^\infty = \left[\frac{t}{e^{\lambda t}}\right]_0^\infty$$

$$= \left[\frac{t}{e^{\lambda t}}\right]_\infty - \left[\frac{t}{e^{\lambda t}}\right]_0$$

$t = 0$ 时，第二项为 $-0/e^0 = 0/1 = 0$. $t = \infty$ 时，第一项是不确定的，但可用罗比达法则来计算，这个法则讲，两个连续函数之比的极限等于其导数之比的极限. 于是有

$$\lim_{t\to\infty} \frac{t}{e^{\lambda t}} = \lim_{t\to\infty} \frac{dt/dt}{de^{\lambda t}/dt} = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{\lambda e^{\lambda t}} = 0$$

由于前式的两项均为零，因此其差为零，因而 $-\left[tR\right]_0^\infty = 0$.

罗比达法则除了用来证明上面的式子外，也可用来证明第八章中的其它式子，例如，式(8.38). 这个法则讲，如果两个导数之比的极限是不确定的，我们便取它们的导数，如果所取导数之比的极限还是不确定的，可以再取它们导数，等等，只要所得的函数保持连续就行. 因此，

这里的 λ, R 都应写成 $\lambda(t)$, $R(t)$. 式(8.9)和式(8.11)分别为

$$m = \int_0^\infty tf(t)dt, \qquad m = -\left[tR(t)\right]_0^\infty + \int_0^\infty R(t)dt$$

设 $m = \int_0^\infty tf(t)dt$ 是一个有限数，则有

$$\lim_{T\to\infty} \int_T^\infty tf(t)dt = 0$$

对于任何的 $T>0$，下列不等式成立(参看 A.4)

$$0 \leqslant TR(T) = T\int_T^\infty f(t)dt \leqslant \int_T^\infty tf(t)dt$$

于是有

$$\lim_{T\to\infty} TR(T) = 0$$

应用上面的结果应得

$$\left[tR(t)\right]_0^\infty = \lim_{t\to\infty} tR(t) - 0R(0) = 0 \qquad \text{——译者注}$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\lambda t^2}{2}e^{-\lambda t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\lambda t^2}{2e^{+\lambda t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{d^2(\lambda t^2)/dt^2}{d^2(2e^{\lambda t})/dt^2}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{2\lambda}{2\lambda^2e^{\lambda t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{\lambda e^{\lambda t}}=0$$

同样，$\lim_{t\to\infty}\frac{\lambda^2t^3}{6}e^{-\lambda t}=0$，等等。

A.4　式(8.40)的推导

在推导平均工作时间的表达式时，曾得到式(8.7) $f(t)=-dR/dt$。此式适用于所有可能的失效密度函数。由于失效变化率与成功(或可靠度)变化率大小相等、符号相反($dQ=-dR$)，因此我们可将式(8.7)改写为

$$f(t)=\frac{dQ}{dt}$$

积分得 $Q=\int f(t)dt$。我们从 $t=0$ 到 $t=\infty$ 积分失效密度函数，便得总的失效概率，自然，这个概率为 1，积分任何失效密度函数都是如此。

在元件失效率为常数($R=e^{-\lambda t}$)这种特殊情况下，有

$$f(t)=\frac{-dR}{dt}=\frac{-de^{-\lambda t}}{dt}=-e^{-\lambda t}d(-\lambda t)$$

$$=-(-\lambda)e^{-\lambda t}=\lambda e^{-\lambda t}$$

$$\int_0^\infty\lambda e^{-\lambda t}dt=\lambda\int_0^\infty e^{-\lambda t}dt=\lambda\int_0^\infty e^{-\lambda t}\frac{-\lambda}{-\lambda}dt$$

$$=-1\int_0^\infty e^{-\lambda t}d(-\lambda t)=-\left[e^{-\lambda t}\right]_0^\infty=-(0-1)=1$$

同样，当我们从时间 0 到时间 t 积分时，便得到时间 t 的失效概率。由于成功概率加失效概率必须等于 1，因此，剩

下的从时间 t 到时间∞的积分便为元件到时间 t 的未失效的概率，即它的可靠度.

$$\int_0^\infty f(t)dt = \int_0^t f(t)dt \int_t^\infty f(t)dt \quad 或 \quad 1 = Q + R$$

现在我们可以用失效概率 $Q = \int_0^t f(t)dt$ 和成功概率 $R = \int_t^\infty f(t)dt$ 来求两枝冗余系统(一枝工作，一枝备用)的可靠度. 假定第一枝在所要求的时间 t 内都工作(未失效)，或第一枝在时间 t 之前的某一时间 t_1 失效和第二枝便从时间 t_1 到时间 t 工作(未失效)，则系统在时间 t 内将是成功的. 计算总概率便为两项之和.

$$R_T = R_1 + (Q_1 \times R_2)$$

记住，第二枝的可靠度 R_2 是指从 t_1 到 t 这段时间. 上式可写为

$$R_T = \int f_1(t)dt + \int\left[f_1(t) \times \int f_2(t)dt\right]dt_1$$

就适当变元在其相应的时间间隔内进行积分.

如上所述，第一项积分(表示第一枝的可靠度)的时间间隔为从时间 t 到∞，变元是 t. 失效密度函数是 $\lambda_1\exp(-\lambda_1 t)$.

$$R_1 = \int_t^\infty \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}dt = \lambda_1 \int_t^\infty e^{-\lambda_1 t}\frac{-\lambda_1}{-\lambda_1}dt = -1\int_t^\infty e^{-\lambda_1 t}d(-\lambda_1 t)$$

$$= -1\left[e^{-\lambda_1 t}\right]_t^\infty = -1\,[0 - e^{-\lambda_1 t}] = \underline{e^{-\lambda_1 t}}$$

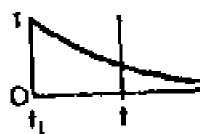
第二项中(用以求出第一枝的失效概率)的外边积分的时间间隔为从时间 0 到时间 t，但现在积分变元为 t_1，因为第一枝在时间 t_1 失效. 这一点由括号外面的变元 t_1 表明.

里边的积分的时间间隔的确定稍微困难一些. 第二枝必须从时间 t_1(第一枝失效时)接上去工作到时间 t. 求其失效

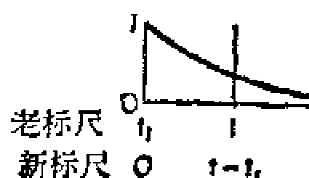
概率所用的时间间隔是从时间 t_1 到时间 t，即

$$Q_2=\int_{t_1}^{t} f_2(t)dt$$

但由于从时间 0 到∞的积分总是为 1，因此把时间标尺适当改一下是比较方便的．当我们考虑下面的图



并将横坐标作适当改变以表示第二枝的时间 0 实际上位于 t_1，则第二枝的新的 t 值便为 $t-t_1$．这种新的标尺如下图所示：



现在我们用新标尺将第二枝失效的积分限改为 $\int_0^{t-t_1}$．对应的成功的积分限为 $\int_{t-t_1}^{\infty}$．第二枝工作到实际时间 t，因此它的积分变元为 t．

第二项的积分方法如下．注意，由于第一枝在每一个时间增量内的失效概率都得乘以第二枝的成功概率，因此要先算里边的积分．下面的前几行表明里边的积分的算法：

第二枝的失效密度函数 $f_2(t)$ 为 $\lambda_2\exp(-\lambda_2 t)$．

$$\int_0^t\left\{f_1(t)\int_{t-t_1}^{\infty} f_2(t)dt\right\}dt_1=\int_0^t\left\{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1}\int_{t-t_1}^{\infty}\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}dt\right\}dt_1$$

$$=\int_0^t\left\{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1}(-1)\int_{t-t_1}^{\infty} e^{-\lambda_2 t}d(-\lambda_2 t)\right\}dt_1$$

$$=\int_0^t\left\{-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1}\left[e^{-\lambda_2 t}\right]_{t-t_1}^{\infty}\right\}dt_1$$

$$=\int_0^t\left\{-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1}\left[0-e^{-\lambda_2(t-t_1)}\right]\right\}dt_1$$

其次，将积分的结果与第一个密度函数合并并进行简化便得

$$
\begin{aligned}
&= \int_0^t \{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1} e^{-\lambda_2(t-t_1)}\}\, dt_1 \\
&= \lambda_1 \int_0^t \{e^{-\lambda_1 t_1} e^{-\lambda_2(t-t_1)}\}\, dt_1 \\
&= \lambda_1 \int_0^t e^{-\lambda_1 t_1} e^{-\lambda_2 t} e^{\lambda_2 t_1} dt_1 \\
&= \lambda_1 \int_0^t \{e^{-\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_1} e^{-\lambda_2 t}\} dt_1
\end{aligned}
$$

最后的积分为第一枝从时间 0 到时间 t 的失效概率．在这个积分中，总的时间 t 为常数，t_1 为变元，因为如前所述，第一枝在时间 t_1 失效．这里，$\exp(-\lambda_2 t)$ 为一常数，可以提到积分符号外面，作为系数的一部分．最后积分和简化步骤如下．

$$
\begin{aligned}
&= \lambda_1 e^{-\lambda_2 t} \int_0^t \{e^{-\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_1}\}\, dt_1 \\
&= \lambda_1 e^{-\lambda_2 t} \int_0^t \{e^{-(\lambda_1 - \lambda_2) t_1}\}\, dt_1 \\
&= \lambda_1 e^{-\lambda_2 t} \int_0^t \left\{\frac{1}{-(\lambda_1 - \lambda_2)} e^{-(\lambda_1 - \lambda_2) t_1}\right\} d[-(\lambda_1 - \lambda_2) t_1] \\
&= -\frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^t e^{-(\lambda_1 - \lambda_2) t_1} d[-(\lambda_1 - \lambda_2) t_1] \\
&= \frac{-\lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[e^{-(\lambda_1 - \lambda_2) t_1} \right]_0^t = \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-(\lambda_1 - \lambda_2) t} - 1] \\
&= \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 t} e^{-(\lambda_1 - \lambda_2) t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \\
&= \underline{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})}
\end{aligned}
$$

然后将此项与第一枝成功的概率相加，便得

$$R_T = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

A.5 式(8.44)的证明

$$m = \int_0^{\infty} \left[\frac{\lambda_2\lambda_3 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_1\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_1\lambda_2 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \right] dt$$

$$= \frac{\lambda_2\lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)\lambda_1} + \frac{\lambda_1\lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)\lambda_2}$$

$$+ \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)\lambda_3}$$

为了简化上式[1]，首先增加三个其和为零的附加项，然后将所有项进行合并．这三个附加项是

$$\frac{(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_2\lambda_3 - \lambda_3^2 - \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2 + \lambda_2\lambda_3)}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

$$+ \frac{(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_1^2 - \lambda_1\lambda_3 - \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_3^2)}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

$$+ \frac{(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_1\lambda_2 - \lambda_2^2 - \lambda_1\lambda_3 + \lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2)}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

$$= \frac{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3)}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

$$+ \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_3)}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2)}$$

---

1) 实际上，$m = \frac{-\lambda_2^2\lambda_3^2(\lambda_2 - \lambda_3) - \lambda_3^2\lambda_1^2(\lambda_3 - \lambda_1) - \lambda_1^2\lambda_2^2(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_3 - \lambda_1)}$

$= \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1)}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_3 - \lambda_1)}$

$= \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3}$．著者所写的证明显得太繁——译校者注．

$$+\frac{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1-\lambda_2)}{(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_1)}$$

$$=\frac{(\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3)}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_2-\lambda_1)}+\frac{(\lambda_2-\lambda_1-\lambda_3)}{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_2)}$$

$$+\frac{(\lambda_3-\lambda_1-\lambda_2)}{(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_3)}$$

$$=\frac{\lambda_1(\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3)}{\lambda_1(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_2-\lambda_1)}+\frac{\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1-\lambda_3)}{\lambda_2(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_2)}$$

$$+\frac{\lambda_3(\lambda_3-\lambda_1-\lambda_2)}{\lambda_3(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_3)}$$

$$=\frac{\lambda_1^2-\lambda_1\lambda_2-\lambda_1\lambda_3}{\lambda_1(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}+\frac{\lambda_2^2-\lambda_1\lambda_2-\lambda_2\lambda_3}{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}$$

$$+\frac{\lambda_3^2-\lambda_1\lambda_3-\lambda_2\lambda_3}{\lambda_3(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_3)}$$

现在我们将这三个附加项加到原来的项中并加以合并.

$$=\frac{\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}+\frac{\lambda_1^2-\lambda_1\lambda_2-\lambda_1\lambda_3}{\lambda_1(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_3}{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}+\frac{\lambda_2^2-\lambda_1\lambda_2-\lambda_2\lambda_3}{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}+\frac{\lambda_3^2-\lambda_1\lambda_3-\lambda_2\lambda_3}{\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}$$

$$=\frac{\lambda_2\lambda_3-\lambda_1\lambda_2-\lambda_1\lambda_3+\lambda_1^2}{\lambda_1(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}+\frac{\lambda_1\lambda_3-\lambda_1\lambda_2-\lambda_2\lambda_3+\lambda_2^2}{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2-\lambda_1\lambda_3-\lambda_2\lambda_3+\lambda_3^2}{\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}=\frac{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}{\lambda_1(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}$$

$$+\frac{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}+\frac{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}{\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}$$

$$=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}+\frac{1}{\lambda_3}$$

A.6 将三枝后备冗余系统的可靠度表达式变换成象式(8.40)那样的由每枝提供的可靠度表示的表达式

$$\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\frac{\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right)+\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\frac{\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_2}e^{-\lambda_2 t}\right)$$
$$+\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_3}\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_3}e^{-\lambda_3 t}\right) \tag{8.41}$$

$$=\frac{\lambda_2\lambda_3(\lambda_3-\lambda_2)}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)}e^{-\lambda_1 t}$$
$$+\frac{\lambda_1\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)}e^{-\lambda_2 t}$$
$$+\frac{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_1)}e^{-\lambda_3 t}$$

$$=\{[\lambda_1^2\lambda_3-\lambda_1^2\lambda_2-\lambda_1\lambda_2\lambda_3+\lambda_1\lambda_2^2-\lambda_1\lambda_3^2+\lambda_1\lambda_2\lambda_3$$
$$+\lambda_2\lambda_3(\lambda_3-\lambda_2)-\lambda_1^2\lambda_3+\lambda_1\lambda_3^2-\lambda_1\lambda_2^2+\lambda_1^2\lambda_2]/$$
$$[(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)]\}e^{-\lambda_1 t}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)}e^{-\lambda_2 t}$$
$$+\frac{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_1)}e^{-\lambda_3 t}$$

$$=\{[(\lambda_1^2-\lambda_1\lambda_2-\lambda_1\lambda_3+\lambda_2\lambda_3)(\lambda_3-\lambda_2)-\lambda_1\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)$$
$$-\lambda_1\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)]/[(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)$$
$$(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)]\}e^{-\lambda_1 t}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)}e^{-\lambda_2 t}$$
$$+\frac{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_1)}e^{-\lambda_3 t}$$

$$=\frac{(\lambda_1^2-\lambda_1\lambda_2-\lambda_1\lambda_3+\lambda_2\lambda_3)(\lambda_3-\lambda_2)}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)}e^{-\lambda_1 t}$$

$$-\frac{\lambda_1\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_1)}e^{-\lambda_1 t}$$

$$-\frac{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}e^{-\lambda_1 t}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_1)}e^{-\lambda_2 t}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}e^{-\lambda_3 t}$$

$$=\frac{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_3-\lambda_2)}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)}e^{-\lambda_1 t}$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_3(\lambda_1-\lambda_3)}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_1)}(e^{-\lambda_2 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}(e^{-\lambda_3 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$=e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1\lambda_3}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}(e^{-\lambda_2 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)}(e^{-\lambda_3 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$=e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_3\lambda_1}{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_2)}(e^{-\lambda_2 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)}(e^{-\lambda_3 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$=e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_3-\lambda_2+\lambda_2}{\lambda_3-\lambda_2}\quad\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}(e^{-\lambda_3 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)}(e^{-\lambda_3 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$=e^{-\lambda_1 t}+\left(\frac{\lambda_3-\lambda_2}{\lambda_3-\lambda_2}+\frac{\lambda_2}{\lambda_3-\lambda_2}\right)\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}(e^{-\lambda_2 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_2)}(e^{-\lambda_3 t}-e^{-\lambda_1 t})$$

$$= e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right) + \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2)}$$

$$\times \left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right) + \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}\left(e^{-\lambda_3 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)$$

$$= e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right) + \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_1)}$$

$$\times \left(e^{-\lambda_3 t} - e^{-\lambda_1 t}\right) - \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

$$\times \left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right) = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)$$

第一枚提供的可靠度　　　　　　第二枚提供的可靠度

$$+ \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_3}\left[\frac{\left(e^{-\lambda_3 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)}{\lambda_1 - \lambda_3} - \frac{\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right]$$

第三枚提供的可靠度

附录B 统计用表

表 B.1 负指数分布 $R = e^{-F}$ 的值，其中 $F = \lambda t$

F	0.0000*	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009
0.000	1.00000	0.99990	0.99980	0.99970	0.99960	0.99950	0.99940	0.99[illegible]0	0.99920	0.99910
0.001	0.99900	0.99890	0.99880	0.99870	0.99860	0.99850	0.99840	0.99830	0.99820	0.99810
0.002	0.99800	0.99790	0.99780	0.99770	0.99760	0.99750	0.99740	0.99730	0.99720	0.99710
0.003	0.99700	0.99690	0.99681	0.99671	0.99661	0.99651	0.99641	0.99631	0.99621	0.99611
0.004	0.99600	0.99591	0.99581	0.99571	0.99561	0.99551	0.99541	0.99531	0.99521	0.99511
0.005	0.99501	0.99491	0.99481	0.99471	0.99461	0.99452	0.99442	0.99432	0.99422	0.99412
0.006	0.99402	0.99392	0.99382	0.99372	0.99362	0.99352	0.99342	0.99332	0.99322	0.99312
0.007	0.99302	0.99293	0.99283	0.99273	0.99263	0.99253	0.99243	0.99233	0.99223	0.99213
0.008	0.99203	0.99193	0.99183	0.99173	0.99164	0.99154	0.99144	0.99134	0.99124	0.99114
0.009	0.99104	0.99094	0.99084	0.99074	0.99064	0.99054	0.99045	0.99035	0.99025	0.99015
0.010	0.99005	0.98995	0.98985	0.98975	0.98965	0.98955	0.98946	0.98936	0.98926	0.98916
0.011	0.98906	0.98896	0.98886	0.98876	0.98866	0.98857	0.98847	0.98837	0.98827	0.98817
0.012	0.98807	0.98797	0.98787	0.98778	0.98768	0.98758	0.98748	0.98738	0.98728	0.98718
0.013	0.98708	0.98699	0.98689	0.98679	0.98669	0.98659	0.98649	0.98639	0.98629	0.98620
0.014	0.98610	0.98600	0.98590	0.98580	0.98570	0.98560	0.98551	0.98541	0.98531	0.98521
0.015	0.98511	0.98501	0.98491	0.98482	0.98472	0.98462	0.98452	0.98442	0.98432	0.98423
0.016	0.98413	0.98403	0.98393	0.98383	0.98373	0.98364	0.98354	0.98344	0.98334	0.98324
0.017	0.98314	0.98305	0.98295	0.98285	0.98275	0.98265	0.98255	0.98246	0.98236	0.98226
0.018	0.98216	0.98206	0.98196	0.98187	0.98177	0.98167	0.98157	0.98147	0.98138	0.98128
0.019	0.98118	0.98108	0.98098	0.98089	0.98079	0.98069	0.98059	0.98049	0.98039	0.98030
0.020	0.98020	0.98010	0.98000	0.97990	0.97981	0.97971	0.97961	0.97951	0.97941	0.97932
0.021	0.97922	0.97912	0.97902	0.97893	0.97883	0.97873	0.97863	0.97853	0.97844	0.97834
0.022	0.97824	0.97814	0.97804	0.97795	0.97785	0.97775	0.97765	0.97756	0.97746	0.97736
0.023	0.97726	0.97716	0.97707	0.97697	0.97687	0.97677	0.97668	0.97658	0.97648	0.97638
0.024	0.97629	0.97619	0.97609	0.97599	0.97590	0.97580	0.97570	0.97560	0.97550	0.97541
0.025	0.97531	0.97521	0.97511	0.97502	0.97492	0.97482	0.97472	0.97463	0.97453	0.97443
0.026	0.97434	0.97424	0.97414	0.97404	0.97395	0.97385	0.97375	0.97365	0.97356	0.97346
0.027	0.97336	0.97326	0.97317	0.97307	0.97297	0.97287	0.97278	0.97268	0.97258	0.97249
0.028	0.97239	0.97229	0.97219	0.97210	0.97200	0.97190	0.97181	0.97171	0.97161	0.97151
0.029	0.97142	0.97132	0.97122	0.97113	0.97103	0.97093	0.97083	0.97074	0.97064	0.97054
0.030	0.97045	0.97035	0.97025	0.97015	0.97006	0.96996	0.96986	0.96977	0.96967	0.96957
0.031	0.96948	0.96938	0.96928	0.96918	0.96909	0.96899	0.96889	0.96880	0.96870	0.96860
0.032	0.96851	0.96841	0.96831	0.96822	0.96812	0.96802	0.96793	0.96783	0.96773	0.96764
0.033	0.96754	0.96744	0.96735	0.96725	0.96715	0.96705	0.96696	0.96686	0.96676	0.96667
0.034	0.96657	0.96647	0.96638	0.96628	0.96618	0.96609	0.96599	0.96590	0.96580	0.96570
0.035	0.96561	0.96551	0.96541	0.96532	0.96522	0.96512	0.96503	0.96493	0.96483	0.96474
0.036	0.96464	0.96454	0.96445	0.96435	0.96425	0.96416	0.96406	0.96397	0.96387	0.96377
0.037	0.96368	0.96358	0.96348	0.96339	0.96329	0.96319	0.96310	0.96300	0.96291	0.96281
0.038	0.96271	0.96262	0.96252	0.96242	0.96233	0.96223	0.96214	0.96204	0.96194	0.96185
0.039	0.96175	0.96165	0.96156	0.96146	0.96137	0.96127	0.96117	0.96108	0.96098	0.96089
0.040	0.96079	0.96069	0.96060	0.96050	0.96041	0.96031	0.96021	0.96012	0.96002	0.95993
0.041	0.95983	0.95973	0.95964	0.95954	0.95945	0.95935	0.95925	0.95916	0.95906	0.95897
0.042	0.95887	0.95877	0.95868	0.95858	0.95849	0.95839	0.95829	0.95820	0.95810	0.95801
0.043	0.95791	0.95782	0.95772	0.95762	0.95753	0.95743	0.95734	0.95724	0.95715	0.95705
0.044	0.95695	0.95686	0.95676	0.95667	0.95657	0.95648	0.95638	0.95628	0.95619	0.95609
0.045	0.95600	0.95590	0.95581	0.95571	0.95562	0.95552	0.95542	0.95533	0.95523	0.95514
0.046	0.95504	0.95495	0.95485	0.95476	0.95466	0.95456	0.95447	0.95437	0.95428	0.95418
0.047	0.95409	0.95399	0.95390	0.95380	0.95371	0.95361	0.95352	0.95342	0.95332	0.95323
0.048	0.95313	0.95304	0.95294	0.95285	0.95275	0.95266	0.95256	0.95247	0.95237	0.95228
0.049	0.95218	0.95209	0.95199	0.95190	0.95180	0.95171	0.95161	0.95151	0.95142	0.95132

* 第一行为 F 的第四位小数的值。

表 B.1　负指数分布 $R = e^{-F}$ 的数，其中 $F = \lambda t$（续）

F	0.0000*	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009
0.050	0.95123	0.95113	0.95104	0.95094	0.95085	0.95075	0.95066	0.95056	0.95047	0.95037
0.051	0.95028	0.95018	0.95009	0.94999	0.94990	0.94980	0.94971	0.94961	0.94952	0.94942
0.052	0.94933	0.94923	0.94914	0.94904	0.94895	0.94885	0.94876	0.94866	0.94857	0.94847
0.053	0.94838	0.94829	0.94819	0.94810	0.94800	0.94791	0.94781	0.94772	0.94762	0.94753
0.054	0.94743	0.94734	0.94724	0.94715	0.94705	0.94696	0.94686	0.94677	0.94667	0.94658
0.055	0.94649	0.94639	0.94630	0.94620	0.94611	0.94601	0.94592	0.94582	0.94573	0.94563
0.056	0.94554	0.94544	0.94535	0.94526	0.94516	0.94507	0.94497	0.94488	0.94478	0.94469
0.057	0.94459	0.94450	0.94441	0.94431	0.94422	0.94412	0.94403	0.94393	0.94384	0.94374
0.058	0.94365	0.94356	0.94346	0.94337	0.94327	0.94318	0.94308	0.94299	0.94290	0.94280
0.059	0.94271	0.94261	0.94252	0.94242	0.94233	0.94224	0.94214	0.94205	0.94195	0.94186
0.060	0.94176	0.94167	0.94158	0.94148	0.94139	0.94129	0.94120	0.94111	0.94101	0.94092
0.061	0.94082	0.94073	0.94064	0.94054	0.94045	0.94035	0.94026	0.94016	0.94007	0.93998
0.062	0.93988	0.93979	0.93969	0.93960	0.93951	0.93941	0.93932	0.93923	0.93913	0.93904
0.063	0.93894	0.93885	0.93876	0.93866	0.93857	0.93847	0.93838	0.93829	0.93819	0.93810
0.064	0.03800	0.93791	0.93782	0.93772	0.93763	0.93754	0.93744	0.93735	0.93725	0.93716
0.065	0.93707	0.93697	0.93688	0.93679	0.93669	0.93660	0.93651	0.93641	0.93632	0.93622
0.066	0.93613	0.93604	0.93594	0.93585	0.93576	0.93566	0.93557	0.93548	0.93538	0.93529
0.067	0.93520	0.93510	0.93501	0.93491	0.93482	0.93473	0.93463	0.93454	0.93445	0.93435
0.068	0.93426	0.93417	0.93407	0.93398	0.93389	0.93379	0.93370	0.93361	0.93351	0.93342
0.069	0.93333	0.93323	0.93314	0.93305	0.93295	0.93286	0.93277	0.93267	0.93258	0.93249
0.070	0.93239	0.93230	0.93221	0.93211	0.93202	0.93193	0.93183	0.93174	0.93165	0.93156
0.071	0.93146	0.93137	0.93128	0.93118	0.93109	0.93100	0.93090	0.93081	0.93072	0.93062
0.072	0.93053	0.93044	0.93034	0.93025	0.93016	0.93007	0.92997	0.92988	0.92979	0.92969
0.073	0.92960	0.92951	0.92941	0.92932	0.92923	0.92914	0.92904	0.92895	0.92886	0.92876
0.074	0.92867	0.92858	0.92849	0.92839	0.92830	0.92821	0.92811	0.92802	0.92793	0.92784
0.075	0.92774	0.92765	0.92756	0.92747	0.92737	0.92728	0.92719	0.92709	0.92700	0.92691
0.076	0.92682	0.92672	0.92663	0.92654	0.92645	0.92635	0.92626	0.92617	0.92608	0.92598
0.077	0.92589	0.92580	0.92570	0.92561	0.92552	0.92543	0.92533	0.92524	0.92515	0.92506
0.078	0.92496	0.92487	0.92478	0.92469	0.92459	0.92450	0.92441	0.92432	0.92422	0.92413
0.079	0.92404	0.92395	0.92386	0.92376	0.92367	0.92358	0.92349	0.92339	0.92330	0.92321
0.080	0.92312	0.92302	0.92293	0.92284	0.92275	0.92265	0.92256	0.92247	0.92238	0.92229
0.081	0.92219	0.92210	0.92201	0.92192	0.92182	0.92173	0.92164	0.92155	0.92146	0.92136
0.082	0.92127	0.92118	0.92109	0.92100	0.92090	0.92081	0.92072	0.92063	0.92054	0.92044
0.083	0.92035	0.92026	0.92017	0.92008	0.91998	0.91989	0.91980	0.91971	0.91962	0.91952
0.084	0.91943	0.91934	0.91925	0.91916	0.91906	0.91897	0.91888	0.91879	0.91870	0.91860
0.085	0.91851	0.91842	0.91833	0.91824	0.91814	0.91805	0.91796	0.91787	0.91778	0.91769
0.086	0.91759	0.91750	0.91741	0.91732	0.91723	0.91714	0.91704	0.91695	0.91686	0.91677
0.087	0.91668	0.91659	0.91649	0.91640	0.91631	0.91622	0.91613	0.91604	0.91594	0.91585
0.088	0.91576	0.91567	0.91558	0.91549	0.91539	0.91530	0.91521	0.91512	0.91503	0.91494
0.089	0.91485	0.91475	0.91466	0.91457	0.91448	0.91439	0.91430	0.91421	0.91411	0.91402
0.090	0.91393	0.91384	0.91375	0.91366	0.91357	0.91347	0.91338	0.91329	0.91320	0.91311
0.091	0.91302	0.91293	0.91284	0.91274	0.91265	0.91256	0.91247	0.91238	0.91229	0.91220
0.092	0.91211	0.91201	0.91192	0.91183	0.91174	0.91165	0.91156	0.91147	0.91138	0.91128
0.093	0.91119	0.91110	0.91101	0.91092	0.91083	0.91074	0.91065	0.91056	0.91046	0.91037
0.094	0.91028	0.91019	0.91010	0.91001	0.90992	0.90983	0.90974	0.90965	0.90955	0.90946
0.095	0.90937	0.90928	0.90919	0.90910	0.90901	0.90892	0.90883	0.90874	0.90865	0.90855
0.096	0.90846	0.90837	0.90828	0.90819	0.90810	0.90801	0.00792	0.90783	0.90774	0.90765
0.097	0.90756	0.90747	0.90737	0.90728	0.90719	0.90710	0.90701	0.90692	0.90683	0.90674
0.098	0.90665	0.90656	0.90647	0.90638	0.90629	0.90620	0.90611	0.90601	0.90592	0.90583
0.099	0.90574	0.90565	0.90556	0.90547	0.90538	0.90529	0.90520	0.90511	0.90502	0.90493

* 第一行为 F 的第四位小数的值.

F	0.000*	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
0.10	0.90484	0.90393	0.90303	0.90213	0.90123	0.90032	0.89942	0.89853	0.89763	0.89673
0.11	0.89583	0.89494	0.89404	0.89315	0.89226	0.89137	0.89048	0.88959	0.88870	0.88781
0.12	0.88692	0.88603	0.88515	0.88426	0.88338	0.88250	0.88161	0.88073	0.87985	0.87897
0.13	0.87810	0.87722	0.87634	0.87547	0.87459	0.87372	0.87284	0.87197	0.87110	0.87023
0.14	0.86936	0.86849	0.86762	0.86675	0.86589	0.86502	0.86416	0.86329	0.86243	0.86157
0.15	0.86071	0.85985	0.85899	0.85813	0.85727	0.85642	0.85556	0.85470	0.85385	0.85300
0.16	0.85214	0.85129	0.85044	0.84959	0.84874	0.84789	0.84705	0.84620	0.84535	0.84451
0.17	0.84366	0.84282	0.84198	0.84114	0.84030	0.83946	0.83862	0.83778	0.83694	0.83611
0.18	0.83527	0.83444	0.83360	0.83277	0.83194	0.83110	0.83027	0.82944	0.82861	0.82779
0.19	0.82696	0.82613	0.82531	0.82448	0.82366	0.82283	0.82201	0.82119	0.82037	0.81955
0.20	0.81873	0.81791	0.81709	0.81628	0.81546	0.81465	0.81383	0.81302	0.81221	0.81140
0.21	0.81058	0.80977	0.80896	0.80816	0.80735	0.80654	0.80574	0.80493	0.80413	0.80332
0.22	0.80252	0.80172	0.80092	0.80011	0.79932	0.79852	0.79772	0.79692	0.79612	0.79533
0.23	0.79453	0.79374	0.79295	0.79215	0.79136	0.79057	0.78978	0.78899	0.78820	0.78741
0.24	0.78663	0.78584	0.78506	0.78427	0.78349	0.78270	0.78192	0.78114	0.78036	0.77958
0.25	0.77880	0.77802	0.77724	0.77647	0.77569	0.77492	0.77414	0.77337	0.77260	0.77182
0.26	0.77105	0.77028	0.76951	0.76874	0.76797	0.76721	0.76644	0.76567	0.76491	0.76414
0.27	0.76338	0.76262	0.76185	0.76109	0.76033	0.75957	0.75881	0.75805	0.75730	0.75654
0.28	0.75578	0.75503	0.75427	0.75352	0.75277	0.75201	0.75126	0.75051	0.74976	0.74901
0.29	0.74826	0.74752	0.74677	0.74602	0.74528	0.74453	0.74379	0.74304	0.74230	0.74156
0.30	0.74082	0.74008	0.73934	0.73860	0.73786	0.73712	0.73639	0.73565	0.73492	0.73418
0.31	0.73345	0.73271	0.73198	0.73125	0.73052	0.72979	0.72906	0.72833	0.72760	0.72688
0.32	0.72615	0.72542	0.72470	0.72397	0.72325	0.72253	0.72181	0.72108	0.72036	0.71964
0.33	0.71892	0.71821	0.71749	0.71677	0.71605	0.71534	0.71462	0.71391	0.71320	0.71248
0.34	0.71177	0.71106	0.71035	0.70964	0.70893	0.70822	0.70751	0.70681	0.70610	0.70539
0.35	0.70469	0.70398	0.70328	0.70258	0.70187	0.70117	0.70047	0.69977	0.69907	0.69837
0.36	0.69768	0.69698	0.69618	0.69559	0.69489	0.69420	0.69350	0.69281	0.69212	0.69143
0.37	0.69073	0.69004	0.68935	0.68867	0.68798	0.68729	0.68660	0.68592	0.68523	0.68455
0.38	0.68386	0.68318	0.68250	0.68181	0.68113	0.68045	0.67977	0.67909	0.67841	0.67773
0.39	0.67706	0.67638	0.67570	0.67503	0.67435	0.67368	0.67301	0.67233	0.67166	0.67099
0.40	0.67032	0.66965	0.66898	0.66831	0.66764	0.66698	0.66631	0.66564	0.66498	0.66431
0.41	0.66365	0.66299	0.66232	0.66166	0.66100	0.66034	0.65968	0.65902	0.65836	0.65770
0.42	0.65705	0.65639	0.65573	0.65508	0.65442	0.65377	0.65312	0.65246	0.65181	0.65116
0.43	0.65051	0.64986	0.64921	0.64856	0.64791	0.64726	0.64662	0.64597	0.64533	0.64468
0.44	0.64404	0.64339	0.64275	0.64211	0.64147	0.64082	0.64018	0.63954	0.63890	0.63827
0.45	0.63763	0.63699	0.63635	0.63572	0.63508	0.63445	0.63381	0.63318	0.63255	0.63192
0.46	0.63128	0.63065	0.63002	0.62939	0.62876	0.62814	0.62751	0.62688	0.62625	0.62563
0.47	0.62500	0.62438	0.62375	0.62313	0.62251	0.62189	0.62126	0.62064	0.62002	0.61940
0.48	0.61878	0.61816	0.61755	0.61693	0.61631	0.61570	0.61508	0.61447	0.61385	0.61324
0.49	0.61263	0.61201	0.61140	0.61079	0.61018	0.60957	0.60896	0.60835	0.60774	0.60714
0.50	0.60653	0.60592	0.60531	0.60471	0.60411	0.60351	0.60290	0.60230	0.60170	0.60110
0.51	0.60050	0.59990	0.59930	0.59870	0.59810	0.59750	0.59690	0.5963	0.59571	0.59512
0.52	0.59452	0.59393	0.59333	0.59274	0.59215	0.59156	0.59096	0.59037	0.58978	0.58919
0.53	0.58860	0.58802	0.58743	0.58684	0.58626	0.58567	0.58508	0.58450	0.58391	0.58333
0.54	0.58275	0.58217	0.58158	0.58100	0.58042	0.57984	0.57926	0.57868	0.57810	0.57753
0.55	0.57695	0.57637	0.57580	0.57522	0.57465	0.57407	0.57350	0.57293	0.57235	0.57178
0.56	0.57121	0.57064	0.57007	0.56950	0.56893	0.56836	0.56779	0.56722	0.56666	0.56609
0.57	0.56553	0.56496	0.56440	0.56383	0.56327	0.56270	0.56214	0.56158	0.56102	0.56046
0.58	0.55990	0.55934	0.55878	0.55822	0.55766	0.55711	0.55655	0.55599	0.55544	0.55488
0.59	0.55433	0.55377	0.55322	0.55267	0.55211	0.55156	0.55101	0.55046	0.54991	0.54936

* 第一行为 F 的第三位小数的值。

表 B.1 负指数分布 $R = e^{-F}$ 的值，其中 $F = \lambda t$（续）

F	0.000*	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
0.60	0.54881	0.54826	0.54772	0.54718	0.54662	0.54607	0.54553	0.54498	0.54444	0.54389
0.61	0.54335	0.54281	0.54227	0.54172	0.54118	0.54064	0.54010	0.53956	0.53902	0.53848
0.62	0.53794	0.53741	0.53687	0.53633	0.53580	0.53526	0.53473	0.53419	0.53366	0.53312
0.63	0.53259	0.53206	0.53153	0.53100	0.53047	0.52994	0.52941	0.52888	0.52835	0.52782
0.64	0.52729	0.52677	0.52624	0.52571	0.52519	0.52466	0.52414	0.52361	0.52309	0.52257
0.65	0.52205	0.52152	0.52100	0.52048	0.51996	0.51944	0.51892	0.51840	0.51789	0.51737
0.66	0.51685	0.51633	0.51582	0.51530	0.51479	0.51427	0.51376	0.51325	0.51273	0.51222
0.67	0.51171	0.51120	0.51069	0.51018	0.50967	0.50916	0.50865	0.50814	0.50763	0.50712
0.68	0.50662	0.50611	0.50560	0.50510	0.50459	0.50409	0.50359	0.50308	0.50258	0.50208
0.69	0.50158	0.50107	0.50057	0.50007	0.49957	0.49907	0.49858	0.49808	0.49758	0.49708
0.70	0.49659	0.49609	0.49559	0.49510	0.49460	0.49411	0.49361	0.49312	0.49263	0.49214
0.71	0.49164	0.49115	0.49066	0.49017	0.48968	0.48919	0.48870	0.48821	0.48773	0.48724
0.72	0.48675	0.48627	0.48578	0.48529	0.48481	0.48432	0.48384	0.48336	0.48287	0.48239
0.73	0.48191	0.48143	0.48095	0.48047	0.47999	0.47951	0.47903	0.47855	0.47807	0.47759
0.74	0.47711	0.47664	0.47616	0.47568	0.47521	0.47473	0.47426	0.47379	0.47331	0.47284
0.75	0.47237	0.47189	0.47142	0.47095	0.47048	0.47001	0.46954	0.46907	0.46860	0.46813
0.76	0.46767	0.46720	0.46673	0.46627	0.46580	0.46533	0.46487	0.46440	0.46394	0.46348
0.77	0.46301	0.46255	0.46209	0.46163	0.46116	0.46070	0.46024	0.45978	0.45932	0.45886
0.78	0.45841	0.45795	0.45749	0.45703	0.45658	0.45612	0.45566	0.45521	0.45475	0.45430
0.79	0.45384	0.45339	0.45294	0.45249	0.45203	0.45158	0.45113	0.45068	0.45023	0.44978
0.80	0.44933	0.44888	0.44843	0.44798	0.44754	0.44709	0.44664	0.44619	0.44575	0.44530
0.81	0.44486	0.44441	0.44397	0.44353	0.44308	0.44264	0.44220	0.44175	0.44131	0.44087
0.82	0.44043	0.43999	0.43955	0.43911	0.43867	0.43823	0.43780	0.43736	0.43692	0.43649
0.83	0.43605	0.43561	0.43518	0.43474	0.43331	0.43387	0.43344	0.43301	0.43257	0.43214
0.84	0.43171	0.43128	0.43085	0.43042	0.42999	0.42956	0.42913	0.42870	0.42827	0.42784
0.85	0.42741	0.42699	0.42656	0.42613	0.42571	0.42528	0.42486	0.42443	0.42401	0.42359
0.86	0.42316	0.42274	0.42232	0.42189	0.42147	0.42105	0.42063	0.42021	0.41979	0.41937
0.87	0.41895	0.41853	0.41811	0.41770	0.41728	0.41686	0.41645	0.41603	0.41561	0.41520
0.88	0.41478	0.41437	0.41395	0.41354	0.41313	0.41271	0.41230	0.41189	0.41148	0.41107
0.89	0.41066	0.41025	0.40984	0.40943	0.40902	0.40861	0.40820	0.40779	0.40738	0.40698
0.90	0.40657	0.40616	0.40576	0.40535	0.40495	0.40454	0.40414	0.40373	0.40333	0.40293
0.91	0.40252	0.40212	0.40172	0.40132	0.40092	0.40052	0.40012	0.39972	0.39932	0.39892
0.92	0.39851	0.39812	0.39772	0.39733	0.39693	0.39653	0.39614	0.39574	0.39534	0.39495
0.93	0.39455	0.39416	0.39377	0.39337	0.39298	0.39259	0.39219	0.39180	0.39141	0.39102
0.94	0.39063	0.39024	0.38985	0.38946	0.38907	0.38868	0.38829	0.38790	0.38752	0.38713
0.95	0.38674	0.38635	0.38597	0.38558	0.38520	0.38481	0.38443	0.38404	0.38366	0.38328
0.96	0.38289	0.38251	0.38213	0.38175	0.38136	0.38098	0.38060	0.38022	0.37984	0.37946
0.97	0.37908	0.37870	0.37833	0.37795	0.37757	0.37719	0.37682	0.37644	0.37606	0.37569
0.98	0.37531	0.37494	0.37456	0.37419	0.37381	0.37344	0.37307	0.37269	0.37232	0.37195
0.99	0.37158	0.37121	0.37083	0.37046	0.37009	0.36972	0.36935	0.36898	0.36862	0.36825
1.00	0.36788	0.36751	0.36714	0.36678	0.36641	0.36604	0.36568	0.36531	0.36495	0.36458
1.01	0.36422	0.36385	0.36349	0.36313	0.36277	0.36240	0.36204	0.36168	0.36132	0.36096
1.02	0.36059	0.36023	0.35987	0.35951	0.35916	0.35880	0.35844	0.35808	0.35772	0.35736
1.03	0.35701	0.35665	0.35629	0.35594	0.35558	0.35523	0.35487	0.35452	0.35416	0.35381
1.04	0.35345	0.35310	0.35275	0.35240	0.35204	0.35169	0.35134	0.35099	0.35064	0.35029
1.05	0.34994	0.34959	0.34924	0.34889	0.34854	0.34819	0.34784	0.34750	0.34715	0.34680
1.06	0.34646	0.34611	0.34576	0.34542	0.34507	0.34473	0.34438	0.34404	0.34370	0.34335
1.07	0.34301	0.34267	0.34232	0.34198	0.34164	0.34130	0.34096	0.34062	0.34028	0.33994
1.08	0.33960	0.33926	0.33892	0.33858	0.33824	0.33790	0.33756	0.33723	0.33689	0.33655
1.09	0.33622	0.33588	0.33554	0.33521	0.33487	0.33454	0.33421	0.33387	0.33354	0.33320

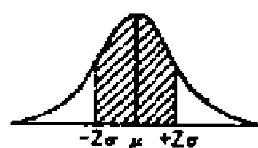
* 第一行为 F 的第三位小数的值.

F	0.00*	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.1	0.33287	0.32956	0.32628	0.32303	0.31982	0.31664	0.31349	0.31037	0.30728	0.30422
1.2	0.30119	0.29820	0.29523	0.29229	0.28938	0.28650	0.28365	0.28083	0.27804	0.27527
1.3	0.27253	0.26982	0.26714	0.26448	0.26185	0.25924	0.25666	0.25411	0.25158	0.24908
1.4	0.24660	0.24414	0.24171	0.23931	0.23693	0.23457	0.23224	0.22992	0.22764	0.22537
1.5	0.22313	0.22090	0.21871	0.21654	0.21438	0.21225	0.21014	0.20805	0.20598	0.20393
1.6	0.20190	0.19989	0.19790	0.19593	0.19398	0.19205	0.19014	0.18825	0.18637	0.18452
1.7	0.18268	0.18087	0.17907	0.17728	0.17552	0.17377	0.17204	0.17033	0.16864	0.16696
1.8	0.16530	0.16365	0.16203	0.16041	0.15882	0.15724	0.15567	0.15412	0.15259	0.15107
1.9	0.14957	0.14808	0.14661	0.14515	0.14370	0.14227	0.14086	0.13946	0.13807	0.13669
2.0	0.13533	0.13399	0.13266	0.13134	0.13003	0.12873	0.12745	0.12619	0.12493	0.12369
2.1	0.12246	0.12124	0.12003	0.11884	0.11765	0.11648	0.11533	0.11418	0.11304	0.11192
2.2	0.11080	0.10970	0.10861	0.10753	0.10645	0.10540	0.10435	0.10331	0.10228	0.10127
2.3	0.10030	0.09926	0.09827	0.09730	0.09633	0.09537	0.09442	0.09348	0.09255	0.09163
2.4	0.09072	0.08982	0.08892	0.08804	0.08716	0.08629	0.08543	0.08458	0.08374	0.08291
2.5	0.08209	0.08127	0.08046	0.07966	0.07887	0.07808	0.07731	0.07654	0.07577	0.07502
2.6	0.07427	0.07353	0.07280	0.07208	0.07136	0.07065	0.06995	0.06925	0.06856	0.06788
2.7	0.06721	0.06654	0.06587	0.06522	0.06457	0.06393	0.06329	0.06266	0.06204	0.06142
2.8	0.06081	0.06020	0.05960	0.05901	0.05843	0.05784	0.05727	0.05670	0.05614	0.05558
2.9	0.05502	0.05448	0.05393	0.05340	0.05287	0.05234	0.05182	0.05130	0.05079	0.05029
3.0	0.04979	0.04929	0.04880	0.04832	0.04784	0.04736	0.04689	0.04642	0.04596	0.04550
3.1	0.04505	0.04460	0.04416	0.04372	0.04328	0.04285	0.04243	0.04200	0.04159	0.04117
3.2	0.04076	0.04036	0.03996	0.03956	0.03916	0.03877	0.03839	0.03800	0.03763	0.03725
3.3	0.03688	0.03652	0.03615	0.03579	0.03544	0.03508	0.03473	0.03439	0.03405	0.03371
3.4	0.03337	0.03304	0.03271	0.03239	0.03206	0.03175	0.03143	0.03112	0.03081	0.03050
3.5	0.03020	0.02990	0.02960	0.02930	0.02901	0.02872	0.02844	0.02816	0.02788	0.02760
3.6	0.02732	0.02705	0.02678	0.02652	0.02625	0.02599	0.02573	0.02548	0.02522	0.02498
3.7	0.02472	0.02448	0.02423	0.02399	0.02375	0.02352	0.02328	0.02305	0.02282	0.02260
3.8	0.02237	0.02215	0.02193	0.02171	0.02149	0.02128	0.02107	0.02086	0.02065	0.02045
3.9	0.02024	0.02004	0.01984	0.01964	0.01945	0.01925	0.01906	0.01887	0.01869	0.01850
4.0	0.01832	0.01813	0.01795	0.01777	0.01760	0.01742	0.01725	0.01708	0.01691	0.01674
4.1	0.01657	0.01641	0.01624	0.01608	0.01592	0.01576	0.01561	0.01545	0.01530	0.01515
4.2	0.01500	0.01485	0.01470	0.01455	0.01441	0.01426	0.01412	0.01398	0.01384	0.01370
4.3	0.01357	0.01343	0.01330	0.01317	0.01304	0.01291	0.01278	0.01265	0.01253	0.01240
4.4	0.01228	0.01215	0.01203	0.01191	0.01180	0.01168	0.01156	0.01145	0.01133	0.01122
4.5	0.01111	0.01100	0.01089	0.01078	0.01067	0.01057	0.01046	0.01036	0.01025	0.01015
4.6	0.01005	0.00995	0.00985	0.00975	0.00966	0.00956	0.00947	0.00937	0.00928	0.00919
4.7	0.00909	0.00900	0.00891	0.00883	0.00874	0.00865	0.00857	0.00848	0.00840	0.00831
4.8	0.00823	0.00815	0.00807	0.00799	0.00791	0.00783	0.00775	0.00767	0.00760	0.00752
4.9	0.00745	0.00737	0.00730	0.00723	0.00715	0.00708	0.00701	0.00694	0.00687	0.00681
5.0	0.00674	0.00667	0.00660	0.00654	0.00647	0.00641	0.00635	0.00628	0.00622	0.00616
F	**0.0†**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**
6.0	0.00248	0.00224	0.00203	0.00184	0.00166	0.00150	0.00136	0.00123	0.00111	0.00101
7.0	0.00091	0.00083	0.00075	0.00068	0.00061	0.00055	0.00050	0.00045	0.00041	0.00037
8.0	0.00034	0.00030	0.00027	0.00025	0.00022	0.00020	0.00018	0.00016	0.00015	0.00014
9.0	0.00012	0.00011	0.00010	0.00009	0.00008	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00005

* 第一行为 F 的第二位小数的值.

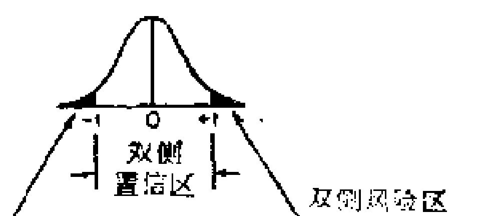
† 第一行为 F 的第一位小数的值.

表 B.2　正态曲线下，离均值 $-Z$ 和 $+Z$ 个标准差之间的面积



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0080	0.0160	0.0239	0.0319	0.0399	0.0478	0.0558	0.0638	0.0717
0.1	0.0797	0.0876	0.0955	0.1034	0.1113	0.1192	0.1271	0.1350	0.1428	0.1507
0.2	0.1585	0.1663	0.1741	0.1819	0.1897	0.1974	0.2051	0.2128	0.2205	0.2282
0.3	0.2358	0.2434	0.2510	0.2586	0.2661	0.2737	0.2812	0.2886	0.2961	0.3035
0.4	0.3108	0.3182	0.3255	0.3328	0.3401	0.3473	0.3545	0.3616	0.3759	0.3829
0.5	0.3829	0.3899	0.3969	0.4039	0.4108	0.4177	0.4245	0.4313	0.4381	0.4448
0.6	0.4515	0.4581	0.4647	0.4713	0.4768	0.4843	0.4907	0.4971	0.5035	0.5098
0.7	0.5161	0.5223	0.5285	0.5346	0.5407	0.5467	0.5527	0.5587	0.5646	0.5705
0.8	0.5763	0.5821	0.5878	0.5935	0.5991	0.6047	0.6102	0.6157	0.6211	0.6265
0.9	0.6319	0.6372	0.6424	0.6476	0.6528	0.6579	0.6629	0.6680	0.6729	0.6778
1.0	0.6827	0.6875	0.6923	0.6970	0.7017	0.7063	0.7109	0.7154	0.7199	0.7243
1.1	0.7287	0.7330	0.7373	0.7415	0.7457	0.7499	0.7540	0.7580	0.7620	0.7660
1.2	0.7699	0.7737	0.7775	0.7813	0.7850	0.7887	0.7923	0.7959	0.7995	0.8029
1.3	0.8064	0.8098	0.8132	0.8165	0.8198	0.8230	0.8262	0.8293	0.8324	0.8355
1.4	0.8385	0.8415	0.8444	0.8473	0.8501	0.8529	0.8557	0.8584	0.8611	0.8638
1.5	0.8664	0.8690	0.8715	0.8740	0.8764	0.8789	0.8812	0.8836	0.8859	0.8882
1.6	0.8904	0.8926	0.8948	0.8969	0.8990	0.9011	0.9031	0.9051	0.9070	0.9090
1.7	0.9109	0.9127	0.9146	0.9164	0.9181	0.9199	0.9216	0.9233	0.9249	0.9265
1.8	0.9281	0.9297	0.9312	0.9328	0.9342	0.9357	0.9371	0.9385	0.9399	0.9412
1.9	0.9426	0.9439	0.9451	0.9464	0.9476	0.9488	0.9500	0.9512	0.9523	0.9534
2.0	0.9545	0.9556	0.9566	0.9576	0.9586	0.9596	0.9606	0.9615	0.9625	0.9634
2.1	0.9643	0.9652	0.9660	0.9668	0.9676	0.9684	0.9692	0.9700	0.9707	0.9715
2.2	0.9722	0.9729	0.9736	0.9743	0.9749	0.9756	0.9762	0.9768	0.9774	0.9780
2.3	0.9786	0.9791	0.9797	0.9802	0.9807	0.9812	0.9817	0.9822	0.9827	0.9832
2.4	0.9836	0.9840	0.9845	0.9849	0.9853	0.9857	0.9861	0.9865	0.9869	0.9872
2.5	0.9876	0.9879	0.9883	0.9886	0.9889	0.9892	0.9895	0.9898	0.9901	0.9904
2.6	0.9907	0.9909	0.9912	0.9915	0.9917	0.9920	0.9922	0.9924	0.9926	0.9929
2.7	0.9931	0.9933	0.9935	0.9937	0.9939	0.9940	0.9942	0.9944	0.9946	0.9947
2.8	0.9949	0.9950	0.9952	0.9953	0.9955	0.9956	0.9958	0.9959	0.9960	0.9961
2.9	0.9963	0.9964	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972
3.0	0.99731	0.99739	0.99748	0.99756	0.99764	0.99772	0.99779	0.99786	0.99794	0.99800
3.1	0.99807	0.99813	0.99820	0.99826	0.99831	0.99837	0.99842	0.99847	0.99852	0.99857
3.2	0.99863	0.99868	0.99872	0.99876	0.99880	0.99884	0.99888	0.99892	0.99896	0.99900
3.3	0.99903	0.99907	0.99911	0.99914	0.99917	0.99920	0.99923	0.99925	0.99928	0.99930
3.4	0.99933	0.99935	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950	0.99952
3.5	0.99953	0.99955	0.99957	0.99959	0.99960	0.99962	0.99963	0.99964	0.99966	0.99967
3.6	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976	0.99977
3.7	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99982	0.99982	0.99983	0.99984	0.99984	0.99985
3.8	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989	0.99989	0.99990	0.99990
3.9	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99993	0.99998	0.99994

表 B.3　t 分布值



t-双侧值

	t-双侧值											
风险 α…	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
置信度（概率）	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99
自由度												
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	0.127	0.255	0.388	0.529	0.681	0.851	1.051	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.127	0.254	0.387	0.527	0.679	0.848	1.046	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576
置信度（概率）	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
风险 α…	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
	t-单侧值											

表 B.4 χ^2 分布的分位数（各列列顶的数为大于表中数值时的百分数）



自由度	99.5	99.0	98.0	95.0	90.0	80.0	70.0
1	0.000039	0.00016	0.00063	0.00393	0.0158	0.0642	0.148
2	0.0100	0.0201	0.0404	0.1026	0.211	0.446	0.713
3	0.0717	0.115	0.185	0.352	0.584	1.005	1.424
4	0.207	0.297	0.429	0.711	1.064	1.649	2.195
5	0.412	0.554	0.752	1.145	1.610	2.343	3.000
6	0.676	0.872	1.134	1.635	2.204	3.070	3.828
7	0.989	1.239	1.564	2.167	2.833	3.822	4.671
8	1.344	1.646	2.032	2.733	3.490	4.594	5.527
9	1.735	2.088	2.532	3.325	4.168	5.380	6.393
10	2.156	2.558	3.059	3.940	4.865	6.179	7.267
11	2.603	3.053	3.609	4.575	5.578	6.989	8.148
12	3.074	3.571	4.178	5.226	6.304	7.807	9.034
13	3.565	4.107	4.765	5.892	7.042	8.634	9.926
14	4.075	4.660	5.368	6.571	7.790	9.467	10.821
15	4.601	5.229	5.985	7.261	8.547	10.307	11.721
16	5.142	5.812	6.614	7.962	9.312	11.152	12.624
17	5.697	6.408	7.255	8.672	10.085	12.002	13.531
18	6.265	7.015	7.906	9.390	10.865	12.857	14.440
19	6.844	7.633	8.567	10.117	11.651	13.716	15.352
20	7.434	8.260	9.237	10.851	12.443	14.578	16.266
21	8.034	8.897	9.915	11.591	13.240	15.445	17.182
22	8.643	9.542	10.600	12.338	14.042	16.314	18.101
23	9.260	10.196	11.293	13.091	14.848	17.187	19.021
24	9.886	10.856	11.992	13.848	15.659	18.062	19.943
25	10.520	11.524	12.697	14.611	16.473	18.940	20.867
26	11.160	12.198	13.409	15.379	17.292	19.820	21.792
27	11.808	12.879	14.125	16.151	18.114	20.703	22.719
28	12.461	13.565	14.847	16.928	18.939	21.588	23.647
29	13.121	14.257	15.574	17.708	19.768	22.475	24.577
30	13.787	14.954	16.306	18.493	20.599	23.364	25.508
40	20.707	22.164	23.824	26.509	29.051	32.352	34.876
60	35.534	37.485	39.689	43.188	46.459	50.647	53.815
80	51.172	53.540	56.204	60.391	64.278	69.213	71.920
100	67.328	70.065	73.134	77.929	82.358	87.950	92.137
200	152.241	156.432	161.099	168.279	174.835	183.006	189.052

50.0	30.0	20.0	10.0	5.0	2.0	1.0	0.5
0.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635	7.879
1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210	10.597
2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.341	12.838
3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277	14.860
4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	13.388	15.086	16.750
5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812	18.548
6.346	8.383	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475	20.278
7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090	21.955
8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.697	21.666	23.589
9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209	25.188
10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725	2[illegible].757
11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217	28.299
12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688	29.819
13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141	31.319
14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578	32.801
15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	29.633	32.000	34.267
16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409	35.718
17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805	37.156
18.338	21.689	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191	38.582
19.337	22.775	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566	39.997
20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932	41.401
21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289	42.796
22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638	44.181
23.337	27.096	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980	45.559
24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314	46.928
25.336	29.246	31.795	35.566	38.885	42.856	45.642	48.290
26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963	49.645
27.336	31.391	34.027	37.916	41.337	45.419	48.278	50.993
28.336	32.461	35.139	39.087	42.557	46.693	49.588	52.336
29.336	33.530	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892	53.672
39.335	44.163	47.263	51.805	55.758	60.796	63.691	66.766
59.335	65.225	68.969	74.397	79.082	84.588	88.379	91.952
79.334	86.122	90.403	96.578	101.879	108.082	112.329	116.321
99.334	106.908	111.667	118.498	123.342	131.154	135.807	140.169
199.333	209.997	216.618	226.021	233.994	243.198	249.445	255.264

表 B.5　χ^2/自由度 分布的分位数

（各列列顶的数为大于表中数值时的百分数）

自由度	99.5	99.0	98.0	95.0	90.0	80.0	70.0
1	0.000039	0.00016	0.00063	0.00393	0.0158	0.0642	0.148
2	0.0050	0.0101	0.0202	0.0513	0.105	0.223	0.356
3	0.0239	0.0383	0.0617	0.117	0.195	0.335	0.475
4	0.0517	0.074	0.107	0.178	0.266	0.412	0.549
5	0.0823	0.111	0.150	0.229	0.322	0.469	0.600
6	0.113	0.145	0.189	0.273	0.367	0.512	0.638
7	0.141	0.177	0.223	0.310	0.405	0.546	0.667
8	0.168	0.206	0.254	0.342	0.436	0.574	0.691
9	0.193	0.232	0.281	0.369	0.463	0.598	0.710
10	0.216	0.256	0.306	0.394	0.487	0.618	0.727
11	0.237	0.278	0.328	0.416	0.507	0.635	0.741
12	0.256	0.298	0.348	0.436	0.525	0.651	0.753
13	0.274	0.316	0.367	0.453	0.542	0.664	0.764
14	0.291	0.333	0.383	0.469	0.556	0.676	0.773
15	0.307	0.349	0.399	0.484	0.570	0.687	0.781
16	0.321	0.363	0.413	0.498	0.582	0.697	0.789
17	0.335	0.377	0.427	0.510	0.593	0.706	0.796
18	0.348	0.390	0.439	0.522	0.604	0.714	0.802
19	0.360	0.402	0.451	0.532	0.613	0.722	0.808
20	0.372	0.413	0.462	0.543	0.622	0.729	0.813
21	0.383	0.424	0.472	0.552	0.630	0.735	0.818
22	0.393	0.434	0.482	0.561	0.638	0.742	0.823
23	0.403	0.443	0.491	0.569	0.645	0.748	0.827
24	0.412	0.452	0.500	0.577	0.652	0.753	0.831
25	0.421	0.461	0.508	0.584	0.659	0.758	0.835
26	0.429	0.469	0.516	0.592	0.665	0.762	0.838
27	0.437	0.477	0.523	0.598	0.671	0.767	0.841
28	0.445	0.484	0.530	0.605	0.676	0.771	0.845
29	0.452	0.491	0.537	0.610	0.682	0.775	0.847
30	0.460	0.498	0.544	0.616	0.687	0.779	0.850
40	0.518	0.554	0.596	0.663	0.726	0.809	0.872
60	0.592	0.625	0.661	0.720	0.774	0.844	0.897
80	0.640	0.669	0.703	0.755	0.803	0.865	0.911
100	0.673	0.701	0.731	0.779	0.824	0.879	0.921
200	0.761	0.782	0.805	0.841	0.874	0.915	0.945

表中的数值是将表 B.4 中的数值除以自由度数而得.

50.0	30.0	20.0	10.0	5.0	2.0	1.0	0.5
0.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635	7.879
0.693	1.204	1.610	2.302	2.996	3.912	4.605	5.298
0.789	1.222	1.547	2.084	2.605	3.279	3.780	4.279
0.839	1.219	1.497	1.945	2.372	2.917	3.319	3.715
0.870	1.213	1.458	1.847	2.214	2.678	3.017	3.350
0.891	1.205	1.426	1.774	2.099	2.505	2.802	3.091
0.907	1.198	1.400	1.717	2.010	2.375	2.639	2.897
0.918	1.191	1.379	1.670	1.938	2.271	2.511	2.744
0.927	1.184	1.360	1.632	1.880	2.189	2.407	2.621
0.934	1.178	1.344	1.599	1.831	2.116	2.321	2.519
0.940	1.173	1.330	1.570	1.789	2.056	2.248	2.432
0.945	1.168	1.318	1.546	1.752	2.005	2.185	2.358
0.949	1.163	1.307	1.524	1.720	1.959	2.130	2.294
0.953	1.159	1.297	1.505	1.692	1.919	2.082	2.237
0.956	1.155	1.287	1.487	1.666	1.884	2.039	2.187
0.959	1.151	1.279	1.471	1.644	1.852	2.000	2.142
0.961	1.148	1.271	1.457	1.623	1.823	1.965	2.101
0.963	1.145	1.264	1.444	1.604	1.797	1.934	2.064
0.965	1.142	1.258	1.432	1.587	1.773	1.905	2.031
0.967	1.139	1.252	1.421	1.571	1.751	1.878	2.000
0.968	1.136	1.246	1.410	1.556	1.731	1.854	1.971
0.970	1.134	1.241	1.401	1.542	1.712	1.831	1.945
0.971	1.131	1.236	1.392	1.529	1.691	1.810	1.921
0.972	1.129	1.231	1.383	1.517	1.678	1.791	1.898
0.973	1.127	1.227	1.375	1.506	1.663	1.773	1.877
0.974	1.125	1.223	1.368	1.496	1.648	1.755	1.857
0.975	1.123	1.219	1.361	1.486	1.635	1.739	1.839
0.976	1.121	1.215	1.354	1.476	1.622	1.724	1.821
0.977	1.119	1.212	1.348	1.467	1.610	1.710	1.805
0.978	1.118	1.208	1.342	1.459	1.599	1.696	1.789
0.983	1.104	1.182	1.295	1.394	1.520	1.592	1.669
0.989	1.087	1.149	1.240	1.318	1.410	1.473	1.533
0.992	1.077	1.130	1.207	1.273	1.351	1.404	1.454
0.993	1.069	1.117	1.185	1.243	1.312	1.358	1.402
0.997	1.050	1.083	1.130	1.170	1.216	1.247	1.276

表 B.6　F 分布值

分母自由度	概率 γ*	分子自由度 1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.005	$0.0^{4}62$	0.0051	0.018	0.032	0.044	0.054	0.062	0.068	0.073
	0.01	$0.0^{3}25$	0.010	0.029	0.047	0.062	0.073	0.082	0.089	0.095
	0.05	0.0062	0.054	0.099	0.130	0.151	0.167	0.179	0.188	0.195
	0.10	0.025	0.117	0.181	0.220	0.246	0.265	0.279	0.289	0.298
	0.25	0.172	0.389	0.494	0.553	0.591	0.617	0.637	0.650	0.661
	0.75	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26
	0.90	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
	0.95	161.5	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5
	0.99	4052.	5000.	5403.	5625.	5764.	5859.	5928.	5981.	6023.
	0.995	16211	20000	21615	22500	23056	23437	23715	23925	24091
2	0.005	$0.0^{4}50$	0.0050	0.020	0.038	0.055	0.069	0.081	0.091	0.099
	0.01	$0.0^{3}20$	0.010	0.032	0.056	0.075	0.092	0.105	0.116	0.125
	0.05	0.0050	0.053	0.105	0.144	0.173	0.194	0.211	0.224	0.235
	0.10	0.020	0.111	0.183	0.231	0.265	0.289	0.307	0.321	0.333
	0.25	0.133	0.333	0.439	0.500	0.540	0.568	0.588	0.604	0.616
	0.75	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37
	0.90	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	0.95	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.36	19.37	19.39
	0.99	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
	0.995	198.5	199.0	199.2	199.2	199.3	199.3	199.4	199.4	199.4
3	0.005	$0.0^{4}46$	0.0050	0.021	0.041	0.060	0.077	0.092	0.104	0.115
	0.01	$0.0^{3}19$	0.010	0.034	0.060	0.083	0.102	0.118	0.132	0.143
	0.05	0.0046	0.052	0.108	0.152	0.185	0.210	0.230	0.246	0.259
	0.10	0.019	0.109	0.185	0.239	0.276	0.304	0.325	0.342	0.356
	0.25	0.122	0.317	0.424	0.489	0.531	0.561	0.582	0.600	0.613
	0.75	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44
	0.90	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	0.95	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	0.99	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.50	27.35
	0.995	55.55	49.80	47.47	46.20	45.39	44.84	44.43	44.13	43.88
4	0.005	$0.0^{4}44$	0.0050	0.022	0.043	0.064	0.083	0.100	0.114	0.126
	0.01	$0.0^{3}18$	0.010	0.035	0.063	0.088	0.109	0.127	0.143	0.156
	0.05	0.0044	0.052	0.110	0.157	0.193	0.221	0.243	0.261	0.275
	0.10	0.018	0.108	0.187	0.243	0.284	0.314	0.338	0.356	0.371
	0.25	0.117	0.309	0.418	0.484	0.528	0.560	0.583	0.601	0.615
	0.75	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08
	0.90	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	0.95	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	0.99	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
	0.995	31.33	26.28	24.26	23.16	22.46	21.98	21.62	21.35	21.14
5	0.005	$0.0^{4}43$	0.0050	0.022	0.045	0.067	0.087	0.105	0.120	0.134
	0.01	$0.0^{3}17$	0.010	0.035	0.064	0.091	0.114	0.134	0.151	0.165
	0.05	0.0043	0.052	0.111	0.160	0.198	0.228	0.252	0.271	0.287
	0.10	0.017	0.108	0.188	0.247	0.290	0.322	0.347	0.367	0.383
	0.25	0.113	0.305	0.415	0.483	0.528	0.560	0.584	0.604	0.618
	0.75	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89
	0.90	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	0.95	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	0.99	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
	0.995	22.78	18.31	16.53	15.56	14.94	14.51	14.20	13.96	13.77

* 由于偶然性实际方差的比小于表中值的概率为所给的 r. 超过表中值的概率 α 则等于 $1-\gamma$. 参考文献中没有给出的 $\nu_1\nu_2$ 的 F 值由下式求得.

$$F_{\gamma,\nu_2,\nu_1} = \frac{1}{F_{1-\gamma,\nu_1,\nu_2}} = \frac{1}{F_{\alpha,\nu_1\nu_2}}$$

分子自由度

10	15	20	30	40	50	60	100	∞
0.078	0.093	0.101	0.109	0.113	0.116	0.118	0.121	0.127
0.100	0.115	0.124	0.132	0.137	0.139	0.141	0.145	0.151
0.201	0.220	0.230	0.240	0.245	0.248	0.250	0.254	0.261
0.304	0.325	0.336	0.347	0.353	0.356	0.358	0.362	0.370
0.670	0.698	0.712	0.727	0.734	0.738	0.741	0.747	0.756
9.32	9.49	9.58	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.85
60.20	61.22	61.74	62.26	62.53	62.68	62.79	62.96	63.33
241.9	246.0	248.0	250.1	251.1	251.8	252.2	252.9	254.3
6056	6157.	6209.	6261.	6287.	6302.	6313.	6330.	6366.
24224	24630	24836	25044	25148	25210	25253	25325	25465
0.106	0.130	0.143	0.157	0.165	0.169	0.173	0.179	0.189
0.132	0.157	0.171	0.186	0.193	0.198	0.201	0.207	0.217
0.244	0.272	0.286	0.302	0.309	0.314	0.317	0.324	0.334
0.342	0.371	0.386	0.402	0.410	0.415	0.418	0.424	0.434
0.626	0.657	0.672	0.689	0.697	0.702	0.705	0.711	0.721
3.38	3.41	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46	3.47	3.48
9.39	9.42	9.44	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.43	19.45	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.50
99.40	99.43	99.45	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
199.4	199.4	199.4	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5
0.124	0.154	0.172	0.191	0.201	0.207	0.211	0.220	0.234
0.153	0.185	0.203	0.222	0.232	0.238	0.242	0.251	0.264
0.270	0.304	0.323	0.342	0.352	0.358	0.363	0.370	0.384
0.367	0.402	0.420	0.439	0.449	0.455	0.459	0.467	0.480
0.624	0.658	0.675	0.693	0.702	0.708	0.711	0.719	0.730
2.44	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47
5.23	5.20	5.18	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.70	8.66	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
27.23	26.87	26.69	26.50	26.41	26.36	26.32	26.24	26.12
43.69	43.08	42.78	42.47	42.31	42.22	42.15	42.03	41.83
0.137	0.172	0.193	0.216	0.229	0.237	0.242	0.253	0.269
0.167	0.204	0.226	0.249	0.261	0.269	0.274	0.285	0.301
0.288	0.327	0.349	0.372	0.384	0.391	0.396	0.407	0.422
0.384	0.424	0.445	0.467	0.478	0.485	0.490	0.500	0.514
0.627	0.664	0.683	0.702	0.712	0.718	0.722	0.731	0.743
2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
3.92	3.87	3.84	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.86	5.80	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
14.55	14.20	14.20	13.84	13.74	13.69	13.65	13.59	13.46
20.97	20.44	20.17	19.89	19.75	19.67	19.61	19.51	19.32
0.146	0.186	0.210	0.237	0.251	0.260	0.266	0.279	0.299
0.177	0.219	0.244	0.270	0.285	0.293	0.299	0.312	0.331
0.301	0.345	0.369	0.395	0.408	0.417	0.422	0.432	0.452
0.397	0.440	0.463	0.488	0.501	0.508	0.514	0.524	0.541
0.631	0.669	0.690	0.711	0.722	0.728	0.732	0.741	0.755
1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87
3.30	3.24	3.21	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.10
4.74	4.62	4.56	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.36
10.05	9.72	9.55	9.38	9.29	9.24	9.20	9.13	9.02
13.62	13.15	12.90	12.66	12.53	12.46	12.40	12.31	12.14

表 B.6 F 分布值(续)

分母自由度	概率 γ	分子自由度 1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	0.005	$0.0^4 43$	0.0050	0.022	0.045	0.069	0.090	0.109	0.126	0.140
	0.01	$0.0^3 17$	0.010	0.036	0.066	0.094	0.118	0.139	0.157	0.172
	0.05	0.0043	0.052	0.112	0.162	0.202	0.233	0.259	0.279	0.296
	0.10	0.017	0.107	0.189	0.249	0.294	0.327	0.354	0.375	0.392
	0.25	0.111	0.302	0.413	0.481	0.524	0.561	0.586	0.606	0.622
	0.75	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77
	0.90	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	0.95	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	0.99	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	0.995	18.64	14.54	12.92	12.03	11.46	11.07	10.79	10.57	10.39
7	0.005	$0.0^4 42$	0.0050	0.023	0.046	0.070	0.093	0.113	0.130	0.145
	0.01	$0.0^3 17$	0.010	0.036	0.067	0.096	0.121	0.143	0.162	0.178
	0.05	0.0042	0.052	0.113	0.164	0.205	0.238	0.264	0.286	0.304
	0.10	0.017	0.107	0.190	0.251	0.297	0.332	0.359	0.381	0.399
	0.25	0.110	0.300	0.412	0.481	0.528	0.562	0.588	0.608	0.624
	0.75	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69
	0.90	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	0.95	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	0.99	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	0.995	16.24	12.40	10.88	10.05	9.52	9.16	8.89	8.68	8.51
8	0.005	$0.0^4 42$	0.0050	0.027	0.047	0.072	0.095	0.115	0.133	0.149
	0.01	$0.0^3 17$	0.010	0.036	0.068	0.097	0.123	0.146	0.166	0.183
	0.05	0.0042	0.052	0.113	0.166	0.208	0.241	0.268	0.291	0.310
	0.10	0.017	0.107	0.190	0.253	0.299	0.335	0.363	0.386	0.405
	0.25	0.109	0.298	0.411	0.481	0.529	0.563	0.589	0.610	0.627
	0.75	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.64
	0.90	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	0.95	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	0.99	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
	0.995	14.69	11.04	9.60	8.81	8.30	7.95	7.69	7.50	7.34
9	0.005	$0.0^4 42$	0.0050	0.023	0.047	0.073	0.096	0.117	0.136	0.153
	0.01	$0.0^3 17$	0.010	0.037	0.068	0.098	0.125	0.149	0.169	0.187
	0.05	0.0040	0.052	0.113	0.167	0.210	0.244	0.272	0.296	0.315
	0.10	0.017	0.107	0.191	0.254	0.302	0.338	0.367	0.390	0.410
	0.25	0.108	0.297	0.410	0.480	0.529	0.564	0.591	0.612	0.629
	0.75	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59
	0.90	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	0.95	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	0.99	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
	0.995	13.61	10.11	8.72	7.96	7.47	7.13	6.88	6.69	6.54
10	0.005	$0.0^4 41$	0.0050	0.023	0.048	0.073	0.098	0.119	0.139	0.156
	0.01	$0.0^3 17$	0.010	0.037	0.069	0.100	0.127	0.151	0.172	0.190
	0.05	0.0041	0.052	0.114	0.168	0.211	0.246	0.275	0.299	0.319
	0.10	0.017	0.106	0.191	0.255	0.303	0.340	0.370	0.394	0.414
	0.25	0.107	0.296	0.409	0.480	0.529	0.565	0.592	0.613	0.631
	0.75	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56
	0.90	3.28	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	0.95	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	0.99	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
	0.995	12.83	9.43	8.08	7.34	6.87	6.54	6.30	6.12	5.97

分子自由度								
10	15	20	30	40	50	60	100	∞
0.153	0.197	0.224	0.253	0.269	0.279	0.286	0.301	0.324
0.186	0.232	0.258	0.288	0.304	0.313	0.321	0.334	0.357
0.311	0.358	0.385	0.413	0.428	0.437	0.444	0.457	0.476
0.406	0.453	0.478	0.505	0.519	0.526	0.533	0.546	0.564
0.635	0.675	0.696	0.718	0.729	0.736	0.741	0.751	0.765
1.77	1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74
2.94	2.87	2.84	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.72
4.06	3.94	3.87	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.67
7.87	7.56	7.40	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.88
10.25	9.81	9.59	9.36	9.24	9.17	9.12	9.03	8.88
0.159	0.206	0.235	0.267	0.285	0.296	0.304	0.319	0.345
0.192	0.241	0.270	0.303	0.320	0.331	0.339	0.355	0.379
0.319	0.369	0.398	0.428	0.445	0.455	0.461	0.476	0.498
0.414	0.463	0.491	0.519	0.534	0.543	0.550	0.562	0.582
0.637	0.679	0.702	0.725	0.737	0.745	0.749	0.760	0.775
1.69	1.68	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65
2.70	2.63	2.59	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.47
3.64	3.51	3.44	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
6.62	6.31	6.16	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.65
8.38	7.97	7.75	7.53	7.42	7.35	7.31	7.22	7.08
0.164	0.214	0.244	0.279	0.299	0.311	0.319	0.337	0.364
0.198	0.250	0.281	0.315	0.334	0.346	0.354	0.372	0.398
0.326	0.379	0.409	0.441	0.459	0.469	0.477	0.493	0.516
0.421	0.472	0.500	0.531	0.547	0.556	0.562	0.578	0.599
0.640	0.684	0.707	0.730	0.743	0.751	0.756	0.767	0.783
1.63	1.62	1.61	1.60	1.59	1.59	1.59	1.58	1.58
2.54	2.46	2.42	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.29
3.35	3.22	3.15	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
5.81	5.52	5.36	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.86
7.21	6.81	6.61	6.40	6.29	6.22	6.18	6.09	5.95
0.168	0.220	0.253	0.290	0.310	0.324	0.332	0.351	0.382
0.202	0.257	0.289	0.326	0.346	0.358	0.368	0.386	0.415
0.331	0.386	0.418	0.452	0.471	0.483	0.490	0.508	0.532
0.426	0.479	0.509	0.541	0.558	0.568	0.575	0.588	0.613
0.643	0.687	0.711	0.736	0.749	0.757	0.762	0.773	0.791
1.59	1.57	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53
2.42	2.34	2.30	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.16
3.14	3.01	2.94	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.71
5.26	4.96	4.81	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.31
6.42	6.03	5.83	5.62	5.52	5.45	5.41	5.32	5.19
0.171	0.226	0.260	0.299	0.321	0.334	0.344	0.365	0.397
0.206	0.263	0.297	0.336	0.357	0.370	0.380	0.400	0.431
0.336	0.393	0.426	0.462	0.481	0.493	0.502	0.518	0.546
0.430	0.486	0.516	0.549	0.567	0.578	0.586	0.602	0.625
0.645	0.691	0.714	0.740	0.754	0.762	0.767	0.779	0.797
1.55	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.48
2.32	2.24	2.20	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.06
2.98	2.85	2.77	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.54
4.85	4.56	4.41	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	3.91
5.85	5.47	5.27	5.07	4.97	4.90	4.86	4.77	4.64

表 B.6 F 分布值(续)

分母自由度	概率 γ	分子自由度								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	0.005	0.0^439	0.0050	0.023	0.048	0.075	0.100	0.122	0.143	0.161
	0.01	0.0^316	0.010	0.037	0.070	0.101	0.130	0.155	0.176	0.196
	0.05	0.0041	0.052	0.114	0.169	0.214	0.250	0.280	0.305	0.325
	0.10	0.016	0.106	0.192	0.257	0.306	0.344	0.375	0.400	0.420
	0.25	0.106	0.295	0.408	0.480	0.530	0.566	0.594	0.616	0.633
	0.75	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51
	0.90	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	0.95	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	0.99	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
	0.995	11.75	8.51	7.23	6.52	6.07	5.76	5.52	5.35	5.20
15	0.005	0.0^439	0.0050	0.023	0.049	0.076	0.102	0.125	0.147	0.165
	0.01	0.0^316	0.010	0.037	0.070	0.103	0.132	0.158	0.181	0.202
	0.05	0.0041	0.051	0.115	0.170	0.216	0.254	0.285	0.311	0.333
	0.10	0.016	0.106	0.192	0.258	0.309	0.348	0.380	0.406	0.427
	0.25	0.105	0.293	0.407	0.480	0.531	0.568	0.596	0.618	0.637
	0.75	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46
	0.90	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	0.95	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	0.99	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
	0.995	10.80	7.70	6.48	5.80	5.37	5.07	4.85	4.67	4.54
20	0.005	0.0^439	0.0050	0.023	0.050	0.077	0.104	0.129	0.151	0.171
	0.01	0.0^316	0.010	0.037	0.071	0.105	0.135	0.162	0.187	0.208
	0.05	0.0040	0.051	0.115	0.172	0.219	0.258	0.290	0.318	0.340
	0.10	0.016	0.106	0.193	0.260	0.312	0.353	0.385	0.412	0.435
	0.25	0.104	0.292	0.407	0.480	0.531	0.569	0.598	0.622	0.641
	0.75	1.40	1.49	1.48	1.47	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41
	0.90	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96
	0.95	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
	0.99	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
	0.995	9.94	6.99	5.82	5.17	4.76	4.47	4.26	4.09	3.96
25	0.005	0.0^440	0.0050	0.023	0.050	0.078	0.106	0.131	0.154	0.175
	0.01	0.0^316	0.010	0.038	0.072	0.106	0.137	0.165	0.190	0.212
	0.05	0.0040	0.051	0.116	0.173	0.221	0.260	0.293	0.321	0.345
	0.10	0.016	0.106	0.193	0.261	0.313	0.355	0.388	0.416	0.439
	0.25	0.104	0.291	0.406	0.480	0.532	0.570	0.600	0.624	0.643
	0.75	1.39	1.47	1.46	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38
	0.90	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
	0.95	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
	0.99	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22
	0.995	9.48	6.60	5.46	4.84	4.43	4.15	3.94	3.78	3.64
30	0.005	0.0^440	0.0050	0.024	0.050	0.079	0.107	0.133	0.156	0.178
	0.01	0.0^316	0.010	0.038	0.072	0.107	0.138	0.167	0.192	0.215
	0.05	0.0040	0.051	0.116	0.174	0.222	0.263	0.296	0.325	0.349
	0.10	0.016	0.106	0.193	0.262	0.315	0.357	0.391	0.420	0.443
	0.25	0.103	0.290	0.406	0.480	0.532	0.571	0.601	0.625	0.645
	0.75	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36
	0.90	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
	0.95	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
	0.99	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
	0.995	9.18	6.35	5.24	4.67	4.23	3.95	3.74	3.58	3.45

分子自由度								
10	15	20	30	40	50	60	100	∞
0.177	0.235	0.272	0.315	0.339	0.355	0.365	0.388	0.424
0.212	0.273	0.310	0.352	0.375	0.391	0.401	0.422	0.458
0.343	0.404	0.439	0.478	0.499	0.513	0.522	0.541	0.571
0.438	0.496	0.528	0.564	0.583	0.595	0.604	0.621	0.647
0.649	0.695	0.721	0.748	0.762	0.771	0.777	0.789	0.808
1.50	1.48	1.47	1.45	1.45	1.44	1.44	1.43	1.42
2.19	2.10	2.06	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.90
2.75	2.62	2.54	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.30
4.30	4.01	3.86	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.36
5.09	4.72	4.53	4.33	4.23	4.17	4.12	4.04	3.90
0.183	0.246	0.286	0.333	0.360	0.377	0.389	0.415	0.457
0.219	0.284	0.324	0.370	0.397	0.413	0.425	0.450	0.490
0.351	0.416	0.454	0.496	0.519	0.535	0.545	0.565	0.600
0.446	0.507	0.542	0.581	0.602	0.614	0.624	0.641	0.672
0.652	0.701	0.728	0.757	0.772	0.782	0.788	0.802	0.822
1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.38	1.36
2.06	1.97	1.92	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.40	2.33	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.07
3.80	3.52	3.37	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.87
4.42	4.07	3.88	3.69	3.59	3.52	3.48	3.39	3.26
0.190	0.258	0.301	0.354	0.385	0.405	0.419	0.448	0.500
0.227	0.297	0.340	0.392	0.422	0.441	0.455	0.483	0.532
0.360	0.430	0.471	0.518	0.544	0.562	0.572	0.595	0.637
0.454	0.520	0.557	0.600	0.623	0.637	0.648	0.671	0.704
0.656	0.708	0.736	0.767	0.784	0.794	0.801	0.816	0.840
1.40	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.32	1.31	1.29
1.94	1.84	1.79	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.61
2.35	2.20	2.12	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.84
3.37	3.09	2.94	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.42
3.85	3.50	3.32	3.12	3.02	2.96	2.92	2.83	2.69
0.194	0.265	0.312	0.369	0.403	0.425	0.440	0.474	0.533
0.231	0.305	0.352	0.407	0.440	0.462	0.476	0.509	0.564
0.366	0.438	0.482	0.532	0.561	0.577	0.591	0.617	0.663
0.460	0.528	0.568	0.613	0.637	0.654	0.665	0.688	0.727
0.659	0.713	0.742	0.774	0.792	0.803	0.811	0.827	0.852
1.37	1.34	1.32	1.31	1.29	1.29	1.28	1.27	1.25
1.87	1.77	1.72	1.66	1.63	1.61	1.59	1.57	1.52
2.24	2.09	2.01	1.92	1.87	1.84	1.82	1.78	1.71
3.13	2.85	2.70	2.54	2.45	2.41	2.36	2.30	2.17
3.54	3.20	3.01	2.82	2.72	2.66	2.61	2.53	2.38
0.197	0.271	0.320	0.381	0.416	0.441	0.457	0.495	0.559
0.235	0.311	0.360	0.419	0.454	0.476	0.493	0.529	0.590
0.370	0.445	0.490	0.543	0.573	0.592	0.606	0.637	0.685
0.464	0.534	0.575	0.623	0.649	0.667	0.678	0.704	0.746
0.661	0.716	0.746	0.780	0.798	0.810	0.818	0.835	0.862
1.35	1.32	1.30	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.23
1.82	1.72	1.67	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.46
2.16	2.01	1.93	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.62
2.98	2.70	2.55	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.01
3.34	3.01	2.82	2.63	2.52	2.46	2.42	2.32	2.18

表 B.6　F分布值(续)

分母自由度	概率 γ	分子自由度 1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.005	$0.0^4 40$	0.0050	0.024	0.051	0.080	0.108	0.135	0.159	0.181
	0.01	$0.0^3 16$	0.010	0.038	0.073	0.108	0.140	0.169	0.195	0.219
	0.05	0.0040	0.051	0.116	0.175	0.224	0.265	0.299	0.329	0.354
	0.10	0.016	0.106	0.194	0.263	0.317	0.360	0.394	0.424	0.448
	0.25	0.103	0.290	0.405	0.480	0.533	0.572	0.603	0.627	0.647
	0.75	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34
	0.90	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79
	0.95	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
	0.99	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
	0.995	8.83	6.07	4.98	4.37	3.99	3.71	3.51	3.35	3.22
60	0.005	$0.0^4 40$	0.0050	0.024	0.051	0.081	0.110	0.137	0.162	0.185
	0.01	$0.0^3 16$	0.010	0.038	0.073	0.109	0.142	0.172	0.199	0.223
	0.05	0.0040	0.051	0.116	0.176	0.226	0.267	0.303	0.333	0.359
	0.10	0.016	0.106	0.194	0.264	0.318	0.362	0.398	0.418	0.453
	0.25	0.102	0.289	0.405	0.480	0.534	0.573	0.604	0.629	0.650
	0.75	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31
	0.90	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74
	0.95	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
	0.99	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
	0.995	8.49	5.80	4.73	4.14	3.76	3.49	3.29	3.13	3.01
80	0.005	$0.0^4 40$	0.0050	0.024	0.051	0.081	0.110	0.138	0.163	0.187
	0.01	$0.0^3 16$	0.010	0.038	0.074	0.109	0.142	0.173	0.200	0.225
	0.05	0.0040	0.051	0.117	0.176	0.226	0.269	0.304	0.334	0.362
	0.10	0.016	0.106	0.194	0.264	0.319	0.364	0.400	0.429	0.455
	0.25	0.102	0.289	0.405	0.481	0.534	0.574	0.604	0.630	0.651
	0.75	1.34	1.41	1.40	1.38	1.36	1.34	1.33	1.31	1.30
	0.90	2.77	2.37	2.15	2.02	1.92	1.85	1.79	1.75	1.71
	0.95	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00
	0.99	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64
	0.995	8.34	5.67	4.61	4.03	3.65	3.39	3.19	3.03	2.91
120	0.005	$0.0^4 39$	0.0050	0.024	0.051	0.081	0.111	0.139	0.165	0.189
	0.01	$0.0^3 16$	0.010	0.038	0.074	0.110	0.143	0.174	0.202	0.227
	0.05	0.0039	0.051	0.117	0.177	0.227	0.270	0.306	0.337	0.364
	0.10	0.016	0.105	0.194	0.265	0.320	0.365	0.401	0.432	0.458
	0.25	0.102	0.288	0.405	0.481	0.534	0.574	0.606	0.631	0.642
	0.75	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29
	0.90	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68
	0.95	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96
	0.99	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56
	0.995	8.18	5.54	4.50	3.92	3.55	3.28	3.09	2.93	2.81
∞	0.005	$0.0^4 39$	0.0050	0.024	0.052	0.082	0.113	0.141	0.168	0.193
	0.01	$0.0^3 16$	0.010	0.038	0.074	0.111	0.145	0.177	0.206	0.232
	0.05	0.0039	0.051	0.117	0.178	0.229	0.273	0.310	0.342	0.369
	0.10	0.016	0.105	0.195	0.266	0.322	0.367	0.406	0.436	0.463
	0.25	0.102	0.288	0.404	0.481	0.535	0.576	0.608	0.634	0.655
	0.75	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27
	0.90	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63
	0.95	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88
	0.99	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41
	0.995	7.88	5.30	4.28	3.72	3.35	3.09	2.90	2.74	2.62

分子自由度

10	15	20	30	40	50	60	100	
0.201	0.279	0.331	0.396	0.436	0.463	0.481	0.524	0.599
0.240	0.319	0.371	0.435	0.473	0.498	0.516	0.556	0.628
0.376	0.454	0.502	0.558	0.591	0.613	0.627	0.658	0.717
0.469	0.542	0.585	0.636	0.664	0.683	0.696	0.724	0.772
0.644	0.720	0.752	0.787	0.806	0.819	0.828	0.846	0.877
1.33	1.30	1.28	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.19
1.76	1.66	1.61	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.38
2.08	1.92	1.84	1.74	1.69	1.66	1.65	1.59	1.51
2.80	2.52	2.37	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.80
3.12	2.78	2.60	2.40	2.30	2.23	2.18	2.09	1.93
0.206	0.287	0.343	0.414	0.458	0.488	0.510	0.559	0.652
0.245	0.328	0.383	0.453	0.495	0.524	0.545	0.592	0.679
0.382	0.463	0.514	0.575	0.611	0.633	0.652	0.690	0.759
0.475	0.550	0.596	0.650	0.682	0.702	0.717	0.750	0.806
0.667	0.725	0.758	0.796	0.816	0.830	0.840	0.860	0.896
1.30	1.27	1.25	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.15
1.71	1.60	1.54	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.29
1.99	1.84	1.75	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.39
2.63	2.35	2.20	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.60
2.90	2.57	2.39	2.19	2.08	2.01	1.96	1.86	1.69
0.208	0.291	0.350	0.424	0.470	0.502	0.526	0.579	0.685
0.247	0.333	0.390	0.463	0.507	0.537	0.559	0.609	0.709
0.384	0.467	0.521	0.582	0.621	0.645	0.667	0.705	0.782
0.477	0.554	0.601	0.656	0.690	0.713	0.727	0.762	0.825
0.668	0.727	0.761	0.800	0.821	0.835	0.845	0.870	0.906
1.29	1.26	1.23	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.12
1.68	1.57	1.51	1.44	1.40	1.38	1.36	1.32	1.24
1.95	1.79	1.70	1.60	1.54	1.51	1.48	1.43	1.32
2.55	2.27	2.12	1.94	1.85	1.79	1.75	1.67	1.49
2.80	2.47	2.29	2.09	1.97	1.90	1.85	1.77	1.56
0.211	0.297	0.356	0.434	0.484	0.520	0.545	0.605	0.733
0.250	0.338	0.397	0.474	0.522	0.556	0.579	0.636	0.755
0.388	0.473	0.527	0.594	0.634	0.661	0.682	0.727	0.819
0.480	0.560	0.609	0.667	0.702	0.726	0.742	0.781	0.855
0.670	0.730	0.765	0.805	0.828	0.843	0.853	0.877	0.923
1.28	1.24	1.22	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.12
1.65	1.55	1.48	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.19
1.91	1.75	1.66	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.25
2.47	2.19	2.03	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.38
2.71	2.37	2.19	1.98	1.87	1.80	1.75	1.64	1.43
0.216	0.307	0.372	0.460	0.518	0.559	0.592	0.671	0.843*
0.256	0.349	0.413	0.499	0.554	0.595	0.625	0.699	0.858*
0.394	0.484	0.543	0.617	0.663	0.694	0.720	0.781	0.896*
0.487	0.570	0.622	0.687	0.726	0.752	0.774	0.826	0.919*
0.674	0.736	0.773	0.816	0.842	0.860	0.872	0.901	0.957*
1.25	1.22	1.19	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.04*
1.60	1.49	1.42	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.08*
1.83	1.67	1.57	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.11*
2.32	2.04	1.88	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.15*
2.52	2.19	2.00	1.79	1.67	1.59	1.53	1.40	1.17*

* 这些值是就 $\nu_1 = 500$ 而言；当 ν_1 和 ν_2 为∞时，所有值均为1.00。

表 B.7 平方与平方根

n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$
1	1	1.0000	51	2,601	7.1414	101	10,201	10.0499	151	22,801	12.2882
2	4	1.4142	52	2,704	7.2111	102	10,404	10.0995	152	23,104	12.3288
3	9	1.7321	53	2,809	7.2801	103	10,609	10.1489	153	23,409	12.3693
4	16	2.0000	54	2,916	7.3485	104	10,816	10.1980	154	23,716	12.4097
5	25	2.2361	55	3,025	7.4162	105	11,025	10.2470	155	24,025	12.4499
6	36	2.4495	56	3,136	7.4833	106	11,236	10.2956	156	24,336	12.4900
7	49	2.6458	57	3,249	7.5498	107	11,449	10.3441	157	24,649	12.5300
8	64	2.8284	58	3,364	7.6158	108	11,664	10.3923	158	24,964	12.5698
9	81	3.0000	59	3,481	7.6811	109	11,881	10.4403	159	25,281	12.6095
10	100	3.1623	60	3,600	7.7460	110	12,100	10.4881	160	25,600	12.6491
11	121	3.3166	61	3,721	7.8102	111	12,321	10.5357	161	25,921	12.6886
12	144	3.4641	62	3,844	7.8740	112	12,544	10.5830	162	26,244	12.7279
13	169	3.6056	63	3,969	7.9373	113	12,769	10.6301	163	26,569	12.7671
14	196	3.7417	64	4,096	8.0000	114	12,996	10.6771	164	26,896	12.8062
15	225	3.8730	65	4,225	8.0623	115	13,225	10.7238	165	27,225	12.8452
16	256	4.0000	66	4,356	8.1240	116	13,456	10.7703	166	27,556	12.8841
17	289	4.1231	67	4,489	8.1854	117	13,689	10.8167	167	27,889	12.9228
18	324	4.2426	68	4,624	8.2462	118	13,924	10.8628	168	28,224	12.9615
19	361	4.3589	69	4,761	8.3066	119	14,161	10.9087	169	28,561	13.0000
20	400	4.4721	70	4,900	8.3666	120	14,400	10.9545	170	28,900	13.0384
21	441	4.5826	71	5,041	8.4261	121	14,641	11.0000	171	29,241	13.0767
22	484	4.6904	72	5,184	8.4853	122	14,884	11.0454	172	29,584	13.1149
23	529	4.7958	73	5,329	8.5440	123	15,129	11.0905	173	29,929	13.1529
24	576	4.8990	74	5,476	8.6023	124	15,376	11.1355	174	30,276	13.1909
25	625	5.0000	75	5,625	8.6603	125	15,625	11.1803	175	30,625	13.2288
26	676	5.0990	76	5,776	8.7178	126	15,876	11.2250	176	30,976	13.2665
27	729	5.1962	77	5,929	8.7750	127	16,129	11.2694	177	31,329	13.3041
28	784	5.2915	78	6,084	8.8318	128	16,384	11.3137	178	31,684	13.3417
29	841	5.3852	79	6,241	8.8882	129	16,641	11.3578	179	32,041	13.3791
30	900	5.4772	80	6,400	8.9443	130	16,900	11.4018	180	32,400	13.4164
31	961	5.5678	81	6,561	9.0000	131	17,161	11.4455	181	32,761	13.4536
32	1,024	5.6569	82	6,724	9.0554	132	17,424	11.8491	182	33,124	13.4907
33	1,089	5.7446	83	6,889	9.1104	133	17,689	11.5326	183	33,489	13.5277
34	1,156	5.8310	84	7,056	9.1652	134	17,956	11.5758	184	33,856	13.5647
35	1,225	5.9161	85	7,225	9.2195	135	18,225	11.6190	185	34,225	13.6015
36	1,296	6.0000	86	7,396	9.2736	136	18,496	11.6619	186	34,596	13.6382
37	1,369	6.0828	87	7,569	9.3274	137	18,769	11.7047	187	34,969	13.6748
38	1,444	6.1644	88	7,744	9.3808	138	19,044	11.7473	188	35,344	13.7113
39	1,521	6.2450	89	7,921	9.4340	139	19,321	11.7898	189	35,721	13.7477
40	1,600	6.3246	90	8,100	9.4868	140	19,600	11.8322	190	36,100	13.7840
41	1,681	6.4031	91	8,281	9.5394	141	19,881	11.8743	191	36,481	13.8203
42	1,764	6.4807	92	8,464	9.5917	142	20,164	11.9164	192	36,864	13.8564
43	1,849	6.5574	93	8,649	9.6437	143	20,449	11.9583	193	37,249	13.8924
44	1,936	6.6332	94	8,836	9.6954	144	20,736	12.0000	194	37,636	13.9284
45	2,025	6.7082	95	9,025	9.7468	145	21,025	12.0416	195	38,025	13.9642
46	2,116	6.7823	96	9,216	9.7980	146	21,316	12.0830	196	38,416	14.0000
47	2,209	6.8557	97	9,409	9.8489	147	21,609	12.1244	197	38,809	14.0357
48	2,304	6.9282	98	9,604	9.8995	148	21,904	12.1655	198	39,204	14.0712
49	2,401	7.0000	99	9,801	9.9499	149	22,201	12.2066	199	39,601	14.1067
50	2,500	7.0711	100	10,000	10.0000	150	22,500	12.2474	200	40,000	14.1421

n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$
201	40,401	14.1774	251	63,001	15.8430	301	90,601	17.3494	351	123,201	18.7350
202	40,804	14.2127	252	63,504	15.8745	302	91,204	17.3781	352	123,904	18.7617
203	41,209	14.2478	253	64,009	15.9060	303	91,809	17.4069	353	124,609	18.7883
204	41,616	14.2829	254	64,516	15.9374	304	92,416	17.4356	354	125,316	18.8149
205	42,025	14.3178	255	65,025	15.9687	305	93,025	17.4642	355	126,025	18.8414
206	42,436	14.3527	256	65,536	16.0000	306	93,636	17.4929	356	126,736	18.8680
207	42,849	14.3875	257	66,049	16.0312	307	94,249	17.5214	357	127,449	18.8944
208	43,264	14.4222	258	66,564	16.0624	308	94,864	17.5499	358	128,164	18.9209
209	43,681	14.4568	259	67,081	16.0935	309	95,481	17.5784	359	128,881	18.9473
210	44,100	14.4914	260	67,600	16.1245	310	96,100	17.6068	360	129,600	18.9737
211	44,521	14.5258	261	68,121	16.1555	311	96,721	17.6352	361	130,321	19.0000
212	44,944	14.5602	262	68,644	16.1864	312	97,344	17.6635	362	131,044	19.0263
213	45,369	14.5945	263	69,169	16.2173	313	97,969	17.6918	363	131,769	19.0526
214	45,796	14.6287	264	69,696	16.2481	314	98,596	17.7200	364	132,496	19.0788
215	46,225	14.6629	265	70,225	16.2788	315	99,225	17.7482	365	133,225	19.1050
216	46,656	14.6969	266	70,756	16.3095	316	99,856	17.7764	366	133,956	19.1311
217	47,089	14.7309	267	71,289	16.3401	317	100,489	17.8045	367	134,689	19.1572
218	47,524	14.7648	268	71,824	16.3707	318	101,124	17.8326	368	135,424	19.1833
219	47,961	14.7986	269	72,361	16.4012	319	101,761	17.8606	369	136,161	19.2094
220	48,400	14.8324	270	72,900	16.4317	320	102,400	17.8885	370	136,900	19.2354
221	48,841	14.8661	271	73,441	16.4621	321	103,041	17.9165	371	137,641	19.2614
222	49,284	14.8997	272	73,984	16.4924	322	103,684	17.9444	372	138,384	19.2873
223	49,729	14.9332	273	74,529	16.5227	323	104,329	17.9722	373	139,129	19.3132
224	50,176	14.9666	274	75,076	16.5529	324	104,976	18.0000	374	139,876	19.3391
225	50,625	15.0000	275	75,625	16.5831	325	105,625	18.0278	375	140,625	19.3649
226	51,076	15.0333	276	76,176	16.6132	326	106,276	18.0555	376	141,376	19.3907
227	51,529	15.0665	277	76,729	16.6433	327	106,929	18.0831	377	142,129	19.4165
228	51,984	15.0997	278	77,284	16.6733	328	107,584	18.1108	378	142,884	19.4422
229	52,441	15.1327	279	77,841	16.7033	329	108,241	18.1384	379	143,641	19.4679
230	52,900	15.1658	280	78,400	16.7332	330	108,900	18.1659	380	144,400	19.4936
231	53,361	15.1987	281	78,961	16.7631	331	109,561	18.1934	381	145,161	19.5192
232	53,824	15.2315	282	79,524	16.7929	332	110,224	18.2209	382	145,924	19.5448
233	54,289	15.2643	283	80,089	16.8226	333	110,889	18.2483	383	146,689	19.5704
234	54,756	15.2971	284	80,656	16.8523	334	111,556	18.2757	384	147,456	19.5959
235	55,225	15.3297	285	81,225	16.8819	335	112,225	18.3030	385	148,225	19.6214
236	55,696	15.3623	286	81,796	16.9115	336	112,896	18.3303	386	148,996	19.6469
237	56,169	15.3948	287	82,369	16.9411	337	113,569	18.3576	387	149,769	19.6723
238	56,644	15.4272	288	82,944	16.9706	338	114,244	18.3848	388	150,544	19.6977
239	57,121	15.4596	289	83,521	17.0000	339	114,921	18.4120	389	151,321	19.7231
240	57,600	15.4919	290	84,100	17.0294	340	115,600	18.4391	390	152,100	19.7484
241	58,081	15.5242	291	84,681	17.0587	341	116,281	18.4662	391	152,881	19.7737
242	58,564	15.5563	292	85,264	17.0880	342	116,964	18.4932	392	153,664	19.7990
243	59,049	15.5885	293	85,849	17.1172	343	117,649	18.5203	393	154,449	19.8242
244	59,536	15.6205	294	86,436	17.1464	344	118,336	18.5472	394	155,236	19.8494
245	60,025	15.6525	295	87,025	17.1756	345	119,025	18.5742	395	156,025	19.8746
246	60,516	15.6844	296	87,616	17.2047	346	119,716	18.6011	396	156,816	19.8997
247	61,009	15.7162	297	88,209	17.2337	347	120,409	18.6279	397	157,609	19.9249
248	61,504	15.7480	298	88,804	17.2627	348	121,104	18.6548	398	158,404	19.9499
249	62,001	15.7797	299	89,401	17.2916	349	121,801	18.6815	399	159,201	19.9750
250	62,500	15.8114	300	90,000	17.3205	350	122,500	18.7083	400	160,000	20.0000

表 B.7 平方与平方根（续）

n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$
401	160,801	20.0250	451	203,401	21.2368	501	251,001	22.3830	551	303,601	23.4734
402	161,604	20.0499	452	204,304	21.2603	502	252,004	22.4054	552	304,704	23.4947
403	162,409	20.0749	453	205,209	21.2838	503	253,009	22.4277	553	305,809	23.5160
404	163,216	20.0998	454	206,116	21.3073	504	254,016	22.4499	554	306,916	23.5372
405	164,025	20.1246	455	207,025	21.3307	505	255,025	22.4722	555	308,025	23.5584
406	164,836	20.1494	456	207,936	21.3542	506	256,036	22.4944	556	309,136	23.5797
407	165,649	20.1742	457	208,849	21.3776	507	257,049	22.5167	557	310,249	23.6008
408	166,464	20.1990	458	209,764	21.4009	508	258,064	22.5389	558	311,364	23.6220
409	167,281	20.2237	459	210,681	21.4243	509	259,081	22.5610	559	312,481	23.6432
410	168,100	20.2485	460	211,600	21.4476	510	260,100	22.5832	560	313,600	23.6643
411	168,921	20.2731	461	212,521	21.4709	511	261,121	22.6053	561	314,721	23.6854
412	169,744	20.2978	462	213,444	21.4942	512	262,144	22.6274	562	315,844	23.7065
413	170,569	20.3224	463	214,369	21.5174	513	263,169	22.6495	563	316,969	23.7276
414	171,396	20.3470	464	215,296	21.5407	514	264,196	22.6716	564	318,096	23.7487
415	172,225	20.3715	465	216,225	21.5639	515	265,225	22.6936	565	319,225	23.7698
416	173,056	20.3961	466	217,156	21.5870	516	266,256	22.7156	566	320,356	23.7908
417	173,889	20.4206	467	218,089	21.6102	517	267,289	22.7376	567	321,489	23.8118
418	174,724	20.4450	468	219,024	21.6333	518	268,324	22.7596	568	322,624	23.8328
419	175,561	20.4695	469	219,964	21.6564	519	269,361	22.7816	569	323,761	23.8537
420	176,400	20.4939	470	220,900	21.6795	520	270,400	22.8035	570	324,900	23.8747
421	177,241	20.5183	471	221,841	21.7025	521	271,441	22.8254	571	326,041	23.8956
422	178,084	20.5426	472	222,784	21.7256	522	272,484	22.8473	572	327,184	23.9165
423	178,929	20.5670	473	223,729	21.7486	523	273,529	22.8692	573	328,329	23.9374
424	179,776	20.5913	474	224,676	21.7715	524	274,576	22.8910	574	329,476	23.9583
425	180,625	20.6155	475	225,625	21.7945	525	275,625	22.9129	575	330,625	23.9792
426	181,476	20.6398	476	226,576	21.8174	526	276,676	22.9347	576	331,776	24.0000
427	182,329	20.6640	477	227,529	21.8403	527	277,729	22.9565	577	332,929	24.0208
428	183,184	20.6882	478	228,484	21.8632	528	278,784	22.9783	578	334,084	24.0416
429	184,041	20.7123	479	229,441	21.8861	529	279,841	23.0000	579	335,241	24.0624
430	184,900	20.7364	480	230,400	21.9089	530	280,900	23.0217	580	336,400	24.0832
431	185,761	20.7605	481	231,361	21.9317	531	281,961	23.0434	581	337,561	24.1039
432	186,624	20.7846	482	232,324	21.9545	532	283,024	23.0651	582	338,724	24.1247
433	187,489	20.8087	483	233,289	21.9773	533	284,089	23.0868	583	339,889	24.1454
434	188,356	20.8327	484	234,256	22.0000	534	285,156	23.1084	584	341,056	24.1661
435	189,225	20.8567	485	235,225	22.0227	535	286,225	23.1301	585	342,225	24.1868
436	190,096	20.8806	486	236,196	22.0454	536	287,296	23.1517	586	343,396	24.2074
437	190,969	20.9045	487	237,169	22.0681	537	288,369	23.1733	587	344,569	24.2281
438	191,844	30.9284	488	238,144	22.0907	538	289,444	23.1948	588	345,744	14.2487
439	192,721	20.9523	489	239,121	22.1133	539	290,521	23.2164	589	346,921	24.2693
440	193,600	20.9762	490	240,100	22.1359	540	291,600	23.2379	590	348,100	24.2899
441	194,481	21.0000	491	241,081	22.1585	541	292,681	23.2594	591	349,281	24.3105
442	195,364	21.0238	492	242,064	22.1811	542	293,764	23.2809	592	350,464	24.3311
443	196,249	21.0476	493	243,049	22.2036	543	294,849	23.3024	593	351,649	24.3516
444	197,136	21.0713	494	244,036	22.2261	544	295,936	23.3238	594	352,836	24.3721
445	198,025	21.0950	495	245,025	22.2486	545	297,025	23.3452	595	354,025	24.3926
446	198,916	21.1187	496	246,016	22.2711	546	298,116	23.3666	596	355,216	24.4131
447	199,809	21.1424	497	247,009	22.2935	547	299,209	23.3880	597	356,409	24.4336
448	200,704	21.1660	498	248,004	22.3159	548	300,304	23.4094	598	357,604	24.4540
449	201,601	21.1896	499	249,001	22.3383	549	301,401	23.4307	599	358,801	24.4745
450	202,500	21.2132	500	250,000	22.3607	550	302,500	23.4521	600	360,000	24.4949

n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$
601	361,201	24.5153	651	423,801	25.5147	701	491,401	26.4764	751	564,001	27.4044
602	362,404	24.5357	652	425,104	25.5343	702	492,804	26.4953	752	565,504	27.4226
603	363,609	24.5561	653	426,409	25.5539	703	494,209	26.5141	753	567,009	27.4408
604	364,816	24.5764	654	427,716	25.5734	704	495,616	26.5330	754	568,516	27.4591
605	366,025	24.5967	655	429,025	25.5930	705	497,025	26.5518	755	570,025	27.4773
606	367,236	24.6171	656	430,336	25.6125	706	498,436	26.5707	756	571,536	27.4955
607	368,449	24.6374	657	431,649	25.6320	707	499,849	26,5895	757	573,049	27.5136
608	369,664	24.5477	658	432,964	25.6515	708	501,264	26.6083	758	574,564	27.5318
609	370,881	24.6779	659	434,281	25.6710	709	502,681	26.6271	759	576,081	27.5500
610	372,100	24.6982	660	435,600	25.6905	710	504,100	26.6458	760	577,600	27.5681
611	373,321	24.7184	661	436,921	26.7099	711	505,521	26.6646	761	579,121	27,5862
612	374,544	24.7386	662	438,244	25.7294	712	506,944	26.6833	762	580,644	27.6043
613	375,769	24.7588	663	439,569	25.7488	713	508,369	26.7021	763	582,169	27.6225
614	376,996	24.7790	664	440,896	25.7682	714	509,796	26.7208	764	583,696	27.6405
615	378,225	24.7992	665	442,225	25.7876	715	511,225	26.7395	765	585,225	27.6586
616	379,456	24.8193	666	443,556	25.8070	716	512,656	26.7582	766	586,756	27.6767
617	380,689	24.8395	667	444,889	25.8263	717	514,089	26.7769	767	588,289	27.6948
618	381,924	24.8596	668	446,224	25.8457	718	515,524	26.7955	768	589,824	27.7128
619	383,161	24.8797	669	447,561	25.8650	719	516,961	26.8142	769	591,261	27.7308
620	384,400	24.8998	670	448,900	25.8844	720	518,400	26.8328	770	592,900	27.7489
621	385,641	24.9199	671	450,241	25.9037	721	519,841	26.8514	771	594,441	27.7669
622	386,884	24.9399	672	451,584	25.9230	722	521,284	26.8701	772	595,984	27.7849
623	388,129	24.9600	673	452,929	25.9422	723	522,729	26.8887	773	597,529	27.8029
624	389,376	24.9800	674	454,276	25.9615	724	524,176	26.9072	774	599,076	27.8209
625	390,625	25.0000	675	455,625	25.9808	725	525,625	26.9258	775	600,625	27.8388
626	391,876	25.0200	676	456,976	26.0000	726	527,076	26.9444	776	602,176	27.8568
627	393,129	25.0400	677	458,329	26.0192	727	528,529	26.9629	777	603,729	27.8747
628	394,384	25.0599	678	459,684	26.0384	728	529,984	26.9815	778	605,284	27.8927
629	395,641	25.0799	679	461,041	26.0576	729	531,441	27.0000	779	606,841	27.9106
630	396,900	25.0998	680	462,400	26.0768	730	532,900	27.0185	780	608,400	27.9285
631	398,161	25.1197	681	463,761	26.0960	731	534,361	27.0370	781	609,961	27.9464
632	399,424	25.1396	682	465,124	26.1151	732	535,824	27.0555	782	611,524	27.9643
633	400,689	25.1595	683	466,489	26.1343	733	537,289	27.0740	783	613,089	27.9821
634	401,956	25.1794	684	467,856	26.1534	734	538,756	27.0924	784	614,656	28.0000
635	403,225	25.1992	685	469,225	26.1725	735	540,225	27.1109	785	616,225	28.0179
636	404,496	25.2190	686	470,596	26.1916	736	541,696	27.1293	786	617,796	28.0357
627	405,769	25.2389	687	471,969	26.2107	737	543,169	27.1477	787	619,369	28.0535
638	407,044	25.2587	688	473,344	26.2298	738	544,644	27.1662	788	620,944	28.0713
639	408,321	25.2784	689	474,721	26.2488	739	546,121	27.1846	789	622,521	28.0891
640	409,600	25.2982	690	476,100	26.2679	740	547,600	27.2029	790	624,100	28.1069
641	410,881	25.3180	691	477,481	26.2869	741	549,081	27.2213	791	625,681	28.1247
642	412,164	25.3377	692	478,864	26.3059	742	550,564	27.2397	792	427,264	28.1425
643	413,449	25.3574	693	480,249	26.3249	743	552,049	27.2580	793	628,849	28.1603
644	414,736	25.3772	694	481,636	26.3439	744	553,536	27.2764	794	630,436	28.1780
645	416,025	25.3969	695	483,025	26.3629	745	555,025	27.2947	795	632,025	28.1957
646	417,316	25.4165	696	484,416	26.3818	746	556,516	27.3130	796	633,616	28.2135
647	418,609	26.4362	697	485,809	26.4008	747	558,009	27.3313	797	635,209	28.2312
648	419,904	25.4558	698	487,204	26.4197	748	559,504	27.3496	798	636,804	28.2489
649	421,201	25.4755	699	488,601	26.4386	749	561,001	27.3679	799	638,401	28.2666
650	422,500	25.4951	700	490,000	26.4575	750	562,500	27.3861	800	640,000	28.2843

表 B.7 平方与平方根（续）

n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$
801	641,601	28.3019	851	724,201	29.1719	901	811,801	30.0167	951	904,401	30.8383
802	643,204	28.3196	852	725,904	29.1890	902	813,604	30.0333	952	906,304	30.8545
803	644,809	28.3373	853	727,609	29.2062	903	815,409	30.0500	953	908,209	30.8707
804	646,416	28.3549	854	729,316	29.2233	904	817,216	30.0666	954	910,116	30.8869
805	648,025	28.3725	855	731,025	29.2404	905	819,025	30.0832	955	912,025	30.9031
806	649,636	28.3901	856	732,736	29.2575	906	820,836	30.0998	956	913,936	30.9192
807	651,249	28.4077	857	734,449	29.2746	907	822,649	30.1164	957	915,849	30.9354
808	652,864	28.4253	858	736,164	29.2916	908	824,464	30.1330	958	917,764	30.9516
809	654,481	28.4429	859	737,881	29.3087	909	826,281	30.1496	959	919,681	30.9677
810	656,100	28.4605	860	739,600	29.3258	910	828,100	30.1662	960	921,600	30.9839
811	657,721	28.4781	861	741,321	29.3428	911	829,921	30.1828	961	923,521	31.0000
812	659,344	28.4956	862	743,044	29.3598	912	831,744	30.1993	962	925,444	31.0161
813	660,969	28.5132	863	744,769	29.3769	913	833,569	30.2159	963	927,369	31.0322
814	662,596	28.5307	864	746,496	29.3939	914	835,396	30.2324	964	929,296	31.0483
815	664,225	28.5482	865	748,225	29.4109	915	837,225	30.2490	965	931,255	31.0644
816	665,856	28.5657	866	749,956	29.4279	916	839,056	30.2655	966	933,156	31.0805
817	667,489	28.5832	867	751,689	29.4449	917	840,889	30.2820	967	935,089	31.0966
818	669,124	28.6007	868	753,424	29.4618	918	842,724	30.2985	969	937,024	31.1127
819	670,761	28.6182	869	755,161	29.4788	919	844,561	30.3150	969	938,961	31.1288
820	672,400	28.6356	870	756,900	29.4958	920	846,400	30.3315	970	940,900	31.1448
821	674,041	28.6531	871	758,641	29.5127	921	848,241	30.3480	971	942,841	31.1609
822	675,684	28.6705	872	760,384	29.5296	922	850,084	30.3645	972	944,784	31.1769
823	677,329	28.6880	873	762,129	29.5466	923	851,929	30.3809	973	946,729	31.1929
824	678,976	28.7054	874	763,876	29.5635	924	853,776	30.3974	974	948,676	31.2090
825	680,625	28.7228	875	765,625	29.5804	925	855,625	30.4138	975	950,625	31.2250
826	682,276	28.7402	876	767,376	29.5973	926	857,476	30.4302	976	952,576	31.2410
827	683,929	28.7576	877	769,129	29.6142	927	859,329	30.4468	977	954,529	31.2570
828	685,584	28.7750	878	770,884	29.6311	928	861,184	30.4631	978	956,484	31.2730
829	687,241	28.7924	879	772,641	29.6479	929	863,041	30.4795	979	958,441	31.2890
830	688,900	28.8097	880	774,400	29.6648	930	864,900	30.4959	980	960,400	31.3050
831	690,561	28.8271	881	776,161	29.6816	931	866,761	30.5123	981	962,361	31.3209
832	692,224	28.8444	882	777,924	29.6985	932	868,624	30.5287	982	964,324	31.3369
833	693,889	28.8617	883	779,689	29.7153	933	870,489	30.5450	983	966,289	31.3528
834	695,556	28.8791	884	781,456	29.7321	934	872,356	30.5614	984	968,256	31.3688
835	697,225	28.8964	885	783,225	29.7489	935	874,225	30.5778	985	970,225	31.3847
836	698,896	28.9137	886	784,996	29.7658	936	876,096	30.5941	986	972,196	31.4006
837	700,569	28.9310	887	786,769	29.7825	937	877,969	30.6105	987	974,169	31.4166
838	702,244	28.9482	888	788,544	29.7993	938	879,844	30.6268	988	976,144	31.4325
839	703,921	28.9655	889	790,321	29.8161	939	881,721	30.6431	989	978,121	31.4484
840	705,600	28.9828	890	792,100	29.8329	940	883,600	30.6594	990	980,100	31.4643
841	707,281	29.0000	891	793,881	29.8496	941	885,481	30.6757	991	982,081	31.4802
842	708,964	29.0172	892	795,664	29.8664	942	887,364	30.6920	992	984,064	31.4960
843	710,649	29.0345	893	797,449	29.8831	943	889,249	30.7083	993	986,049	31.5119
844	712,336	29.0517	894	799,236	29.8998	944	891,136	30.7246	994	988,036	31.5278
845	714,025	29.0689	895	801,025	29.9166	945	893,025	30.7409	995	990,025	31.5436
846	715,716	29.0861	896	802,816	29.9333	946	894,916	30.7571	996	992,016	31.5595
847	717,409	29.1033	897	804,609	29.9500	947	896,809	30.7734	997	994,009	31.5753
848	719,104	29.1204	898	806,404	29.9666	948	898,704	30.7896	998	996,004	31.5911
849	720,801	29.1376	899	808,201	29.9833	949	900,601	30.8058	999	998,001	31.6070
850	722,500	29.1548	900	810,000	30.0000	950	902,500	30.8221	1000	1,000,000	31.6228

附录 C 可靠性用表

表 C.1 系统可靠度同并行工作分枝数、每个分枝的可靠度和容许失效数*的关系

容许失效数	R_i								
	0.50	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999
2 枝并联									
0*	0.2500	0.3600	0.5625	0.8100	0.9025	0.9506	0.9801	0.99002	0.99800
1	0.7500	0.8400	0.9375	0.9900	0.9975	0.9994	0.9999	0.99998	1.00000
3 枝并联									
0	0.1250	0.2160	0.4219	0.7290	0.8574	0.9269	0.9703	0.98507	0.99700
1	0.5000	0.6480	0.8438	0.9720	0.9928	0.9982	0.9997	0.99993	1.00000
2	0.8750	0.9360	0.9844	0.9990	0.9999	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
4 枝并联									
0	0.0625	0.1296	0.3164	0.6561	0.8145	0.9037	0.9606	0.98015	0.99600
1	0.3125	0.4752	0.7383	0.9477	0.9860	0.9964	0.9994	0.99985	0.99998
2	0.6875	0.8208	0.9492	0.9963	0.9995	0.9999	1.0000	1.00000	1.00000
3	0.9375	0.9744	0.9961	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
5 枝并联									
0	0.0312	0.0778	0.2373	0.5905	0.7738	0.8811	0.9510	0.97525	0.99501
1	0.1875	0.3370	0.6328	0.9185	0.9774	0.9941	0.9990	0.99975	0.99999
2	0.5000	0.6826	0.8965	0.9914	0.9988	0.9998	1.0000	1.00000	1.00000
3	0.8125	0.9130	0.9844	0.9995	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
4	0.9688	0.9898	0.9990	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
6 枝并联									
0	0.0156	0.0467	0.1780	0.5314	0.7351	0.8591	0.9415	0.97037	0.99401
1	0.1094	0.2333	0.5339	0.8857	0.9672	0.9912	0.9986	0.99963	0.99999
2	0.3438	0.5443	0.8306	0.9841	0.9978	0.9997	1.0000	1.00000	1.00000
3	0.6562	0.8208	0.9624	0.9987	0.9999	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
4	0.8906	0.9590	0.9954	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
5	0.9844	0.9959	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
7 枝并联									
0	0.0078	0.0280	0.1335	0.4783	0.6983	0.8376	0.9321	0.96552	0.99302
1	0.0625	0.1586	0.4449	0.8503	0.9556	0.9879	0.9980	0.99948	0.99998
2	0.2266	0.4199	0.7564	0.9743	0.9962	0.9995	1.0000	1.00000	1.00000
3	0.5000	0.7102	0.9294	0.9973	0.9998	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
4	0.7734	0.9037	0.9871	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
5	0.9375	0.9812	0.9987	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
6	0.9922	0.9984	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000

表 C.1 系统可靠度同并行工作分枝数、每个分枝的可靠度和容许失效数*的关系(续)

容许失效数	R_i								
	0.50	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999
					8 枝并联				
0	0.0039	0.0168	0.1001	0.4305	0.6634	0.8167	0.9227	0.96069	0.99203
1	0.0352	0.1064	0.3671	0.8131	0.9428	0.9842	0.9973	0.99931	0.99997
2	0.1445	0.3154	0.6785	0.9619	0.9942	0.9992	0.9999	0.99999	1.00000
3	0.3633	0.5941	0.8862	0.9950	0.9996	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
4	0.6367	0.8263	0.9727	0.9996	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
5	0.8555	0.9502	0.9958	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
6	0.9648	0.9915	0.9996	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
7	0.9961	0.9993	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
					9 枝并联				
0	0.0020	0.0101	0.0751	0.3874	0.6302	0.7962	0.9135	0.95589	0.99104
1	0.0195	0.0705	0.3003	0.7748	0.9288	0.9800	0.9966	0.99912	0.99996
2	0.0898	0.2318	0.6007	0.9470	0.9916	0.9988	0.9999	0.99999	1.00000
3	0.2539	0.4826	0.8343	0.9917	0.9994	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
4	0.5000	0.7334	0.9511	0.9991	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
5	0.7461	0.9006	0.9900	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
6	0.9102	0.9750	0.9987	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
7	0.9805	0.9962	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
					10 枝并联				
0	0.0010	0.0060	0.0563	0.3487	0.5987	0.7763	0.9044	0.95111	0.99004
1	0.0107	0.0464	0.2440	0.7361	0.9139	0.9754	0.9957	0.99890	0.99996
2	0.0547	0.1673	0.5256	0.9298	0.9885	0.9984	0.9999	0.99999	1.00000
3	0.1719	0.3823	0.7759	0.9872	0.9990	0.9999	1.0000	1.00000	1.00000
4	0.3770	0.6331	0.9219	0.9984	0.9999	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
5	0.6230	0.8338	0.9803	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
6	0.8281	0.9452	0.9965	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
7	0.9453	0.9877	0.9996	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
					15 枝并联				
0	0.0000	0.0005	0.0134	0.2059	0.4633	0.6840	0.8601	0.92757	0.98510
1	0.0005	0.0052	0.0802	0.5490	0.8290	0.9471	0.9904	0.99749	0.99990
2	0.0037	0.0271	0.2361	0.8159	0.9638	0.9943	0.9996	0.99995	1.00000
3	0.0176	0.0905	0.4613	0.9444	0.9945	0.9996	1.0000	1.00000	1.00000
4	0.0592	0.2173	0.6865	0.9873	0.9994	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000

容许失效数	R_i								
	0.50	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999
				15 枚并联(续)					
5	0.1509	0.4032	0.8516	0.9978	0.9999	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
6	0.3036	0.6098	0.9434	0.9997	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
7	0.5000	0.7869	0.9827	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
8	0.6964	0.9050	0.9958	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
9	0.8491	0.9662	0.9992	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
				20 枚并联					
0	0.0000	0.0000	0.0032	0.1216	0.3585	0.6027	0.8179	0.90461	0.98019
1	0.0000	0.0005	0.0243	0.3918	0.7358	0.9118	0.9831	0.99553	0.99981
2	0.0002	0.0036	0.0913	0.6769	0.9245	0.9870	0.9990	0.99987	1.00000
3	0.0013	0.0160	0.2252	0.8670	0.9841	0.9986	1.0000	1.00000	1.00000
4	0.0059	0.0510	0.4148	0.9568	0.9974	0.9999	1.0000	1.00000	1.00000
5	0.0207	0.1256	0.6172	0.9888	0.9997	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
6	0.0577	0.2500	0.7858	0.9976	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
7	0.1316	0.4159	0.8982	0.9996	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
8	0.2517	0.5956	0.9591	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
9	0.4119	0.7553	0.9861	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
10	0.5881	0.8725	0.9961	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000
11	0.7483	0.9435	0.9991	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00000	1.00000

* 不容许失效相当于串联系统。

表 C.2a 在50%置信度下由试验数和失效数确定的可靠度

失效数	试验数 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.500	0.7071	0.7937	0.8409	0.8706	0.8909	0.9057	0.9170	0.9259	0.9330
1	.....	0.2929	0.5000	0.6143	0.6862	0.7356	0.7715	0.7989	0.8204	0.8377
2	.....	.....	0.2063	0.3857	0.5000	0.5786	0.6359	0.6795	0.7138	0.7414
3	.....	.....	.....	0.1591	0.3138	0.4214	0.5000	0.5598	0.6069	0.6449
4	.....	.....	.....	.....	0.1294	0.2644	0.3641	0.4402	0.5000	0.5483
5	.....	.....	.....	.....	.....	0.1091	0.2285	0.3205	0.3931	0.4517

失效数	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70
0	0.9548	0.9659	0.9727	0.9772	0.9804	0.9828	0.9847	0.9862	0.9885	0.9901
1	0.8906	0.9175	0.9338	0.9447	0.9525	0.9584	0.9630	0.9667	0.9722	0.9761
2	0.8257	0.8685	0.8945	0.9119	0.9243	0.9337	0.9410	0.9469	0.9557	0.9620
3	0.7606	0.8194	0.8551	0.8790	0.8961	0.9090	0.9190	0.9270	0.9391	0.9478
4	0.6955	0.7703	0.8156	0.8460	0.8678	0.8842	0.8970	0.9072	0.9226	0.9336
5	0.6303	0.7212	0.7762	0.8131	0.8395	0.8594	0.8749	0.8874	0.9060	0.9194
6	0.5652	0.6720	0.7368	0.7801	0.8113	0.8346	0.8529	0.8675	0.8895	0.9052
7	0.5000	0.6229	0.6973	0.7472	0.7830	0.8099	0.8308	0.8476	0.8729	0.8910
8	0.4348	0.5737	0.6578	0.7142	0.7547	0.7851	0.8088	0.8278	0.8563	0.8767
9	0.3697	0.5246	0.6184	0.6813	0.7264	0.7603	0.7867	0.8079	0.8398	0.8625
10	0.3045	0.4754	0.5789	0.6483	0.6981	0.7355	0.7647	0.7880	0.8232	0.8483
11	0.2394	0.4263	0.5395	0.6154	0.6698	0.7107	0.7426	0.7682	0.8066	0.8341
12	0.1743	0.3771	0.5000	0.5824	0.6415	0.6859	0.7206	0.7483	0.7900	0.8199
13	0.1094	0.3280	0.4605	0.5494	0.6132	0.6611	0.6985	0.7285	0.7735	0.8057
14	0.0452	0.2788	0.4211	0.5165	0.5849	0.6363	0.6765	0.7086	0.7569	0.7915
15	.....	0.2297	0.3816	0.4835	0.5566	0.6116	0.6544	0.6887	0.7403	0.7772

失效数	80	90	100	150	200	300	400	500	750	1,000
0	0.9914	0.9923	0.9931	0.9954	0.9965	0.9977	0.9983	0.9986	0.9991	0.9993
1	0.9791	0.9814	0.9833	0.9888	0.9916	0.9944	0.9958	0.9966	0.9978	0.9983
2	0.9667	0.9704	0.9733	0.9822	0.9867	0.9911	0.9933	0.9947	0.9964	0.9973
3	0.9543	0.9594	0.9634	0.9756	0.9817	0.9878	0.9908	0.9927	0.9951	0.9963
4	0.9419	0.9483	0.9534	0.9689	0.9767	0.9844	0.9883	0.9907	0.9938	0.9953
5	0.9294	0.9372	0.9435	0.9623	0.9717	0.9811	0.9858	0.9887	0.9924	0.9943
6	0.9170	0.9262	0.9335	0.9556	0.9667	0.9778	0.9833	0.9867	0.9911	0.9933
7	0.9045	0.9151	0.9236	0.9490	0.9617	0.9745	0.9808	0.9847	0.9898	0.9923
8	0.8921	0.9040	0.9136	0.9423	0.9567	0.9711	0.9783	0.9827	0.9884	0.9913
9	0.8796	0.8930	0.9036	0.9357	0.9517	0.9678	0.9758	0.9807	0.9871	0.9903
10	0.8672	0.8819	0.8937	0.9290	0.9467	0.9645	0.9734	0.9787	0.9858	0.9893
11	0.8548	0.8708	0.8837	0.9224	0.9418	0.9611	0.9709	0.9767	0.9844	0.9883
12	0.8423	0.8598	0.8737	0.9157	0.9368	0.9578	0.9684	0.9747	0.9831	0.9873
13	0.8299	0.8487	0.8638	0.9091	0.9318	0.9545	0.9659	0.9727	0.9818	0.9863
14	0.8174	0.8376	0.8538	0.9024	0.9268	0.9512	0.9634	0.9707	0.9805	0.9853
15	0.8050	0.8266	0.8438	0.8958	0.9218	0.9478	0.9609	0.9687	0.9791	0.9843
16	0.7925	0.8155	0.8339	0.8891	0.9168	0.9445	0.9584	0.9667	0.9778	0.9833
17	0.7801	0.8044	0.8239	0.8825	0.9118	0.9412	0.9559	0.9647	0.9765	0.9823
18	0.7676	0.7933	0.8139	0.8758	0.9068	0.9378	0.9534	0.9627	0.9751	0.9813
19	0.7552	0.7823	0.8040	0.8692	0.9018	0.9345	0.9509	0.9607	0.9738	0.9803
20	0.7427	0.7712	0.7940	0.8625	0.8968	0.9312	0.9484	0.9587	0.9725	0.9793
21	0.7303	0.7601	0.7840	0.8559	0.8918	0.9279	0.9459	0.9567	0.9711	0.9783
22	0.7178	0.7491	0.7741	0.8492	0.8869	0.9245	0.9434	0.9547	0.9698	0.9773
23	0.7054	0.7380	0.7641	0.8426	0.8819	0.9212	0.9409	0.9527	0.9685	0.9763
24	0.6929	0.7269	0.7541	0.8359	0.8769	0.9179	0.9384	0.9507	0.9671	0.9753
25	0.6805	0.7159	0.7442	0.8293	0.8719	0.9145	0.9359	0.9487	0.9658	0.9743

表 C.2b 在 75%置信度下由试验数和失效数确定的可靠度

失效数	试验数									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.2500	0.5000	0.6300	0.7071	0.7579	0.7937	0.8203	0.8409	0.8572	0.8706
1	.....	0.1340	0.3264	0.4563	0.5458	0.6105	0.6593	0.6973	0.7277	0.7526
2	.....	.....	0.0914	0.2430	0.3594	0.4468	0.5139	0.5668	0.6095	0.6446
3	.....	.....	.....	0.0694	0.1938	0.2969	0.3788	0.4445	0.4980	0.5423
4	.....	.....	.....	.....	0.559	0.1612	0.2531	0.3291	0.3920	0.4445
5	.....	.....	.....	.....	.....	0.0468	0.1380	0.2206	0.2910	0.3507
	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70
0	0.9117	0.9330	0.9461	0.9548	0.9612	0.9659	0.9697	0.9727	0.9772	0.9804
1	0.8304	0.8710	0.8959	0.9127	0.9249	0.9341	0.9413	0.9471	0.9558	0.9620
2	0.7551	0.8133	0.8491	0.8735	0.8910	0.9043	0.9147	0.9231	0.9357	0.9448
3	0.6831	0.7579	0.8042	0.8356	0.8584	0.8756	0.8891	0.9000	0.9163	0.9281
4	0.6135	0.7041	0.7604	0.7988	0.8266	0.8476	0.8641	0.8774	0.8974	0.9118
5	0.5459	0.6516	0.7176	0.7626	0.7953	0.8201	0.8395	0.8552	0.8788	0.8958
6	0.4796	0.6000	0.6755	0.7270	0.7645	0.7929	0.8153	0.8332	0.8604	0.8800
7	0.4150	0.5494	0.6340	0.6919	0.7341	0.7661	0.7913	0.8116	0.8422	0.8643
8	0.3518	0.4994	0.5929	0.6572	0.7040	0.7396	0.7675	0.7901	0.8242	0.8488
9	0.2902	0.4502	0.5524	0.6229	0.6742	0.7133	0.7440	0.7688	0.8063	0.8334
10	0.2301	0.4018	0.5123	0.5888	0.6447	0.6872	0.7206	0.7477	0.7886	0.8181
11	0.1720	0.3541	0.4727	0.5551	0.6153	0.6613	0.6974	0.7267	0.7709	0.8029
12	0.1163	0.3071	0.4335	0.5217	0.5862	0.6255	0.6744	0.7058	0.7534	0.7877
13	0.0642	0.2610	0.3947	0.4884	0.5573	0.6099	0.6515	0.6850	0.7359	0.7726
14	0.0190	0.2157	0.3564	0.4556	0.5286	0.5845	0.6287	0.6644	0.7185	0.7576
15	.....	0.1714	0.3184	0.4229	0.5001	0.5593	0.6060	0.6438	0.7012	0.7427
	80	90	100	150	200	300	400	500	750	1,000
0	0.9828	0.9847	0.9862	0.9908	0.9931	0.9954	0.9965	0.9972	0.9982	0.9986
1	0.9670	0.9704	0.9733	0.9822	0.9866	0.9910	0.9933	0.9946	0.9964	0.9973
2	0.9516	0.9569	0.9612	0.9740	0.9805	0.9870	0.9902	0.9922	0.9948	0.9961
3	0.9370	0.9439	0.9494	0.9662	0.9746	0.9830	0.9873	0.9898	0.9932	0.9949
4	0.9227	0.9317	0.9380	0.9585	0.9688	0.9792	0.9844	0.9875	0.9916	0.9937
5	0.9086	0.9186	0.9267	0.9509	0.9631	0.9754	0.9815	0.9852	0.9901	0.9926
6	0.8947	0.9063	0.9155	0.9434	0.9575	0.9716	0.9787	0.9829	0.9886	0.9915
7	0.8810	0.8940	0.9045	0.9360	0.9519	0.9679	0.9759	0.9807	0.9871	0.9903
8	0.8674	0.8819	0.8935	0.9287	0.9464	0.9642	0.9731	0.9785	0.9856	0.9892
9	0.8538	0.8698	0.8826	0.9214	0.9409	0.9605	0.9703	0.9762	0.9841	0.9881
10	0.8404	0.8580	0.8718	0.9141	0.9354	0.9568	0.9676	0.9740	0.9827	0.9870
11	0.8270	0.8459	0.8610	0.9069	0.9300	0.9532	0.9648	0.9718	0.9812	0.9859
12	0.8137	0.8340	0.8503	0.8997	0.9245	0.9496	0.9621	0.9697	0.9798	0.9848
13	0.8004	0.8222	0.8396	0.8925	0.9191	0.9459	0.9594	0.9675	0.9783	0.9837
14	0.7872	0.8104	0.8290	0.8853	0.9137	0.9423	0.9567	0.9653	0.9769	0.9826
15	0.7741	0.7987	0.8184	0.8782	0.9084	0.9387	0.9540	0.9632	0.9754	0.9815
16	0.7610	0.7870	0.8079	0.8711	0.9030	0.9352	0.9513	0.9610	0.9740	0.9805
17	0.7479	0.7753	0.7974	0.8640	0.8977	0.9316	0.9486	0.9588	0.9725	0.9794
18	0.7349	0.7637	0.7869	0.8570	0.8924	0.9280	0.9459	0.9567	0.9711	0.9783
19	0.7220	0.7521	0.7764	0.8499	0.8871	0.9245	0.9433	0.9546	0.9697	0.9772
20	0.7090	0.7406	0.7660	0.8429	0.8818	0.9209	0.9406	0.9524	0.9682	0.9762
21	0.6961	0.7291	0.7556	0.8359	0.8765	0.9174	0.9379	0.9503	0.9668	0.9751
22	0.6833	0.7176	0.7452	0.8289	0.8712	0.9138	0.9353	0.9482	0.9654	0.9740
23	0.6705	0.7061	0.7348	0.8219	0.8659	0.9103	0.9326	0.9460	0.9640	0.9730
24	0.6577	0.6947	0.7245	0.8149	0.8607	0.9068	0.9300	0.9439	0.9625	0.9719
25	0.6449	0.6833	0.7142	0.8079	0.8554	0.9033	0.9273	0.9418	0.9611	0.9708

表 C.2c 在90%置信度下由试验数和失效数确定的可靠度

失效数	试验数									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.1000	0.3162	0.4641	0.5623	0.6310	0.6813	0.7197	0.7499	0.7743	0.7943
1	.....	0.0513	0.1958	0.3205	0.4161	0.4897	0.5474	0.5938	0.6316	0.6631
2	.....	.....	0.0345	0.1426	0.2466	0.3332	0.4038	0.4618	0.5099	0.5504
3	.....	.....	.....	0.0260	0.1122	0.2009	0.2786	0.3446	0.4006	0.4483
4	.....	.....	.....	.....	0.0209	0.0926	0.1696	0.2397	0.3010	0.3542
5	.....	.....	.....	.....	.....	0.0174	0.0788	0.1469	0.2104	0.2673
	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70
0	0.8577	0.8912	0.9120	0.9261	0.9362	0.9441	0.9501	0.9550	0.9624	0.9676
1	0.7644	0.8190	0.8531	0.8764	0.8933	0.9062	0.9163	0.9244	0.9367	0.9456
2	0.6827	0.7552	0.8009	0.8321	0.8550	0.8723	0.8860	0.8970	0.9137	0.9257
3	0.6072	0.6958	0.7520	0.7907	0.8190	0.8405	0.8575	0.8712	0.8920	0.9070
4	0.5360	0.6393	0.7053	0.7510	0.7844	0.8100	0.8302	0.8464	0.8711	0.8890
5	0.4683	0.5851	0.6603	0.7126	0.7510	0.7804	0.8036	0.8224	0.8509	0.8715
6	0.4035	0.5327	0.6167	0.6753	0.7185	0.7515	0.7777	0.7989	0.8311	0.8543
7	0.3415	0.4820	0.5742	0.6389	0.6866	0.7233	0.7523	0.7758	0.8116	0.8376
8	0.2822	0.4327	0.5326	0.6032	0.6553	0.6955	0.7273	0.7531	0.7925	0.8290
9	0.2256	0.3847	0.4920	0.5681	0.6246	0.6682	0.7027	0.7308	0.7735	0.8046
10	0.1720	0.3381	0.4522	0.5337	0.5944	0.6412	0.6784	0.7087	0.7549	0.7885
11	0.1218	0.2929	0.4133	0.4999	0.5646	0.6146	0.6545	0.6869	0.7364	0.7724
12	0.0758	0.2491	0.3751	0.4666	0.5352	0.5884	0.6308	0.6653	0.7181	0.7566
13	0.0360	0.2067	0.3367	0.4338	0.5062	0.5624	0.6073	0.6440	0.7000	0.7409
14	0.0070	0.1659	0.3011	0.4015	0.4775	0.5368	0.5841	0.6228	0.6820	0.7253
15	.....	0.1269	0.2653	0.3697	0.4492	0.5114	0.5611	0.6018	0.6642	0.7098
	80	90	100	150	200	300	400	500	750	1,000
0	0.9716	0.9747	0.9772	0.9848	0.9886	0.9924	0.9943	0.9954	0.9969	0.9977
1	0.9522	0.9575	0.9617	0.9743	0.9807	0.9871	0.9903	0.9922	0.9948	0.9961
2	0.9348	0.9419	0.9476	0.9649	0.9736	0.9824	0.9867	0.9894	0.9929	0.9947
3	0.9183	0.9273	0.9344	0.9560	0.9669	0.9779	0.9834	0.9867	0.9911	0.9933
4	0.9025	0.9131	0.9216	0.9474	0.9604	0.9735	0.9801	0.9841	0.9894	0.9920
5	0.8871	0.8994	0.9092	0.9390	0.9541	0.9693	0.9769	0.9815	0.9877	0.9907
6	0.8720	0.8859	0.8971	0.9308	0.9479	0.9652	0.9738	0.9790	0.9860	0.9895
7	0.8572	0.8727	0.8851	0.9228	0.9418	0.9611	0.9707	0.9766	0.9844	0.9882
8	0.8426	0.8596	0.8733	0.9148	0.9358	0.9570	0.9677	0.9741	0.9827	0.9870
9	0.8282	0.8467	0.8616	0.9069	0.9299	0.9531	0.9647	0.9717	0.9811	0.9858
10	0.8140	0.8340	0.8501	0.8991	0.9240	0.9491	0.9617	0.9694	0.9795	0.9846
11	0.7998	0.8214	0.8387	0.8914	0.9182	0.9452	0.9588	0.9670	0.9780	0.9834
12	0.7858	0.8088	0.8274	0.8837	0.9124	0.9413	0.9559	0.9646	0.9764	0.9823
13	0.7720	0.7964	0.8161	0.8761	0.9066	0.9374	0.9530	0.9623	0.9748	0.9811
14	0.7582	0.7841	0.8050	0.8686	0.9009	0.9336	0.9501	0.9600	0.9733	0.9799
15	0.7445	0.7718	0.7939	0.8610	0.8952	0.9298	0.9472	0.9577	0.9717	0.9788
16	0.7309	0.7596	0.7828	0.8536	0.8896	0.9260	0.9443	0.9554	0.9702	0.9776
17	0.7174	0.7475	0.7719	0.8461	0.8839	0.9222	0.9415	0.9531	0.9687	0.9765
18	0.7040	0.7355	0.7610	0.8387	0.8783	0.9184	0.9386	0.9508	0.9671	0.9753
19	0.6906	0.7235	0.7501	0.8313	0.8727	0.9147	0.9358	0.9486	0.9656	0.9742
20	0.6773	0.7116	0.7393	0.8240	0.8672	0.9110	0.9330	0.9463	0.9641	0.9730
21	0.6641	0.6997	0.7286	0.8167	0.8616	0.9072	0.9302	0.9440	0.9626	0.9719
22	0.6509	0.6879	0.7178	0.8094	0.8561	0.9035	0.9274	0.9418	0.9611	0.9708
23	0.6378	0.6761	0.7072	0.8021	0.8506	0.8998	0.9246	0.9396	0.9596	0.9697
24	0.6248	0.6644	0.6966	0.7949	0.8451	0.8961	0.9218	0.9373	0.9581	0.9685
25	0.6118	0.6528	0.6860	0.7877	0.8397	0.8924	0.9190	0.9351	0.9566	0.9674

表 C.2d 在95%置信度下由试验数和失效数确定的可靠度

失效数	试验数 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.0500	0.2236	0.3684	0.4729	0.5493	0.6070	0.6518	0.6877	0.7169	0.7411
1	.....	0.0253	0.1354	0.2486	0.3426	0.4182	0.4793	0.5293	0.5709	0.6058
2	.....	.....	0.0170	0.0976	0.1893	0.2713	0.3413	0.4003	0.4504	0.4931
3	.....	.....	.....	0.0127	0.0764	0.1532	0.2253	0.2892	0.3449	0.3934
4	.....	.....	.....	.....	0.0102	0.0628	0.1288	0.1929	0.2514	0.3035
5	.....	.....	.....	.....	.....	0.0085	0.0534	0.1111	0.1688	0.2224

失效数	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70
0	0.8190	0.8609	0.8871	0.9050	0.9180	0.9278	0.9356	0.9418	0.9513	0.9581
1	0.7206	0.7839	0.8239	0.8514	0.8715	0.8868	0.8989	0.9086	0.9234	0.9340
2	0.6366	0.7174	0.7690	0.8047	0.8308	0.8508	0.8666	0.8794	0.8988	0.9128
3	0.5603	0.6563	0.7183	0.7614	0.7931	0.8174	0.8366	0.8522	0.8758	0.8929
4	0.4892	0.5990	0.6704	0.7204	0.7573	0.7856	0.8080	0.8262	0.8539	0.8740
5	0.4226	0.5445	0.6246	0.6810	0.7228	0.7550	0.7805	0.8012	0.8327	0.8557
6	0.3596	0.4922	0.5805	0.6430	0.6894	0.7253	0.7537	0.7768	0.8121	0.8378
7	0.3000	0.4420	0.5378	0.6061	0.6570	0.6963	0.7276	0.7531	0.7920	0.8204
8	0.2437	0.3936	0.4964	0.5701	0.6253	0.6680	0.7020	0.7298	0.7723	0.8032
9	0.1909	0.3469	0.4561	0.5349	0.5942	0.6402	0.6770	0.7069	0.7528	0.7864
10	0.1417	0.3020	0.4168	0.5005	0.5638	0.6130	0.6523	0.6844	0.7337	0.7697
11	0.0967	0.2587	0.3786	0.4669	0.5339	0.5862	0.6280	0.6623	0.7148	0.7533
12	0.0568	0.2171	0.3414	0.4339	0.5045	0.5597	0.6041	0.6404	0.6962	0.7371
13	0.0242	0.1773	0.3051	0.4016	0.4756	0.5337	0.5805	0.6188	0.6778	0.7210
14	0.0034	0.1395	0.2699	0.3699	0.4472	0.5080	0.5571	0.5975	0.6595	0.7052
15	.....	0.1041	0.2356	0.3389	0.4192	0.4828	0.5340	0.5764	0.6415	0.6894

失效数	80	90	100	150	200	300	400	500	750	1,000
0	0.9632	0.9673	0.9705	0.9802	0.9851	0.9901	0.9925	0.9940	0.9960	0.9970
1	0.9421	0.9484	0.9534	0.9688	0.9765	0.9843	0.9882	0.9905	0.9937	0.9953
2	0.9234	0.9317	0.9384	0.9586	0.9689	0.9792	0.9843	0.9875	0.9916	0.9937
3	0.9059	0.9161	0.9243	0.9491	0.9617	0.9744	0.9807	0.9846	0.9897	0.9923
4	0.8892	0.9012	0.9108	0.9400	0.9548	0.9698	0.9773	0.9818	0.9878	0.9909
5	0.8731	0.8867	0.8977	0.9312	0.9482	0.9653	0.9739	0.9791	0.9860	0.9895
6	0.8573	0.8727	0.8850	0.9226	0.9417	0.9609	0.9706	0.9765	0.9843	0.9882
7	0.8419	0.8589	0.8725	0.9141	0.9353	0.9566	0.9674	0.9739	0.9825	0.9869
8	0.8268	0.8453	0.8603	0.9058	0.9290	0.9524	0.9642	0.9713	0.9808	0.9856
9	0.8119	0.8320	0.8482	0.8976	0.9228	0.9482	0.9611	0.9688	0.9792	0.9843
10	0.7972	0.8188	0.8363	0.8895	0.9167	0.9441	0.9580	0.9663	0.9775	0.9831
11	0.7827	0.8058	0.8245	0.8815	0.9106	0.9400	0.9549	0.9638	0.9758	0.9819
12	0.7683	0.7929	0.8128	0.8736	0.9046	0.9360	0.9518	0.9614	0.9742	0.9806
13	0.7541	0.7802	0.8013	0.8657	0.8986	0.9320	0.9488	0.9590	0.9726	0.9794
14	0.7400	0.7676	0.7898	0.8579	0.8927	0.9280	0.9458	0.9566	0.9710	0.9782
15	0.7261	0.7550	0.7785	0.8502	0.8869	0.9241	0.9428	0.9542	0.9694	0.9770
16	0.7122	0.7426	0.7672	0.8425	0.8810	0.9201	0.9399	0.9518	0.9678	0.9758
17	0.6985	0.7303	0.7560	0.8349	0.8752	0.9162	0.9369	0.9494	0.9662	0.9746
18	0.6849	0.7180	0.7449	0.8273	0.8695	0.9123	0.9340	0.9471	0.9646	0.9734
19	0.6713	0.7058	0.7338	0.8197	0.8637	0.9085	0.9311	0.9447	0.9630	0.9722
20	0.6579	0.6937	0.7228	0.8122	0.8580	0.9046	0.9282	0.9424	0.9615	0.9711
21	0.6445	0.6817	0.7119	0.8047	0.8523	0.9008	0.9253	0.9401	0.9599	0.9699
22	0.6312	0.6697	0.7010	0.7972	0.8467	0.8969	0.9224	0.9378	0.9584	0.9687
23	0.6180	0.6578	0.6902	0.7898	0.8410	0.8931	0.9195	0.9355	0.9568	0.9676
24	0.6049	0.6460	0.6794	0.7824	0.8354	0.8893	0.9167	0.9332	0.9553	0.9664
25	0.5918	0.6342	0.6687	0.7751	0.8298	0.8856	0.9138	0.9309	0.9538	0.9653

表 C.2e　在 99% 置信度下由试验数和失效数确定的可靠度

失效数	试验数									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.0100	0.1000	0.2154	0.3162	0.3981	0.4642	0.5179	0.5623	0.5995	0.6310
1	.....	0.0050	0.0589	0.1409	0.2221	0.2943	0.3566	0.4101	0.4560	0.4957
2	.....	.....	0.0033	0.0420	0.1056	0.1731	0.2363	0.2932	0.3437	0.3883
3	.....	.....	.....	0.0025	0.0327	0.0847	0.1423	0.1982	0.2500	0.2971
4	.....	.....	.....	.....	0.0020	0.0268	0.0708	0.1210	0.1710	0.2183
5	.....	.....	.....	.....	.....	0.0017	0.0227	0.0608	0.1053	0.1504
	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70
0	0.7356	0.7943	0.8318	0.8577	0.8767	0.8913	0.9027	0.9120	0.9261	0.9363
1	0.6321	0.7112	0.7625	0.7984	0.8249	0.8453	0.8614	0.8745	0.8944	0.9089
2	0.5468	0.6417	0.7041	0.7481	0.7808	0.8060	0.8260	0.8423	0.8672	0.8853
3	0.4715	0.5793	0.6512	0.7024	0.7406	0.7701	0.7936	0.8128	0.8421	0.8636
4	0.4031	0.5218	0.6021	0.6597	0.7029	0.7364	0.7631	0.7850	0.8185	0.8430
5	0.3403	0.4680	0.5558	0.6192	0.6670	0.7043	0.7341	0.7584	0.7959	0.8233
6	0.2823	0.4171	0.5117	0.5805	0.6326	0.6734	0.7061	0.7329	0.7741	0.8043
7	0.2287	0.3691	0.4694	0.5433	0.5995	0.6436	0.6790	0.7080	0.7529	0.7858
8	0.1795	0.3234	0.4289	0.5074	0.5674	0.6146	0.6526	0.6839	0.7322	0.7678
9	0.1346	0.2801	0.3900	0.4726	0.5362	0.5864	0.6269	0.6603	0.7120	0.7501
10	0.0944	0.2390	0.3524	0.4388	0.5059	0.5589	0.6018	0.6372	0.6922	0.7328
11	0.0594	0.2001	0.3163	0.4061	0.4761	0.5320	0.5772	0.6146	0.6727	0.7157
12	0.0307	0.1634	0.2814	0.3742	0.4472	0.5056	0.5531	0.5924	0.6536	0.6989
13	0.0102	0.1292	0.2479	0.3433	0.4189	0.4797	0.5294	0.5706	0.6347	0.6824
14	0.0007	0.0975	0.2156	0.3132	0.3913	0.4544	0.5060	0.5491	0.6162	0.6661
15	.....	0.0688	0.1848	0.2839	0.3643	0.4295	0.4831	0.5279	0.5978	0.6499
	80	90	100	150	200	300	400	500	750	1,000
0	0.9441	0.9501	0.9550	0.9698	0.9772	0.9848	0.9886	0.9908	0.9939	0.9954
1	0.9199	0.9285	0.9355	0.9566	0.9673	0.9781	0.9835	0.9868	0.9912	0.9934
2	0.8990	0.9099	0.9186	0.9451	0.9586	0.9723	0.9792	0.9833	0.9888	0.9916
3	0.8799	0.8927	0.9030	0.9346	0.9507	0.9669	0.9751	0.9801	0.9867	0.9900
4	0.8617	0.8764	0.8883	0.9246	0.9431	0.9618	0.9713	0.9770	0.9846	0.9884
5	0.8443	0.8608	0.8741	0.9149	0.9358	0.9569	0.9676	0.9740	0.9826	0.9869
6	0.8274	0.8457	0.8604	0.9056	0.9287	0.9521	0.9640	0.9711	0.9807	0.9855
7	0.8111	0.8310	0.8471	0.8965	0.9218	0.9475	0.9604	0.9683	0.9788	0.9841
8	0.7951	0.8166	0.8341	0.8876	0.9150	0.9429	0.9570	0.9655	0.9769	0.9827
9	0.7794	0.8025	0.8213	0.8788	0.9084	0.9384	0.9536	0.9628	0.9751	0.9813
10	0.7640	0.7886	0.8087	0.8702	0.9018	0.9340	0.9503	0.9601	0.9733	0.9800
11	0.7488	0.7750	0.7963	0.8617	0.8954	0.9296	0.9470	0.9575	0.9715	0.9786
12	0.7339	0.7616	0.7841	0.8533	0.8890	0.9253	0.9437	0.9549	0.9698	0.9773
13	0.7191	0.7483	0.7720	0.8450	0.8827	0.9210	0.9405	0.9523	0.9681	0.9760
14	0.7046	0.7352	0.7600	0.8368	0.8764	0.9168	0.9373	0.9497	0.9663	0.9747
15	0.6902	0.7222	0.7482	0.8287	0.8702	0.9126	0.9341	0.9471	0.9646	0.9734
16	0.6760	0.7094	0.7365	0.8206	0.8641	0.9084	0.9310	0.9446	0.9629	0.9721
17	0.6619	0.6966	0.7250	0.8126	0.8580	0.9043	0.9279	0.9421	0.9612	0.9709
18	0.6479	0.6840	0.7135	0.8047	0.8519	0.9002	0.9248	0.9396	0.9596	0.9696
19	0.6341	0.6716	0.7021	0.7968	0.8459	0.8961	0.9217	0.9371	0.9579	0.9684
20	0.6204	0.6592	0.6908	0.7890	0.8399	0.8921	0.9186	0.9347	0.9562	0.9671
21	0.6069	0.6469	0.6796	0.7812	0.8340	0.8880	0.9156	0.9322	0.9546	0.9659
22	0.5934	0.6347	0.6685	0.7735	0.8281	0.8840	0.9125	0.9298	0.9530	0.9646
23	0.5801	0.6226	0.6574	0.7658	0.8222	0.8800	0.9095	0.9273	0.9513	0.9634
24	0.5668	0.6106	0.6464	0.7582	0.8164	0.8761	0.9065	0.9249	0.9497	0.9622
25	0.5537	0.5987	0.6355	0.7506	0.8105	0.8721	0.9035	0.9225	0.9481	0.9610

表 C.3　表示在五种不同的置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度

表 C.3a　在 50%置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度.

失效数*		等效任务数									
		0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
A	*B*										
1	0	0.2500	0.5000	0.6300	0.7071	0.7579	0.7937	0.8204	0.8409	0.8573	0.8706
2	1	0.0348	0.1867	0.3266	0.4320	0.5110	0.5715	0.6190	0.6573	0.6887	0.7148
3	2	0.0048	0.0690	0.1682	0.2626	0.3431	0.4101	0.4658	0.5125	0.5520	0.5858
4	3	0.0006	0.0254	0.0865	0.1595	0.2302	0.2941	0.3502	0.3993	0.4422	0.4798
5	4	0.0001	0.0094	0.0444	0.0968	0.1544	0.2108	0.2633	0.3111	0.3542	0.3929
		5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.5
1	0	0.8816	0.8909	0.8989	0.9057	0.9117	0.9170	0.9217	0.9259	0.9296	0.9330
2	1	0.7370	0.7560	0.7724	0.7868	0.7995	0.8107	0.8208	0.8299	0.8380	0.8455
3	2	0.6150	0.6404	0.6627	0.6825	0.7001	0.7159	0.7301	0.7430	0.7547	0.7654
4	3	0.5129	0.5423	0.5684	0.5918	0.6129	0.6319	0.6492	0.6650	0.6794	0.6927
5	4	0.4277	0.4591	0.4874	0.5131	0.5364	0.5577	0.5772	0.5951	0.6116	0.6268
6	5	0.3567	0.3887	0.4180	0.4449	0.4695	0.4923	0.5132	0.5326	0.5505	0.5672
7	6	0.2974	0.3290	0.3584	0.3857	0.4110	0.4344	0.4563	0.4766	0.4956	0.5133
8	7	0.2480	0.2785	0.3073	0.3343	0.3597	0.3834	0.4057	0.4265	0.4461	0.4645
9	8	0.2068	0.2358	0.2635	0.2898	0.3148	0.3384	0.3606	0.3817	0.4015	0.4203
10	9	0.1724	0.1996	0.2259	0.2513	0.2755	0.2986	0.3206	0.3415	0.3614	0.3803
		11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0
1	0	0.9389	0.9439	0.9481	0.9517	0.9549	0.9576	0.9601	0.9622	0.9642	0.9659
2	1	0.8585	0.8695	0.8789	0.8870	0.8941	0.9004	0.9060	0.9110	0.9154	0.9195
3	2	0.7842	0.8002	0.8141	0.8261	0.8367	0.8461	0.8545	0.8620	0.8687	0.8749
4	3	0.7162	0.7364	0.7539	0.7693	0.7829	0.7949	0.8057	0.8155	0.8243	0.8323
5	4	0.6540	0.6776	0.6982	0.7163	0.7324	0.7468	0.7598	0.7714	0.7820	0.7917
6	5	0.5972	0.6234	0.6465	0.6670	0.6852	0.7016	0.7164	0.7298	0.7420	0.7531
7	6	0.5454	0.5736	0.5987	0.6210	0.6411	0.6591	0.6755	0.6904	0.7040	0.7164
8	7	0.4980	0.5278	0.5544	0.5782	0.5997	0.6192	0.6369	0.6531	0.6679	0.6815
9	8	0.4547	0.4856	0.5133	0.5384	0.5611	0.5817	0.6005	0.6178	0.6336	0.6483
10	9	0.4152	0.4468	0.4753	0.5013	0.5249	0.5465	0.5662	0.5844	0.6012	0.6167
11	10	0.3791	0.4110	0.4401	0.4667	0.4910	0.5134	0.5339	0.5528	0.5704	0.5866
12	11	0.3462	0.3782	0.4076	0.4345	0.4594	0.4823	0.5034	0.5230	0.5411	0.5580
13	12	0.3161	0.3480	0.3774	0.4046	0.4298	0.4531	0.4747	0.4947	0.5134	0.5308
14	13	0.2886	0.3201	0.3495	0.3767	0.4020	0.4256	0.4475	0.4680	0.4871	0.5049
15	14	0.2636	0.2945	0.3236	0.3507	0.3761	0.3998	0.4220	0.4427	0.4621	0.4803
16	15	0.2407	0.2710	0.2996	0.3266	0.3519	0.3756	0.3979	0.4188	0.4384	0.4569
17	16	0.2198	0.2493	0.2774	0.3041	0.3292	0.3528	0.3751	0.3961	0.4159	0.4346
18	17	0.2007	0.2294	0.2569	0.2831	0.3079	0.3315	0.3537	0.3747	0.3946	0.4134
19	18	0.1832	0.2111	0.2379	0.2636	0.2881	0.3114	0.3335	0.3545	0.3744	0.3932
20	19	0.1673	0.1942	0.2203	0.2454	0.2695	0.2925	0.3145	0.3353	0.3552	0.3740

* 在给定的失效数后结束试验，用 *A* 栏；在给定的时间后结束试验，用 *B* 栏。

表 C.3a 在 50% 置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度 （续）

失效数		等效任务数										
		30.0	40.0	50.0	60.0	80.0	100.0	200.0	400.0	600.0	800.0	1,000.0
A	*B*											
1	0	0.9772	0.9828	0.9862	0.9885	0.9914	0.9931	0.9965	0.9983	0.9988	0.9991	0.9993
2	1	0.9456	0.9589	0.9670	0.9724	0.9792	0.9834	0.9916	0.9958	0.9972	0.9979	0.9983
3	2	0.9147	0.9353	0.9479	0.9564	0.9671	0.9736	0.9867	0.9933	0.9956	0.9967	0.9973
4	3	0.8848	0.9123	0.9292	0.9406	0.9551	0.9639	0.9818	0.9909	0.9939	0.9954	0.9963
5	4	0.8558	0.8898	9.9108	0.9251	0.9433	0.9544	0.9769	0.9884	0.9922	0.9942	0.9953
6	5	0.8278	0.8678	0.8928	0.9098	0.9316	0.9449	0.9720	0.9859	0.9906	0.9929	0.9943
7	6	0.8007	0.8464	0.8751	0.8948	0.9200	0.9355	0.9672	0.9835	0.9889	0.9917	0.9934
8	7	0.7744	0.8255	0.8578	0.8800	0.9086	0.9262	0.9624	0.9810	0.9873	0.9905	0.9924
9	8	0.7490	0.8052	0.8408	0.8655	0.8973	0.9170	0.9576	0.9786	0.9857	0.9892	0.9914
10	9	0.7245	0.7853	0.8242	0.8512	0.8862	0.9078	0.9528	0.9761	0.9840	0.9880	0.9904
11	10	0.7007	0.7659	0.8079	0.8371	0.8752	0.8988	0.9481	0.9737	0.9824	0.9868	0.9894
12	11	0.6778	0.7470	0.7919	0.8233	0.8643	0.8899	0.9433	0.9713	0.9807	0.9855	0.9884
13	12	0.6556	0.7285	0.7762	0.8097	0.8536	0.8810	0.9386	0.9688	0.9791	0.9843	0.9874
14	13	0.6341	0.7106	0.7608	0.7963	0.8429	0.8722	0.9339	0.9664	0.9775	0.9831	0.9864
15	14	0.6133	0.6930	0.7458	0.7831	0.8325	0.8636	0.9293	0.9640	0.9758	0.9818	0.9854
16	15	0.5932	0.6759	0.7310	0.7702	0.8221	0.8550	0.9246	0.9616	0.9742	0.9806	0.9845
17	16	0.5737	0.6592	0.7165	0.7575	0.8119	0.8465	0.9200	0.9592	0.9726	0.9794	0.9835
18	17	0.5549	0.6430	0.7023	0.7449	0.8018	0.8381	0.9155	0.9568	0.9710	0.9782	0.9825
19	18	0.5367	0.6271	0.6884	0.7325	0.7919	0.8297	0.9109	0.9544	0.9694	0.9769	0.9815
20	19	0.5191	0.6116	0.6748	0.7205	0.7820	0.8215	0.9063	0.9520	0.9678	0.9757	0.9805
21	20	0.5021	0.5965	0.6614	0.7086	0.7723	0.8133	0.9018	0.9496	0.9661	0.9745	0.9795
22	21	0.4857	0.5818	0.6483	0.6969	0.7627	0.8052	0.8973	0.9473	0.9645	0.9733	0.9786
23	22	0.4697	0.5674	0.6355	0.6854	0.7533	0.7972	0.8929	0.9449	0.9629	0.9721	0.9776
24	23	0.4543	0.5534	0.6229	0.6741	0.7439	0.7893	0.8884	0.9425	0.9613	0.9708	0.9766
25	24	0.4394	0.5397	0.6106	0.6629	0.7347	0.7814	0.8840	0.9402	0.9597	0.9696	0.9756
30	29	0.3720	0.4763	0.5525	0.6099	0.6902	0.7433	0.8621	0.9285	0.9518	0.9636	0.9708
35	34	0.3149	0.4204	0.4999	0.5612	0.6483	0.7070	0.8409	0.9170	0.9439	0.9576	0.9659
40	39	0.2665	0.3710	0.4523	0.5163	0.6091	0.6726	0.8201	0.9056	0.9360	0.9516	0.9611
45	44	0.2256	0.3274	0.4093	0.4750	0.5722	0.6398	0.7999	0.8943	0.9283	0.9457	0.9563
50	49	0.1910	0.2889	0.3703	0.4370	0.5375	0.6086	0.7801	0.8832	0.9206	0.9398	0.9515
60	59	0.1369	0.2250	0.3032	0.3699	0.4743	0.5507	0.7421	0.8614	0.9053	0.9281	0.9421
70	69	0.981	0.1752	0.2483	0.3131	0.4186	0.4983	0.7059	0.8402	0.8904	0.9166	0.9327
80	79	0.703	0.1365	0.2033	0.2651	0.3694	0.4508	0.6715	0.8194	0.8757	0.9052	0.9234
90	89	0.503	0.1063	0.1664	0.2244	0.3260	0.4079	0.6387	0.7992	0.8612	0.8940	0.9142
100	99	0.361	0.0828	0.1362	0.1899	0.2877	0.3691	0.6076	0.7795	0.8470	0.8829	0.9051
120	119	0.0185	0.0502	0.0913	0.1361	0.2241	0.3022	0.5497	0.7414	0.8192	0.8611	0.8872
140	139	0.0095	0.0305	0.0612	0.0975	0.1745	0.2474	0.4974	0.7053	0.7923	0.8398	0.8697
160	159	0.0049	0.0185	0.0410	0.0699	0.1359	0.2026	0.4501	0.6709	0.7664	0.8191	0.8524
180	179	0.0025	0.0112	0.0275	0.0501	0.1058	0.1659	0.4073	0.6382	0.7412	0.7989	0.8356
200	199	0.0013	0.0068	0.0184	0.0359	0.0824	0.1358	0.3685	0.6070	0.7169	0.7791	0.8190

表 C.3b 在 75%置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度

失效数 A	失效数 B	等效任务数 0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
1	0	0.0625	0.2500	0.3968	0.5000	0.5743	0.6300	0.6729	0.7071	0.7348	0.7579
2	1	0.0046	0.0677	0.1661	0.2602	0.3406	0.4076	0.4633	0.5101	0.5497	0.5836
3	2	0.0004	0.0198	0.0733	0.1408	0.2084	0.2707	0.3262	0.3753	0.4184	0.4565
4	3	0.0000	0.0060	0.0332	0.0777	0.1295	0.1821	0.2323	0.2788	0.3213	0.3599
5	4	0.0000	0.0019	0.0153	0.0434	0.0813	0.1235	0.1665	0.2083	0.2480	0.2851
		5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
1	0	0.7772	0.7937	0.8079	0.8204	0.8312	0.8409	0.8495	0.8572	0.8642	0.8705
2	1	0.6129	0.6384	0.6608	0.6807	0.6984	0.7142	0.7285	0.7414	0.7532	0.7640
3	2	0.4903	0.5203	0.5471	0.5712	0.5929	0.6126	0.6305	0.6469	0.6619	0.6757
4	3	0.3949	0.4267	0.4556	0.4819	0.5060	0.5280	0.5482	0.5668	0.5840	0.5999
5	4	0.3196	0.3514	0.3809	0.4081	0.4332	0.4564	0.4780	0.4980	0.5166	0.5340
6	5	0.2594	0.2902	0.3192	0.3463	0.3717	0.3954	0.4176	0.4384	0.4578	0.4760
7	6	0.2110	0.2402	0.2680	0.2945	0.3195	0.3431	0.3654	0.3864	0.4062	0.4249
8	7	0.1719	0.1991	0.2254	0.2507	0.2749	0.2980	0.3200	0.3409	0.3608	0.3797
9	8	0.1403	0.1652	0.1898	0.2137	0.2368	0.2592	0.2806	0.3011	0.3207	0.3395
10	9	0.1146	0.1373	0.1599	0.1823	0.2042	0.2255	0.2462	0.2661	0.2853	0.3038
		11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0
1	0	0.8816	0.8909	0.8988	0.9057	0.9117	0.9170	0.9217	0.9259	0.9296	0.9330
2	1	0.7829	0.7990	0.8129	0.8250	0.8357	0.8451	0.8535	0.8611	0.8679	0.8740
3	2	0.7002	0.7213	0.7397	0.7558	0.7700	0.7827	0.7940	0.8043	0.8136	0.8220
4	3	0.6284	0.6533	0.6750	0.6942	0.7113	0.7266	0.7404	0.7529	0.7642	0.7745
5	4	0.5653	0.5928	0.6171	0.6388	0.6582	0.6756	0.6914	0.7057	0.7188	0.7307
6	5	0.5093	0.5387	0.5650	0.5885	0.6097	0.6288	0.6462	0.6621	0.6766	0.6900
7	6	0.4593	0.4901	0.5177	0.5426	0.5652	0.5857	0.6044	0.6216	0.6373	0.6519
8	7	0.4146	0.4462	0.4748	0.5007	0.5243	0.5459	0.5657	0.5839	0.6007	0.6162
9	8	0.3745	0.4065	0.4356	0.4623	0.4867	0.5091	0.5297	0.5487	0.5663	0.5827
10	9	0.3385	0.3705	0.3999	0.4270	0.4519	0.4749	0.4962	0.5159	0.5342	0.5512
11	10	0.3062	0.3379	0.3673	0.3946	0.4198	0.4432	0.4649	0.4851	0.5040	0.5215
12	11	0.2770	0.3083	0.3375	0.3647	0.3901	0.4237	0.4358	0.4564	0.4756	0.4936
13	12	0.2507	0.2814	0.3102	0.3372	0.3626	0.3863	0.4085	0.4294	0.4489	0.4673
14	13	0.2270	0.2569	0.2852	0.3119	0.3371	0.3608	0.3831	0.4041	0.4238	0.4424
15	14	0.2056	0.2346	0.2622	0.2886	0.3135	0.3371	0.3593	0.3803	0.4002	0.4190
16	15	0.1863	0.2143	0.2412	0.2670	0.2916	0.3149	0.3371	0.3581	0.3780	0.3968
17	16	0.1688	0.1958	0.2219	0.2471	0.2713	0.2943	0.3163	0.3371	0.3570	0.3759
18	17	0.1530	0.1789	0.2042	0.2287	0.2524	0.2751	0.2968	0.3175	0.3372	0.3561
19	18	0.1387	0.1635	0.1879	0.2118	0.2349	0.2571	0.2785	0.2990	0.3186	0.3374
20	19	0.1258	0.1495	0.1730	0.1961	0.2186	0.2404	0.2614	0.2816	0.3011	0.3197

表 C.3b　在75%置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度　（续）

失效数		等效任务数										
		30.0	40.0	50.0	60.0	80.0	100.0	200.0	400.0	600.0	800.0	1,000.0
A	B											
1	0	0.9548	0.9659	0.9727	0.9772	0.9828	0.9862	0.9931	0.9965	0.9977	0.9983	0.9986
2	1	0.9142	0.9349	0.9476	0.9561	0.9669	0.9734	0.9866	0.9933	0.9955	0.9966	0.9973
3	2	0.8775	0.9066	0.9246	0.9367	0.9522	0.9616	0.9806	0.9902	0.9935	0.9951	0.9961
4	3	0.8434	0.8801	0.9029	0.9184	0.9381	0.9502	0.9748	0.9873	0.9915	0.9936	0.9949
5	4	0.8113	0.8548	0.8821	0.9007	0.9246	0.9392	0.9691	0.9844	0.9896	0.9922	0.9937
6	5	0.7808	0.8306	0.8620	0.8836	0.9114	0.9285	0.9636	0.9816	0.9877	0.9908	0.9926
7	6	0.7518	0.8074	0.8427	0.8671	0.8985	0.9180	0.9581	0.9788	0.9858	0.9894	0.9915
8	7	0.7241	0.7850	0.8239	0.8509	0.8860	0.9077	0.9527	0.9761	0.9840	0.9880	0.9904
9	8	0.6976	0.7633	0.8057	0.8352	0.8737	0.8976	0.9474	0.9734	0.9822	0.9866	0.9893
10	9	0.6722	0.7424	0.7880	0.8199	0.8616	0.8877	0.9422	0.9707	0.9803	0.9852	0.9882
11	10	0.6479	0.7222	0.7708	0.8049	0.8498	0.8779	0.9370	0.9680	0.9785	0.9839	0.9871
12	11	0.6246	0.7026	0.7540	0.7903	0.8382	0.8683	0.9318	0.9653	0.9767	0.9825	0.9860
13	12	0.6021	0.6836	0.7376	0.7760	0.8268	0.8588	0.9267	0.9627	0.9750	0.9812	0.9849
14	13	0.5806	0.6651	0.7217	0.7620	0.8156	0.8495	0.9217	0.9600	0.9732	0.9798	0.9838
15	14	0.5599	0.6473	0.7061	0.7483	0.8045	0.8403	0.9167	0.9574	0.9714	0.9785	0.9828
16	15	0.5400	0.6299	0.6909	0.7348	0.7937	0.8312	0.9117	0.9548	0.9697	0.9772	0.9817
17	16	0.5208	0.6131	0.6761	0.7217	0.7830	0.8223	0.9068	0.9523	0.9679	0.9758	0.9806
18	17	0.5024	0.5967	0.6616	0.7088	0.7725	0.8134	0.9019	0.9497	0.9662	0.9745	0.9796
19	18	0.4846	0.5808	0.6475	0.6962	0.7621	0.8047	0.8970	0.9471	0.9644	0.9732	0.9785
20	19	0.4675	0.5654	0.6337	0.6838	0.7519	0.7961	0.8922	0.9446	0.9627	0.9719	0.9775
21	20	0.4511	0.5504	0.6202	0.6716	0.7419	0.7875	0.8874	0.9420	0.9610	0.9706	0.9764
22	21	0.4352	0.5350	0.6071	0.6597	0.7320	0.7791	0.8827	0.9395	0.9593	0.9693	0.9754
23	22	0.4200	0.5217	0.5942	0.6480	0.7223	0.7708	0.8780	0.9370	0.9575	0.9680	0.9743
24	23	0.4052	0.5079	0.5816	0.6366	0.7127	0.7626	0.8733	0.9345	0.9558	0.9667	0.9733
25	24	0.3911	0.4945	0.5693	0.6253	0.7032	0.7545	0.8686	0.9320	0.9541	0.9654	0.9722
30	29	0.3275	0.4329	0.5118	0.5723	0.6579	0.7154	0.8458	0.9197	0.9457	0.9590	0.9671
35	34	0.2745	0.3792	0.4603	0.5239	0.6158	0.6785	0.8237	0.9076	0.9374	0.9527	0.9620
40	39	0.2302	0.3323	0.4142	0.4798	0.5765	0.6436	0.8023	0.8947	0.9292	0.9464	0.9569
45	44	0.1932	0.2914	0.3729	0.4395	0.5398	0.6106	0.7814	0.8840	0.9211	0.9402	0.9519
50	49	0.1622	0.2556	0.3357	0.4027	0.5055	0.5794	0.7612	0.8725	0.9131	0.9341	0.9469
60	59	0.1145	0.1968	0.2724	0.3383	0.4436	0.5219	0.7224	0.8500	0.8973	0.9219	0.9370
70	69	0.0809	0.1517	0.2211	0.2844	0.3894	0.4703	0.6858	0.8281	0.8818	0.9100	0.9273
80	79	0.0572	0.1170	0.1797	0.2392	0.3420	0.4239	0.6511	0.8069	0.8667	0.8983	0.9177
90	89	0.0405	0.0903	0.1460	0.2012	0.3004	0.3821	0.6182	0.7862	0.8519	0.8867	0.9083
100	99	0.0287	0.0697	0.1187	0.1693	0.2640	0.3446	0.5870	0.7661	0.8373	0.8753	0.8989
120	119	0.0144	0.0416	0.0786	0.1200	0.2039	0.2803	0.5294	0.7276	0.8090	0.8530	0.8806
140	139	0.0073	0.0249	0.0520	0.0852	0.1576	0.2281	0.4776	0.6911	0.7817	0.8313	0.8626
160	159	0.0037	0.0149	0.0345	0.0605	0.1219	0.1857	0.4310	0.6565	0.7554	0.8102	0.8451
180	179	0.0018	0.0089	0.0229	0.0430	0.0944	0.1513	0.3890	0.6237	0.7300	0.7897	0.8279
200	199	0.0009	0.0053	0.0152	0.0305	0.0730	0.1233	0.3511	0.5925	0.7055	0.7698	0.8111

表 C.3c　在 90%置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度

失效数		等效任务数									
		0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
A	B										
1	0	0.0100	0.1000	0.2155	0.3162	0.3981	0.4642	0.5180	0.5624	0.5995	0.6310
2	1	0.0004	0.0205	0.0748	0.1430	0.0210	0.2735	0.3291	0.3782	0.4213	0.4594
3	2	0.0000	0.0049	0.0288	0.0699	0.1190	0.1696	0.2186	0.2643	0.3064	0.3449
4	3	0.0000	0.0013	0.0116	0.0354	0.0691	0.1079	0.1482	0.1882	0.2266	0.2628
5	4	0.0000	0.0003	0.0048	0.0184	0.0409	0.0696	0.1019	0.1356	0.1693	0.2022
		5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
1	0	0.6579	0.6813	0.7017	0.7197	0.7357	0.7499	0.7627	0.7743	0.7848	0.7943
2	1	0.4930	0.5230	0.5497	0.5737	0.5954	0.6150	0.6328	0.6491	0.6640	0.6778
3	2	0.3799	0.4119	0.4409	0.4675	0.4918	0.5141	0.5346	0.5536	0.5711	0.5873
4	3	0.2968	0.3284	0.3578	0.3850	0.4103	0.4338	0.4557	0.4760	0.4950	0.5127
5	4	0.2338	0.2639	0.2924	0.3192	0.3445	0.3682	0.3905	0.4114	0.4311	0.4496
6	5	0.1852	0.2132	0.2401	0.2658	0.2904	0.3137	0.3358	0.3568	0.3767	0.3956
7	6	0.1474	0.1728	0.1978	0.2221	0.2455	0.2681	0.2897	0.3103	0.3300	0.3488
8	7	0.1176	0.1406	0.1635	0.1861	0.2082	0.2296	0.2504	0.2704	0.2897	0.3082
9	8	0.0942	0.1147	0.1354	0.1562	0.1768	0.1970	0.2168	0.2360	0.2547	0.2727
10	9	0.0756	0.0937	0.1124	0.1314	0.1504	0.1694	0.1880	0.2063	0.2242	0.2416
		11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0
1	0	0.8111	0.8254	0.8377	0.8483	0.8577	0.8660	0.8733	0.8799	0.8859	0.8913
2	1	0.7022	0.7232	0.7414	0.7574	0.7716	0.7842	0.7955	0.8057	0.8149	0.8233
3	2	0.6164	0.6418	0.6640	0.6837	0.7013	0.7170	0.7312	0.7440	0.7557	0.7663
4	3	0.5448	0.5731	0.5981	0.6205	0.6406	0.6587	0.6750	0.6899	0.7035	0.7160
5	4	0.4835	0.5137	0.5407	0.5650	0.5869	0.6068	0.6249	0.6414	0.6566	0.6705
6	5	0.4304	0.4617	0.4900	0.5156	0.5389	0.5601	0.5795	0.5974	0.6138	0.6289
7	6	0.3839	0.4158	0.4448	0.4713	0.4955	0.5178	0.5382	0.5570	0.5745	0.5906
8	7	0.3430	0.3750	0.4044	0.4314	0.4562	0.4792	0.5004	0.5200	0.5382	0.5551
9	8	0.3069	0.3386	0.3680	0.3953	0.4205	0.4439	0.4656	0.4858	0.5046	0.5222
10	9	0.2749	0.3061	0.3353	0.3625	0.3879	0.4115	0.4336	0.4542	0.4735	0.4915
11	10	0.2465	0.2770	0.3057	0.3327	0.3580	0.3818	0.4040	0.4249	0.4445	0.4629
12	11	0.2212	0.2508	0.2789	0.3056	0.3307	0.3544	0.3767	0.3977	0.4175	0.4361
13	12	0.1986	0.2272	0.2547	0.2808	0.3056	0.3291	0.3514	0.3724	0.3922	0.4110
14	13	0.1784	0.2060	0.2326	0.2582	0.2826	0.3058	0.3279	0.3488	0.3687	0.3876
15	14	0.1604	0.1869	0.2126	0.2375	0.2614	0.2842	0.3061	0.3269	0.3467	0.3655
16	15	0.1443	0.1696	0.1944	0.2185	0.2418	0.2643	0.2858	0.3064	0.3261	0.3449
17	16	0.1299	0.1540	0.1778	0.2012	0.2239	0.2458	0.2670	0.2873	0.3068	0.3254
18	17	0.1170	0.1399	0.1627	0.1852	0.2073	0.2287	0.2494	0.2694	0.2887	0.3072
19	18	0.1053	0.1271	0.1489	0.1706	0.1920	0.2128	0.2331	0.2527	0.2717	0.2900
20	19	0.0949	0.1155	0.1364	0.1572	0.1778	0.1981	0.2179	0.2372	0.2558	0.2739

表 C.3c 在 90% 置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度 （续）

失效数		等效任务数										
		30.0	40.0	50.0	60.0	80.0	100.0	200.0	400.0	600.0	800.0	1,000.0
A	*B*											
1	0	0.9261	0.9441	0.9550	0.9624	0.9716	0.9772	0.9886	0.9943	0.9962	0.9971	0.9977
2	1	0.8784	0.9073	0.9252	0.9372	0.9525	0.9619	0.9807	0.9903	0.9935	0.9951	0.9961
3	2	0.8374	0.8754	0.8990	0.9151	0.9356	0.9482	0.9737	0.9868	0.9912	0.9934	0.9947
4	3	0.8004	0.8462	0.8749	0.8946	0.9199	0.9354	0.9671	0.9834	0.9889	0.9917	0.9933
5	4	0.7661	0.8189	0.8523	0.8753	0.9049	0.9232	0.9608	0.9802	0.9868	0.9901	0.9920
6	5	0.7341	0.7931	0.8307	0.8568	0.8905	0.9114	0.9547	0.9771	0.9847	0.9885	0.9908
7	6	0.7039	0.7685	0.8101	0.8390	0.8766	0.9000	0.9487	0.9740	0.9826	0.9869	0.9895
8	7	0.6755	0.7451	0.7902	0.8219	0.8632	0.8890	0.9428	0.9710	0.9806	0.9854	0.9883
9	8	0.6485	0.7226	0.7711	0.8053	0.8501	0.8781	0.9371	0.9680	0.9786	0.9839	0.9871
10	9	0.6228	0.7011	0.7527	0.7892	0.8373	0.8676	0.9314	0.9651	0.9766	0.9824	0.9859
11	10	0.5984	0.6803	0.7348	0.7735	0.8248	0.8572	0.9259	0.9622	0.9746	0.9809	0.9847
12	11	0.5751	0.6604	0.7175	0.7583	0.8126	0.8471	0.9204	0.9594	0.9427	0.9795	0.9835
13	12	0.5528	0.6411	0.7007	0.7435	0.8007	0.8371	0.9149	0.9565	0.9708	0.9780	0.9824
14	13	0.5316	0.6225	0.6844	0.7291	0.7890	0.8273	0.9096	0.9537	0.9689	0.9766	0.9812
15	14	0.5112	0.6046	0.6686	0.7150	0.7776	0.8177	0.9043	0.9509	0.9670	0.9752	0.9801
16	15	0.4918	0.5872	0.6532	0.7013	0.7663	0.8082	0.8990	0.9482	0.9651	0.9737	0.9789
17	16	0.4731	0.5705	0.6382	0.6878	0.7553	0.7989	0.8938	0.9454	0.9633	0.9723	0.9778
18	17	0.4553	0.5542	0.6237	0.6747	0.7445	0.7897	0.8887	0.9427	0.9614	0.9709	0.9767
19	18	0.4381	0.5385	0.6095	0.6619	0.7338	0.7807	0.8836	0.9400	0.9596	0.9695	0.9755
20	19	0.4217	0.5233	0.5957	0.6494	0.7234	0.7718	0.8785	0.9373	0.9577	0.9681	0.9744
21	20	0.4060	0.5086	0.5822	0.6372	0.7132	0.7630	0.8735	0.9346	0.9559	0.9668	0.9733
22	21	0.3908	0.4943	0.5691	0.6252	0.7031	0.7544	0.8686	0.9320	0.9541	0.9654	0.9722
23	22	0.3763	0.4805	0.5563	0.6134	0.6932	0.7459	0.8636	0.9293	0.9523	0.9640	0.9711
24	23	0.3624	0.4670	0.5439	0.6020	0.6834	0.7375	0.8588	0.9267	0.9505	0.9626	0.9700
25	24	0.3490	0.4540	0.5317	0.5907	0.6738	0.7292	0.8539	0.9241	0.9487	0.9613	0.9689
30	29	0.2894	0.3946	0.4752	0.5380	0.6281	0.6894	0.8303	0.9112	0.9399	0.9546	0.9635
35	34	0.2404	0.3433	0.4252	0.4903	0.5859	0.6520	0.8075	0.8986	0.9312	0.9479	0.9581
40	39	0.2000	0.2990	0.3807	0.4472	0.5468	0.6170	0.7855	0.8863	0.9227	0.9414	0.9529
45	44	0.1665	0.2607	0.3411	0.4080	0.5105	0.5840	0.7642	0.8742	0.9143	0.9350	0.9476
50	49	0.1388	0.2274	0.3058	0.3725	0.4768	0.5529	0.7436	0.8623	0.9060	0.9286	0.9425
60	59	0.0966	0.1733	0.2460	0.3108	0.4163	0.4960	0.7043	0.8392	0.8897	0.9161	0.9323
70	69	0.0674	0.1323	0.1982	0.2596	0.3637	0.4452	0.6673	0.8169	0.8738	0.9038	0.9223
80	79	0.0471	0.1011	0.1599	0.2171	0.3180	0.3999	0.6324	0.7952	0.8583	0.8918	0.9124
90	89	0.0330	0.0774	0.1291	0.1816	0.2782	0.3594	0.5995	0.7743	0.8432	0.8799	0.9027
100	99	0.0231	0.0593	0.1043	0.1521	0.2435	0.3230	0.5683	0.7539	0.8283	0.8683	0.8931
120	119	0.0114	0.0349	0.0682	0.1068	0.1868	0.2612	0.5111	0.7149	0.7995	0.8455	0.8744
140	139	0.0056	0.0206	0.0447	0.0751	0.0434	0.2115	0.4599	0.6781	0.7719	0.8235	0.8561
160	159	0.0028	0.0122	0.0294	0.0529	0.1102	0.1713	0.4139	0.6434	0.7453	0.8021	0.8383
180	179	0.0014	0.0072	0.0193	0.0373	0.0848	0.1389	0.3727	0.6105	0.7197	0.7813	0.8209
200	199	0.0007	0.0043	0.0127	0.0263	0.0653	0.1127	0.3357	0.5794	0.6950	0.7612	0.8039

表 C.3d 在95%置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度

失效数		等效任务数									
		0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
A	*B*										
1	0	0.0025	0.0500	0.1357	0.2236	0.3017	0.3684	0.4249	0.4729	0.5139	0.5493
2	1	0.0001	0.0087	0.0423	0.0933	0.1499	0.2057	0.2578	0.3054	0.3485	0.3872
3	2	0.0000	0.0018	0.0150	0.0429	0.0806	0.1226	0.1655	0.2072	0.2468	0.2839
4	3	0.0000	0.0004	0.0057	0.0207	0.0450	0.0754	0.1091	0.1439	0.1785	0.2121
5	4	0.0000	0.0001	0.0022	0.0103	0.0257	0.0473	0.0731	0.1014	0.1308	0.1603
		5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
1	0	0.5801	0.6070	0.6307	0.6519	0.6707	0.6877	0.7030	0.7169	0.7296	0.7412
2	1	0.4221	0.4535	0.4820	0.5078	0.5312	0.5527	0.5723	0.5903	0.6069	0.6223
3	2	0.3183	0.3502	0.3796	0.4068	0.4319	0.4552	0.4768	0.4968	0.5154	0.5328
4	3	0.2442	0.2747	0.3034	0.3303	0.3557	0.3794	0.4016	0.4225	0.4421	0.4605
5	4	0.1893	0.2175	0.2446	0.2705	0.2951	0.3185	0.3407	0.3617	0.3815	0.4004
6	5	0.1479	0.1734	0.1984	0.2227	0.2462	0.2687	0.2903	0.3110	0.3307	0.3495
7	6	0.1161	0.1389	0.1617	0.1842	0.2062	0.2276	0.2483	0.2683	0.2875	0.3060
8	7	0.0916	0.1118	0.1323	0.1529	0.1732	0.1933	0.2129	0.2320	0.2506	0.2685
9	8	0.0725	0.0902	0.1085	0.1272	0.1459	0.1646	0.1830	0.2011	0.2188	0.2361
10	9	0.0575	0.0730	0.0893	0.1061	0.1232	0.1404	0.1576	0.1746	0.1914	0.2079
		11.0	120.	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0
1	0	0.7616	0.7791	0.7942	0.8074	0.8190	0.8293	0.8384	0.8467	0.8541	0.8609
3	1	0.6497	0.6735	0.6943	0.7126	0.7289	0.7434	0.7565	0.7683	0.7790	0.7888
3	2	0.5642	0.5918	0.6161	0.6378	0.6572	0.6747	0.6905	0.7048	0.7179	0.7299
4	3	0.4942	0.5241	0.5508	0.5747	0.5964	0.6159	0.6338	0.6500	0.6649	0.6786
5	4	0.4351	0.4664	0.4945	0.5201	0.5432	0.5643	0.5837	0.6014	0.6177	0.6328
6	5	0.3845	0.4164	0.4454	0.4719	0.4962	0.5184	0.5388	0.5576	0.5750	0.5912
7	6	0.3408	0.3727	0.4021	0.4292	0.4541	0.4770	0.4983	0.5179	0.5362	0.5532
8	7	0.3026	0.3343	0.3637	0.3910	0.4162	0.4397	0.4614	0.4817	0.5006	0.5182
9	8	0.2692	0.3003	0.3294	0.3566	0.3820	0.4057	0.4278	0.4485	0.4678	0.4859
10	9	0.2399	0.2702	0.2988	0.3257	0.3510	0.3747	0.3970	0.4179	0.4375	0.4560
11	10	0.2140	0.2433	0.2712	0.2977	0.3228	0.3464	0.3687	0.3897	0.4095	0.4282
12	11	0.1910	0.2193	0.2465	0.2724	0.2971	0.3205	0.3427	0.3637	0.3835	0.4024
13	12	0.1708	0.1979	0.2241	0.2494	0.2736	0.2967	0.3186	0.3395	0.3594	0.3783
14	13	0.1527	0.1786	0.2039	0.2285	0.2521	0.2748	0.2965	0.3172	0.3370	0.3558
15	14	0.1367	0.1614	0.1857	0.2094	0.2324	0.2546	0.2760	0.2964	0.3160	0.3348
16	15	0.1225	0.1459	0.1692	0.1921	0.2144	0.2361	0.2570	0.2772	0.2965	0.3151
17	16	0.1098	0.1320	0.1542	0.1763	0.1979	0.2190	0.2394	0.2592	0.2783	0.2967
18	17	0.0985	0.1194	0.1407	0.1618	0.1827	0.2032	0.2231	0.2425	0.2613	0.2794
19	18	0.0883	0.1081	0.1283	0.1486	0.1687	0.1886	0.2080	0.2270	0.2454	0.2633
20	19	0.0793	0.0980	0.1171	0.1365	0.1559	0.1751	0.1940	0.2125	0.2305	0.2481

表 C.3d 在 95 %置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度 （续）

失效数		等效任务数										
		30.0	40.0	50.0	60.0	80.0	100.0	200.0	400.0	600.0	800.0	1,000.0
A	*B*											
1	0	0.9050	0.9278	0.9418	0.9513	0.9632	0.9705	0.9851	0.9925	0.9950	0.9963	0.9970
2	1	0.8537	0.8882	0.9095	0.9240	0.9424	0.9537	0.9766	0.9882	0.9921	0.9941	0.9953
3	2	0.8107	0.8544	0.8817	0.9004	0.9243	0.9390	0.9690	0.9844	0.9896	0.9922	0.9937
4	3	0.7722	0.8238	0.8564	0.8788	0.9076	0.9254	0.9620	0.9808	0.9872	0.9904	0.9923
5	4	0.7370	0.7955	0.8327	0.8585	0.8919	0.9125	0.9553	0.9774	0.9849	0.9886	0.9909
6	5	0.7044	0.7689	0.8104	0.8393	0.8769	0.9002	0.9488	0.9741	0.9826	0.9869	0.9895
7	6	0.6738	0.7437	0.7891	0.8209	0.8624	0.8883	0.9425	0.9708	0.9805	0.9853	0.9882
8	7	0.6452	0.7199	0.7688	0.8032	0.8484	0.8768	0.9364	0.9677	0.9783	0.9837	0.9869
9	8	0.6181	0.6971	0.7492	0.7862	0.8349	0.8656	0.9304	0.9646	0.9762	0.9821	0.9857
10	9	0.5924	0.6753	0.7304	0.7697	0.8218	0.8547	0.9245	0.9615	0.9742	0.9806	0.9844
11	10	0.5681	0.6544	0.7123	0.7537	0.8089	0.8440	0.9187	0.9585	0.9721	0.9790	0.9832
12	11	0.5450	0.6343	0.6948	0.7383	0.7964	0.8335	0.9130	0.9555	0.9701	0.9775	0.9820
13	12	0.5230	0.6150	0.6778	0.7232	0.7842	0.8233	0.9074	0.9526	0.9681	0.9760	0.9807
14	13	0.5021	0.5965	0.6614	0.7086	0.7723	0.8133	0.9018	0.9496	0.9661	0.9745	0.9795
15	14	0.4821	0.5786	0.6455	0.6944	0.7607	0.8034	0.8963	0.9468	0.9642	0.9730	0.9784
16	15	0.4631	0.5613	0.6301	0.6805	0.7492	0.7938	0.8909	0.9439	0.9622	0.9715	0.9772
17	16	0.4448	0.5447	0.6151	0.6670	0.7380	0.7843	0.8856	0.9411	0.9603	0.9701	0.9760
18	17	0.4274	0.5286	0.6005	0.6538	0.7271	0.7749	0.8803	0.9382	0.9584	0.9686	0.9748
19	18	0.4108	0.5131	0.5863	0.6409	0.7163	0.7657	0.8751	0.9354	0.9565	0.9672	0.9737
20	19	0.3948	0.4981	0.5726	0.6284	0.7058	0.7567	0.8699	0.9327	0.9546	0.9658	0.9725
21	20	0.3796	0.4836	0.5592	0.6161	0.6954	0.7478	0.8648	0.9299	0.9527	0.9643	0.9714
22	21	0.3649	0.4695	0.5462	0.6041	0.6852	0.7390	0.8597	0.9272	0.9508	0.9629	0.9702
23	22	0.3509	0.4559	0.5335	0.5924	0.6752	0.7304	0.8546	0.9245	0.9490	0.9615	0.9691
24	23	0.3375	0.4428	0.5212	0.5809	0.6654	0.7219	0.8497	0.9218	0.9471	0.9601	0.9679
25	24	0.3246	0.4301	0.5091	0.5698	0.6558	0.7135	0.8447	0.9191	0.9453	0.9587	0.9668
30	29	0.2677	0.3721	0.4535	0.5174	0.6100	0.6734	0.8206	0.9059	0.9362	0.9518	0.9612
35	34	0.2212	0.3225	0.4044	0.4703	0.5679	0.6359	0.7975	0.8930	0.9273	0.9450	0.9557
40	39	0.1831	0.2799	0.3610	0.4278	0.5290	0.6009	0.7752	0.8804	0.9186	0.9383	0.9503
45	44	0.1517	0.2431	0.3226	0.3895	0.4930	0.5679	0.7536	0.8681	0.9100	0.9317	0.9450
50	49	0.1259	0.2113	0.2884	0.3548	0.4597	0.5370	0.7328	0.8560	0.9016	0.9252	0.9397
60	59	0.0869	0.1601	0.2309	0.2948	0.4001	0.4805	0.6932	0.8326	0.8850	0.9125	0.9293
70	69	0.0602	0.1215	0.1852	0.2453	0.3486	0.4304	0.6560	0.8100	0.8689	0.9000	0.9191
80	79	0.0418	0.0924	0.1488	0.2044	0.3040	0.3858	0.6211	0.7881	0.8532	0.8878	0.9091
90	89	0.0291	0.0704	0.1197	0.1705	0.2653	0.3460	0.5882	0.7669	0.8379	0.8757	0.8993
100	99	0.0202	0.0537	0.0963	0.1423	0.2317	0.3104	0.5571	0.7464	0.8228	0.8639	0.8896
120	119	0.0099	0.0313	0.0626	0.0993	0.1769	0.2502	0.5002	0.7072	0.7938	0.8410	0.8706
140	139	0.0048	0.0183	0.0407	0.0695	0.1353	0.2019	0.4493	0.6703	0.7659	0.8187	0.8521
160	159	0.0024	0.0107	0.0266	0.0487	0.1036	0.1631	0.4038	0.6355	0.7392	0.7972	0.8341
180	179	0.0012	0.0063	0.0174	0.0342	0.0794	0.1318	0.3631	0.6026	0.7134	0.7763	0.8166
200	199	0.0006	0.0037	0.0114	0.0240	0.0610	0.1067	0.3266	0.5715	0.6886	0.7560	0.7995

表 C.3e 在99%置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度

失效数		等效任务数									
		0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
A	*B*										
1	0	0.0001	0.0100	0.0464	0.1000	0.1585	0.3155	0.2683	0.3162	0.3594	0.3981
2	1	0.0000	0.0013	0.0120	0.0362	0.0703	0.1094	0.1501	0.1902	0.2287	0.2651
3	2	0.0000	0.0002	0.0037	0.0150	0.0347	0.0607	0.0906	0.1223	0.1544	0.1862
4	3	0.0000	0.0000	0.0012	0.0066	0.0180	0.0351	0.0567	0.0812	0.1073	0.1341
5	4	0.0000	0.0000	0.0004	0.0030	0.0096	0.0209	0.0363	0.0550	0.0759	0.0982
		5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
1	0	0.4329	0.4642	0.4924	0.5180	0.5412	0.5624	0.5817	0.5995	0.6159	0.6310
2	1	0.2991	0.3307	0.3601	0.3874	0.4127	0.4361	0.4579	0.4783	0.4972	0.5149
3	2	0.2169	0.2464	0.2744	0.3009	0.3260	0.3497	0.3720	0.3930	0.4128	0.4315
4	3	0.1610	0.1875	0.2132	0.2381	0.2620	0.2849	0.3067	0.3276	0.3474	0.3662
5	4	0.1212	0.1446	0.1677	0.1906	0.2128	0.2344	0.2553	0.2754	0.2948	0.3133
6	5	0.0922	0.1125	0.1331	0.1537	0.1742	0.1943	0.2139	0.2331	0.2516	0.2696
7	6	0.0707	0.0882	0.1063	0.1347	0.1433	0.1618	0.1801	0.1981	0.2157	0.2329
8	7	0.0545	0.0695	0.0853	0.1017	0.1184	0.1353	0.1522	0.1690	0.1856	0.2019
9	8	0.0423	0.0550	0.0687	0.0832	0.0982	0.1136	0.1291	0.1446	0.1601	0.1755
10	9	0.0329	0.0437	0.0556	0.0683	0.0817	0.0956	0.1097	0.1241	0.1385	0.1528
		11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0
1	0	0.6579	0.6813	0.7017	0.7197	0.7357	0.7499	0.7627	0.7743	0.7848	0.7943
2	1	0.5469	0.5751	0.6001	0.6224	0.6424	0.6604	0.6767	0.6916	0.7051	0.7175
3	2	0.4657	0.4963	0.5238	0.5486	0.5710	0.5913	0.6099	0.6269	0.6425	0.6568
4	3	0.4012	0.4330	0.4618	0.4880	0.5119	0.5338	0.5538	0.5723	0.5894	0.6052
5	4	0.3482	0.3802	0.4096	0.4365	0.4613	0.4842	0.5053	0.5248	0.5429	0.5598
6	5	0.3037	0.3354	0.3648	0.3921	0.4173	0.4407	0.4625	0.4828	0.5016	0.5192
7	6	0.2659	0.2969	0.3260	0.3532	0.3786	0.4023	0.4244	0.4451	0.4645	0.4826
8	7	0.2335	0.2636	0.2921	0.3189	0.3442	0.3679	0.3902	0.4111	0.4308	0.4493
9	8	0.2056	0.2345	0.2622	0.2885	0.3134	0.3370	0.3593	0.3803	0.4001	0.4189
10	9	0.1813	0.2090	0.2358	0.2614	0.2859	0.3091	0.3312	0.3522	0.3721	0.3910
11	10	0.1602	0.1866	0.2123	0.2372	0.2611	0.2839	0.3058	0.3266	0.3464	0.3652
12	11	0.1418	0.1668	0.1915	0.2155	0.2387	0.2610	0.2825	0.3030	0.3227	0.3415
13	12	0.1256	0.1493	0.1728	0.1959	0.2184	0.2402	0.2612	0.2814	0.3009	0.3195
14	13	0.1114	0.1338	0.1562	0.1783	0.2000	0.2212	0.2417	0.2616	0.2807	0.2991
15	14	0.0989	0.1200	0.1412	0.1624	0.1833	0.2038	0.2238	0.2432	0.2620	0.2802
16	15	0.0879	0.1077	0.1278	0.1480	0.1682	0.1880	0.2074	0.2263	0.2447	0.2626
17	16	0.0782	0.0967	0.1158	0.1350	0.1543	0.1734	0.1923	0.2107	0.2287	0.2462
18	17	0.0696	0.0869	0.1049	0.1233	0.1417	0.1601	0.1783	0.1963	0.2138	0.2310
19	18	0.0620	0.0782	0.0951	0.1126	0.1302	0.1479	0.1655	0.1829	0.2000	0.2167
20	19	0.0553	0.0704	0.0863	0.1028	0.1197	0.1366	0.1536	0.1705	0.1871	0.2035

表 C.3e 在 99% 置信度下由等效任务数和失效数确定的可靠度（续）

失效数		等效任务数										
		30.0	40.0	50.0	60.0	80.0	100.0	200.0	400.0	600.0	800.0	1,000.0
A	*B*											
1	0	0.8577	0.8913	0.9120	0.9261	0.9441	0.9550	0.9772	0.9886	0.9924	0.9943	0.9954
2	1	0.8015	0.8471	0.8757	0.8953	0.9204	0.9358	0.9674	0.9835	0.9890	0.9917	0.9934
3	2	0.7556	0.8105	0.8453	0.8693	0.9003	0.9194	0.9588	0.9792	0.9861	0.9895	0.9916
4	3	0.7155	0.7779	0.8180	0.8458	0.8820	0.9044	0.9510	0.9752	0.9834	0.9875	0.9900
5	4	0.6792	0.7482	0.7929	0.8241	0.8650	0.8904	0.9436	0.9714	0.9808	0.9856	0.9885
6	5	0.6460	0.7206	0.7694	0.8037	0.8489	0.8771	0.9366	0.9678	0.9784	0.9837	0.9870
7	6	0.6153	0.6947	0.7472	0.7844	0.8335	0.8644	0.9297	0.9642	0.9760	0.9820	0.9855
8	7	0.5866	0.6703	0.7261	0.7659	0.8187	0.8521	0.9231	0.9608	0.9737	0.9802	0.9841
9	8	0.5599	0.6472	0.7061	0.7482	0.8045	0.8403	0.9167	0.9574	0.9714	0.9785	0.9827
10	9	0.5347	0.6253	0.6868	0.7312	0.7907	0.8288	0.9104	0.9541	0.9692	0.9768	0.9814
11	10	0.5110	0.6043	0.6684	0.7148	0.7774	0.8175	0.9042	0.9509	0.9670	0.9751	0.9801
12	11	0.4885	0.5844	0.6506	0.6990	0.7644	0.8066	0.8981	0.9477	0.9648	0.9735	0.9787
13	12	0.4673	0.5652	0.6335	0.6836	0.7518	0.7960	0.8922	0.9445	0.9627	0.9719	0.9774
14	13	0.4473	0.5469	0.6171	0.6688	0.7395	0.7855	0.8863	0.9414	0.9606	0.9703	0.9762
15	14	0.4282	0.5293	0.6011	0.6544	0.7275	0.7753	0.8805	0.9384	0.9585	0.9687	0.9749
16	15	0.4101	0.5124	0.5858	0.6404	0.7158	0.7653	0.8748	0.9353	0.9564	0.9671	0.9736
17	16	0.3928	0.4962	0.5709	0.6268	0.7044	0.7556	0.8692	0.9323	0.9544	0.9656	0.9724
18	17	0.3764	0.4806	0.5564	0.6136	0.6932	0.7460	0.8637	0.9293	0.9523	0.9640	0.9711
19	18	0.3608	0.4656	0.5425	0.6007	0.6823	0.7365	0.8582	0.9264	0.9503	0.9625	0.9699
20	19	0.3459	0.4511	0.5289	0.5882	0.6716	0.7273	0.8528	0.9235	0.9483	0.9610	0.9687
21	20	0.3317	0.4371	0.5158	0.5760	0.6611	0.7182	0.8475	0.9206	0.9463	0.9595	0.9674
22	21	0.3182	0.4236	0.5030	0.5641	0.6509	0.7092	0.8422	0.9177	0.9444	0.9580	0.9662
23	22	0.3052	0.4107	0.4907	0.5525	0.6408	0.7005	0.8369	0.9148	0.9424	0.9565	0.9650
24	23	0.2929	0.3981	0.4786	0.5412	0.6310	0.6918	0.8318	0.9120	0.9404	0.9550	0.9638
25	24	0.2810	0.3860	0.4669	0.5301	0.6213	0.6833	0.8266	0.9092	0.9385	0.9535	0.9626
30	29	0.2292	0.3313	0.4132	0.4788	0.5756	0.6428	0.8018	0.8954	0.9290	0.9463	0.9568
35	34	0.1875	0.2850	0.3663	0.4331	0.5338	0.6052	0.7780	0.8820	0.9197	0.9392	0.9510
40	39	0.1538	0.2456	0.3252	0.3922	0.4956	0.5703	0.7552	0.8690	0.9106	0.9322	0.9454
45	44	0.1264	0.2119	0.2890	0.3555	0.4604	0.5376	0.7332	0.8563	0.9017	0.9254	0.9398
50	49	0.1040	0.1831	0.2572	0.3225	0.4279	0.5071	0.7121	0.8439	0.8930	0.9186	0.9344
60	59	0.0707	0.1371	0.2040	0.2659	0.3703	0.4517	0.6721	0.8198	0.8759	0.9054	0.9236
70	69	0.0483	0.1030	0.1623	0.2197	0.3209	0.4028	0.6347	0.7967	0.8594	0.8926	0.9131
80	79	0.0331	0.0776	0.1294	0.1819	0.2786	0.3597	0.5997	0.7744	0.8433	0.8800	0.9028
90	89	0.0227	0.0586	0.1033	0.1508	0.2420	0.3214	0.5669	0.7529	0.8276	0.8677	0.8927
100	99	0.0156	0.0442	0.0825	0.1251	0.2103	0.2873	0.5360	0.7321	0.8123	0.8556	0.8827
120	119	0.0075	0.0254	0.0529	0.0864	0.1593	0.2301	0.4796	0.6926	0.7828	0.8322	0.8633
140	139	0.0036	0.0146	0.0341	0.0598	0.1209	0.1845	0.4279	0.6554	0.7545	0.8096	0.8445
160	159	0.0017	0.0085	0.0220	0.0415	0.0920	0.1483	0.3850	0.6205	0.7275	0.7877	0.8262
180	179	0.0008	0.0049	0.0142	0.0289	0.0701	0.1192	0.3453	0.5876	0.7016	0.7666	0.8084
200	199	0.0004	0.0029	0.0092	0.0201	0.0534	0.0960	0.3098	0.5566	0.6766	0.7461	0.7911

表 C.4a　按子样容量为 3 算得的安全系数所确定的可靠度

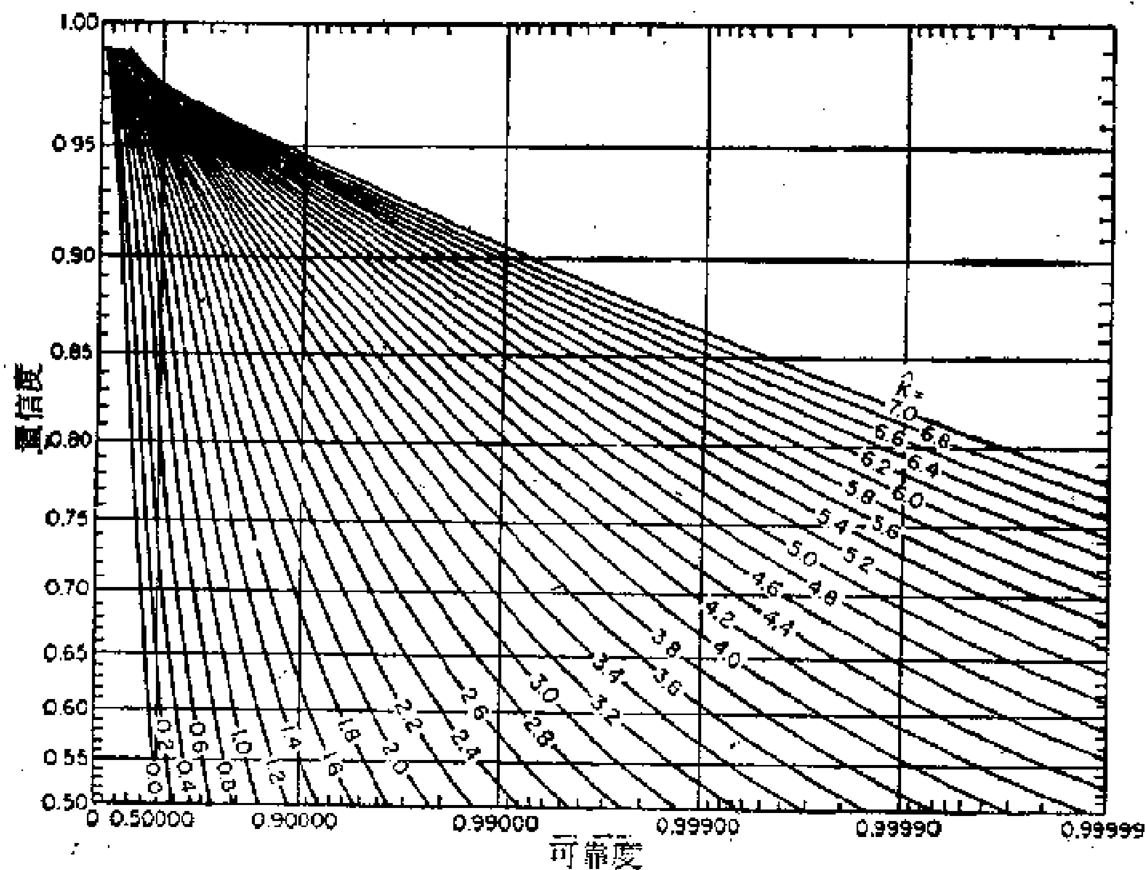


表 C.4b　按子样容量为 4 算得的安全系数所确定的可靠度

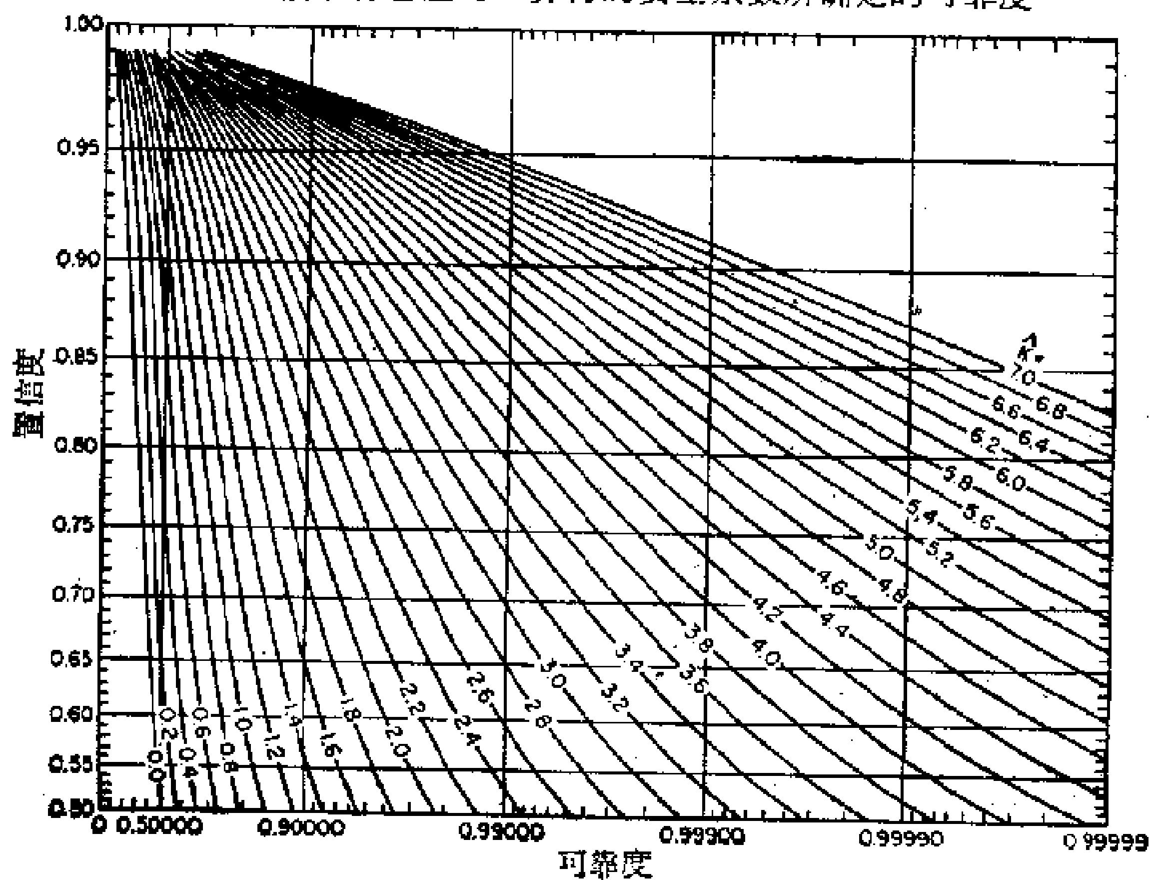


表 C.4c 按子样容量为5算得的安全系数所确定的可靠度

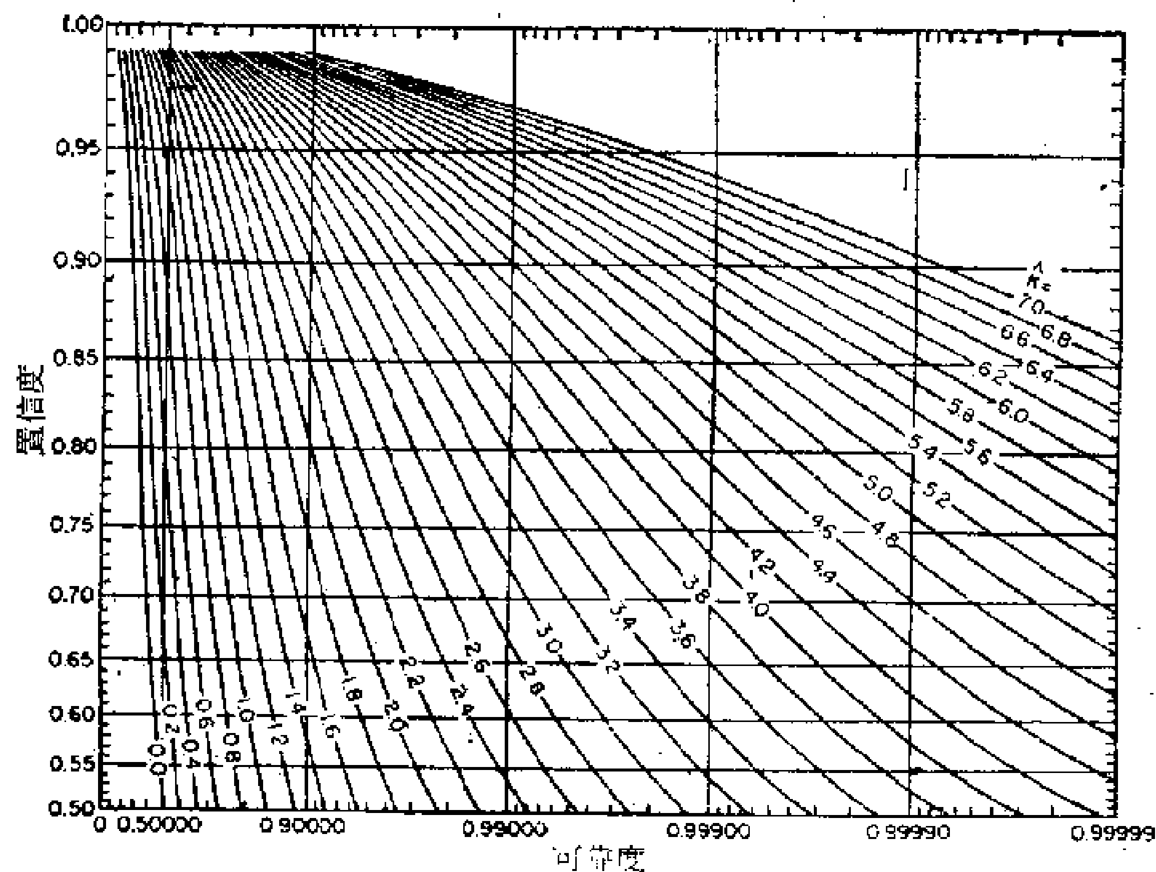


表 C.4d 按子样容量为 6 算得的安全系数所确定的可靠度

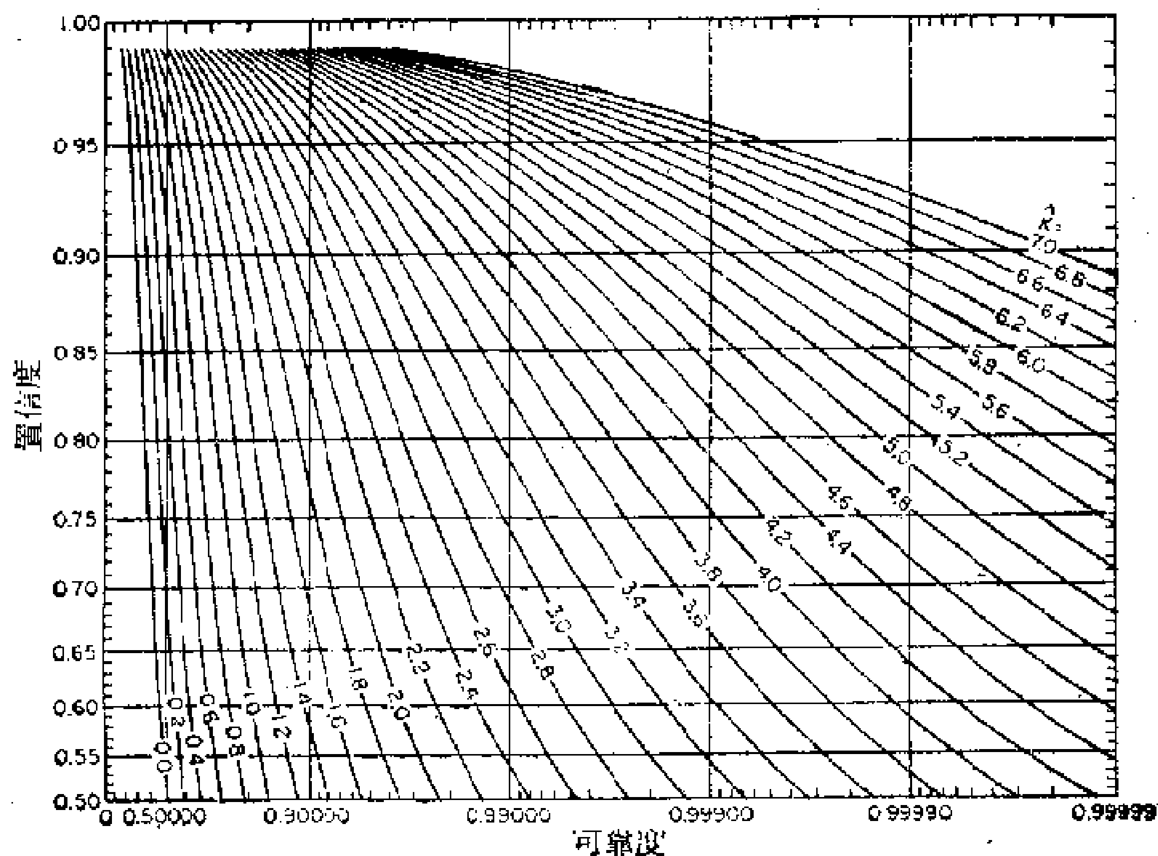


表 C.4e　按子样容量为 7 算得的安全系数所确定的可靠度

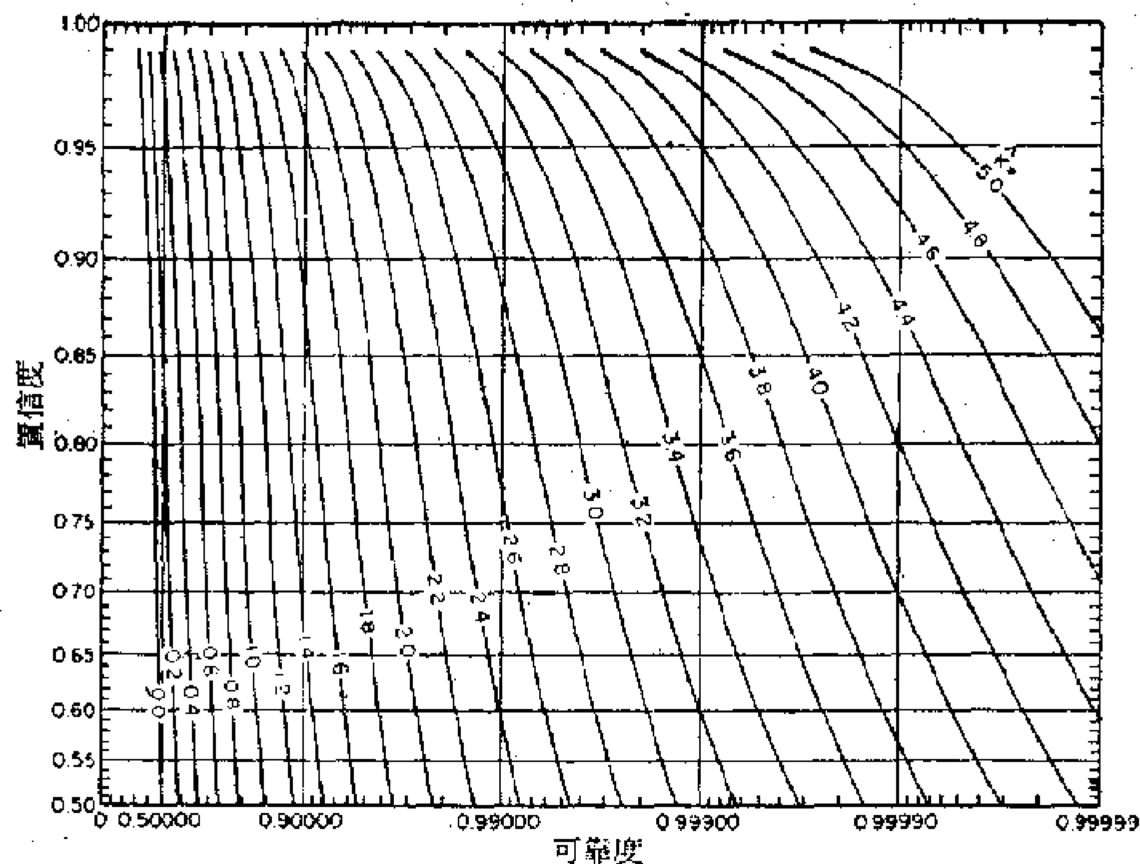


表 C.4f　按子样容量为 8 算得的安全系数所确定的可靠度

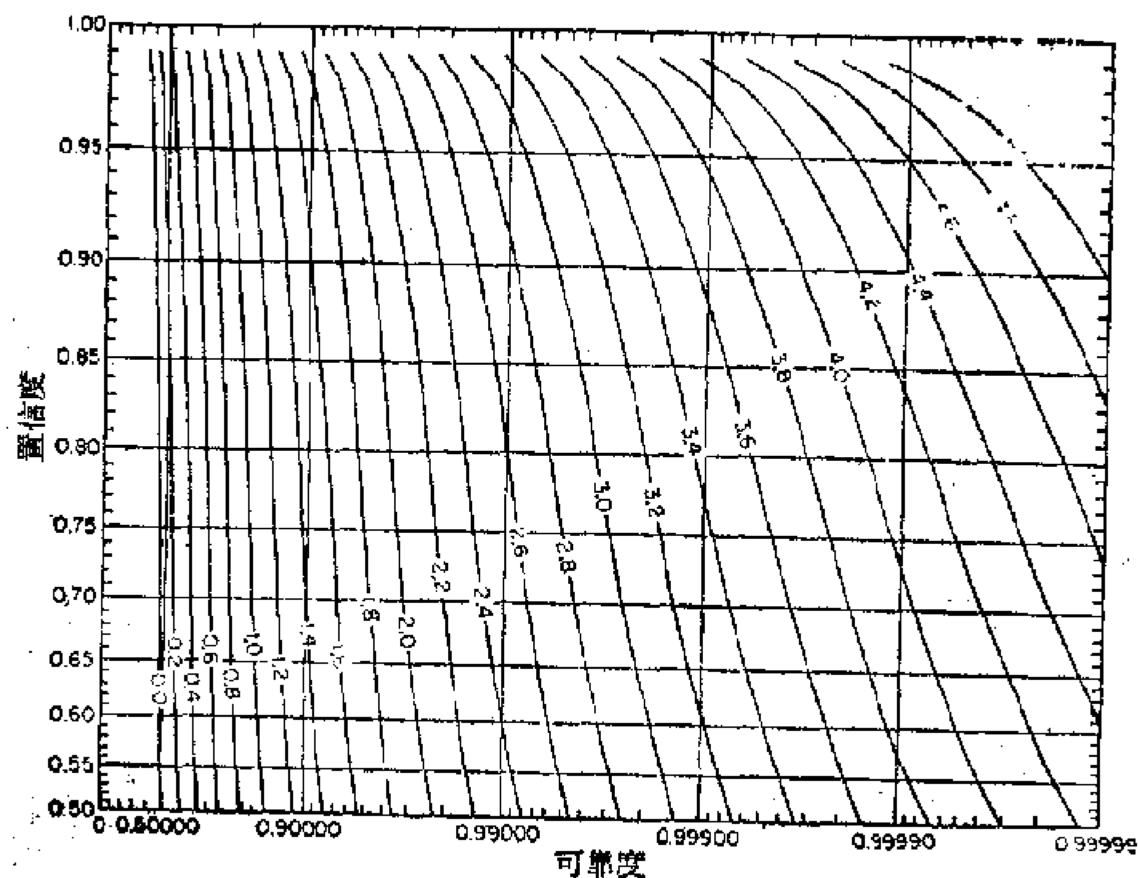


表 C.4g　按子样容量为 9 算得的安全系数所确定的可靠度

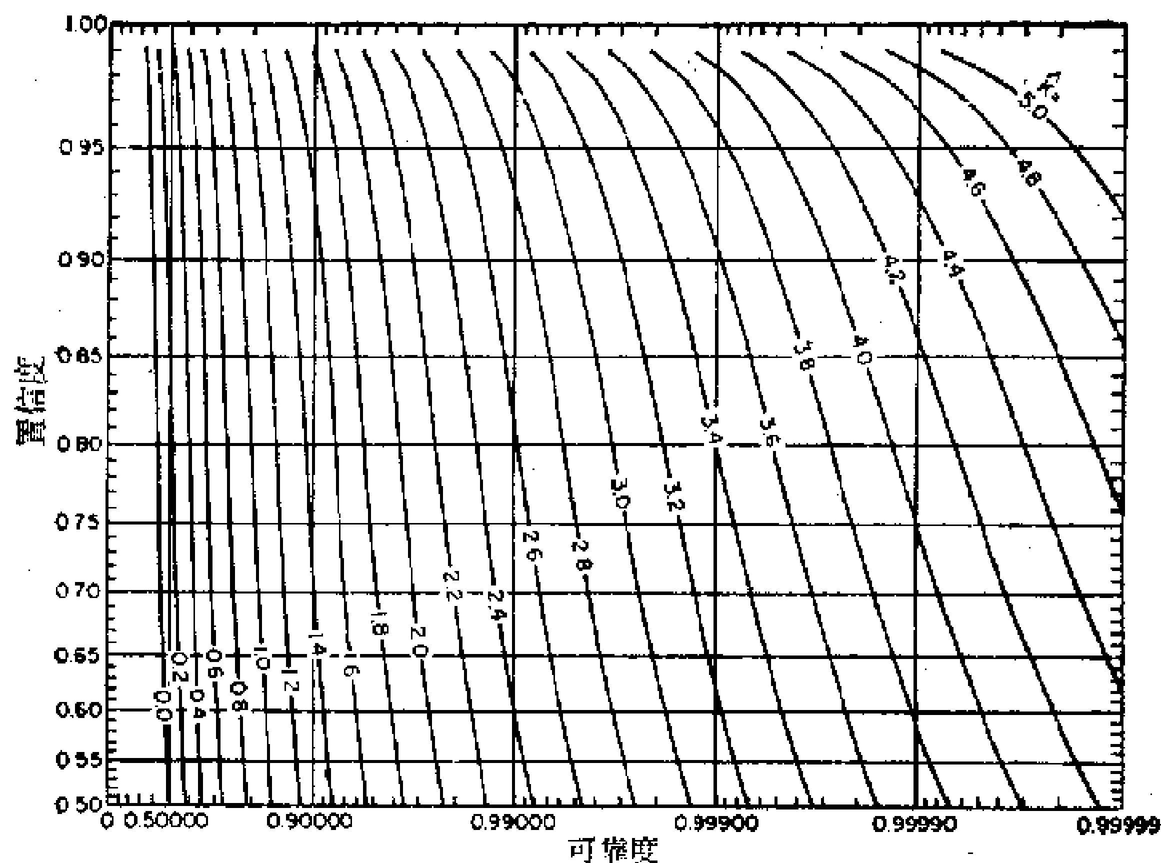


表 C.4h　按子样容量为 10 算得的安全系数所确定的可靠度

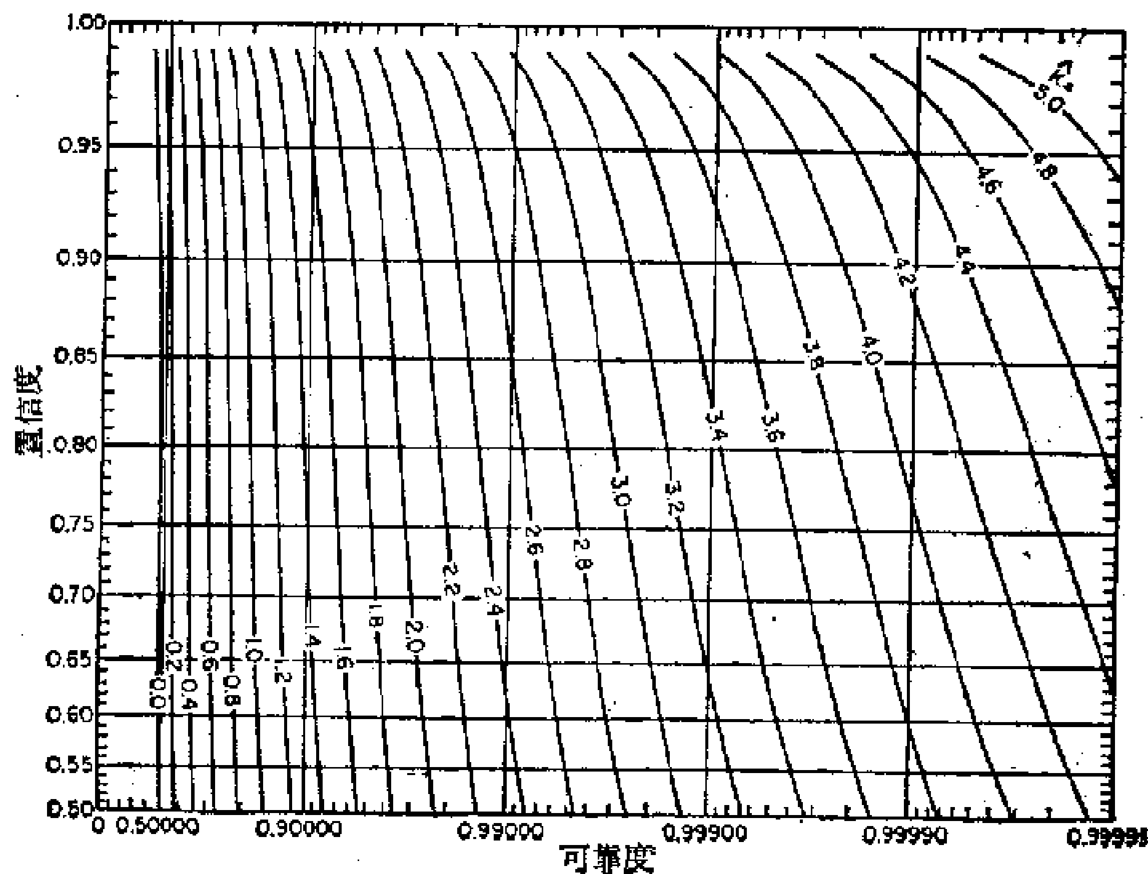


表 C.4i　按子样容量为 12 算得的安全系数所确定的可靠度

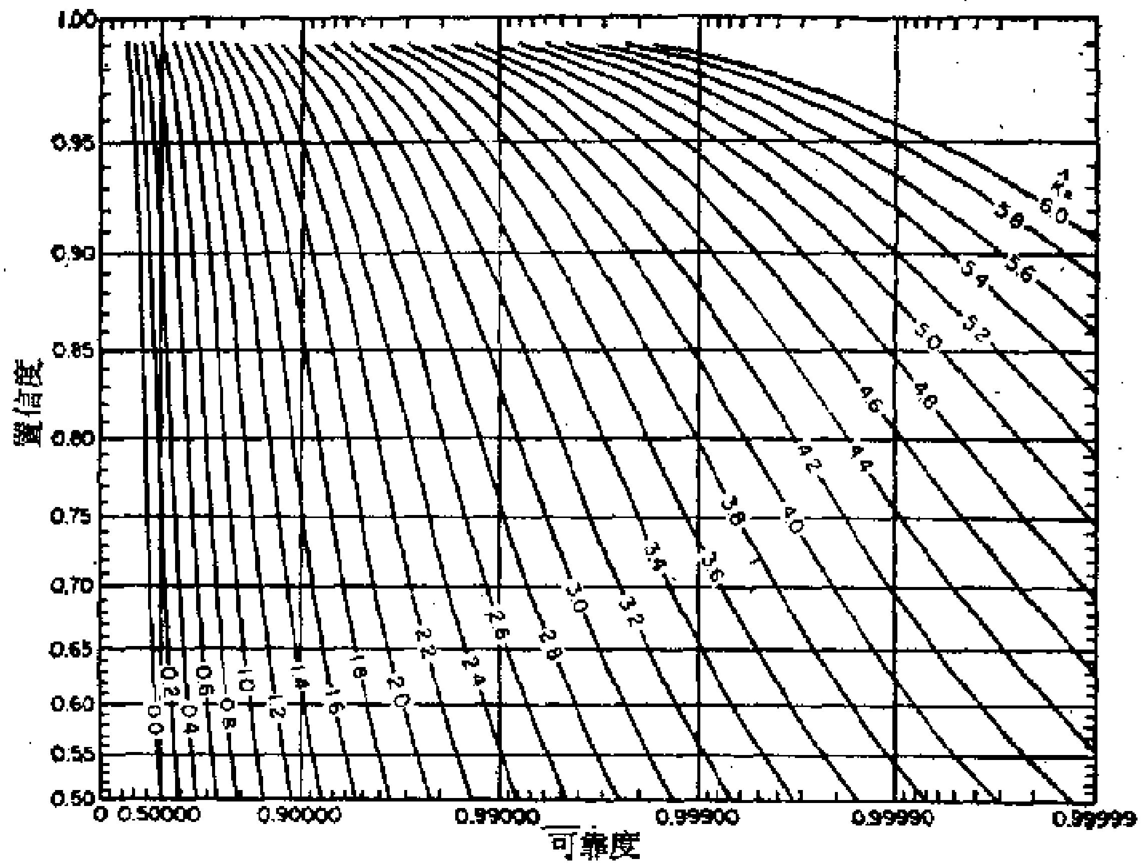


表 C.4j　按子样容量为 15 算得的安全系数所确定的可靠度

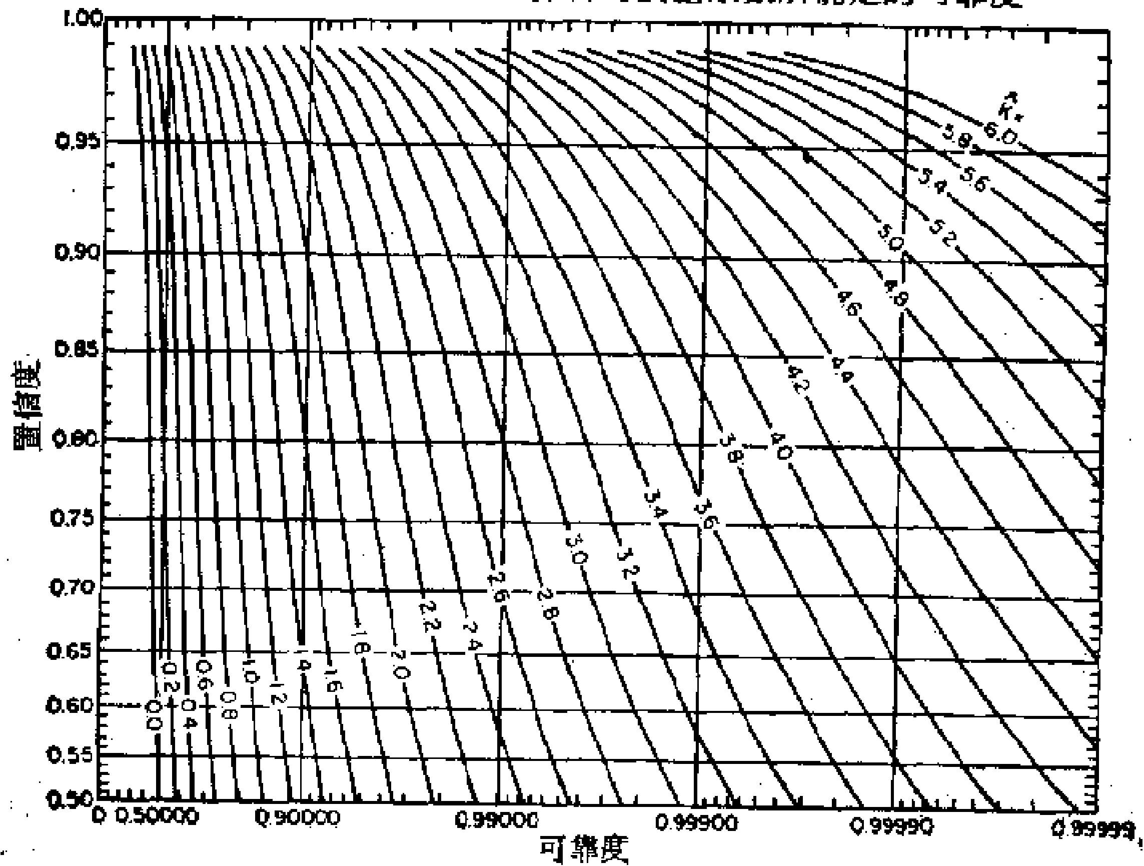


表 C.4k 按子样容量为 20 算得的安全系数所确定的可靠度

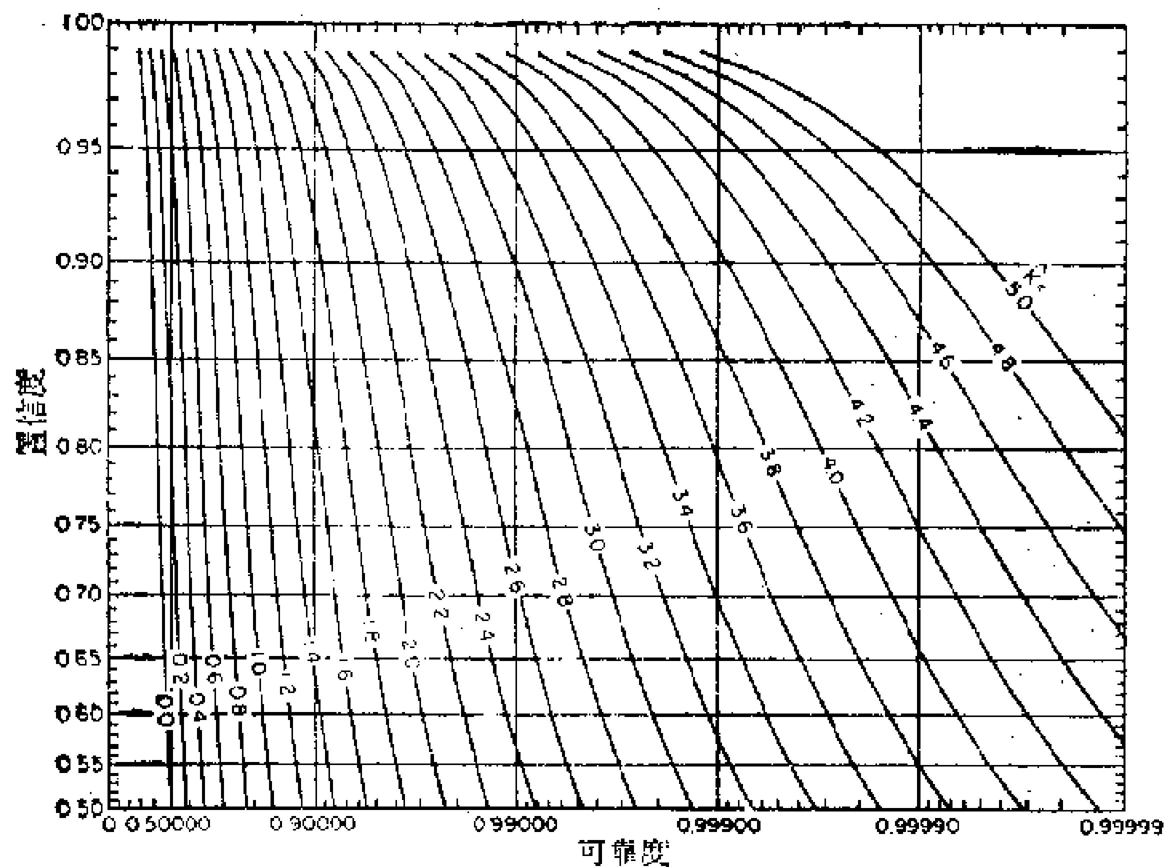


表 C.4l 按子样容量为 25 算得的安全系数所确定的可靠度

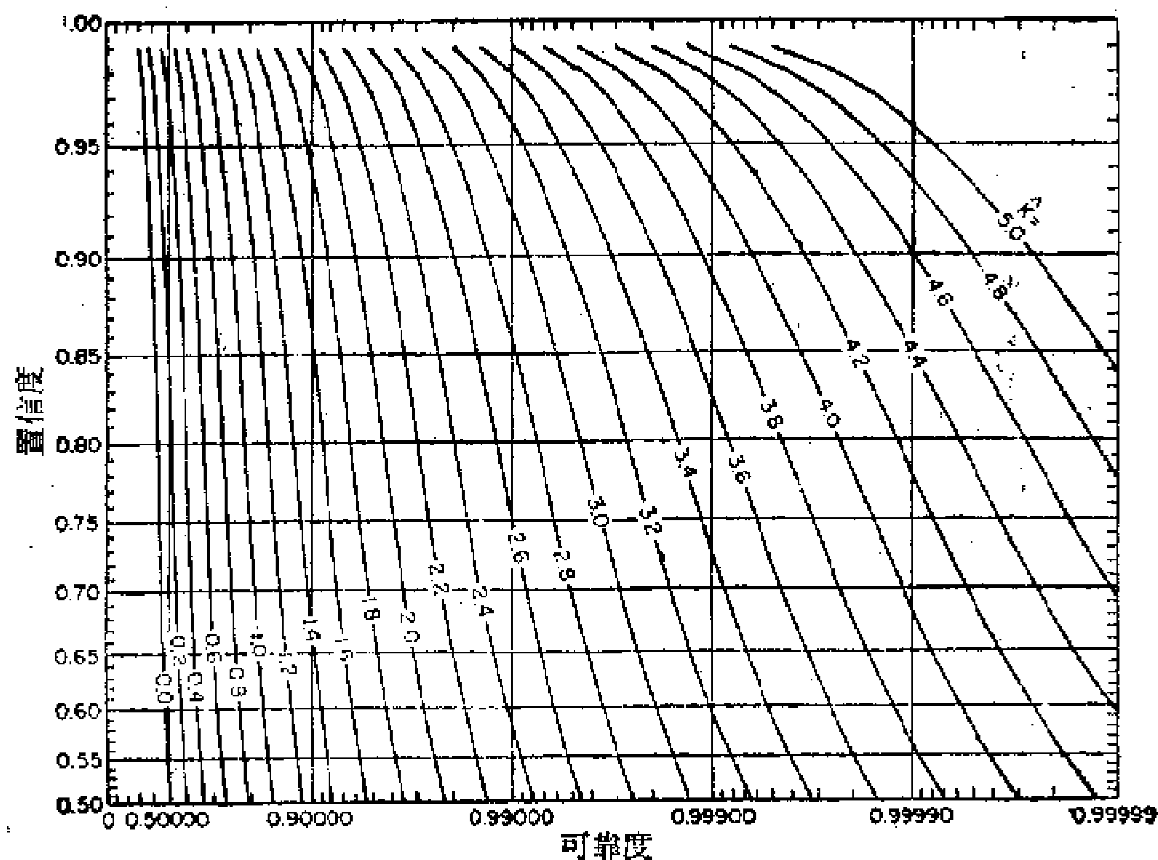


表 C.4m　按子样容量为 30 算得的安全系数所确定的可靠度

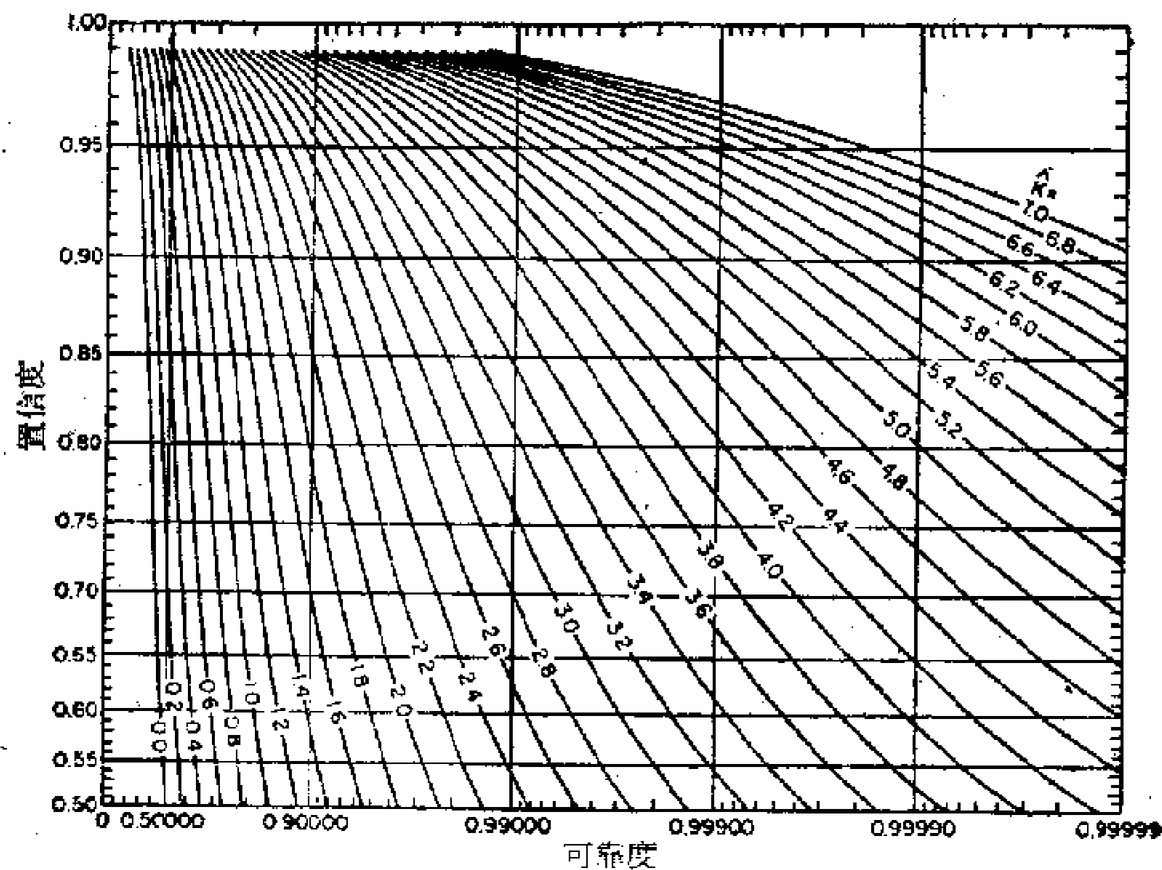


表 C.4n　按子样容量为 40 算得的安全系数所确定的可靠度

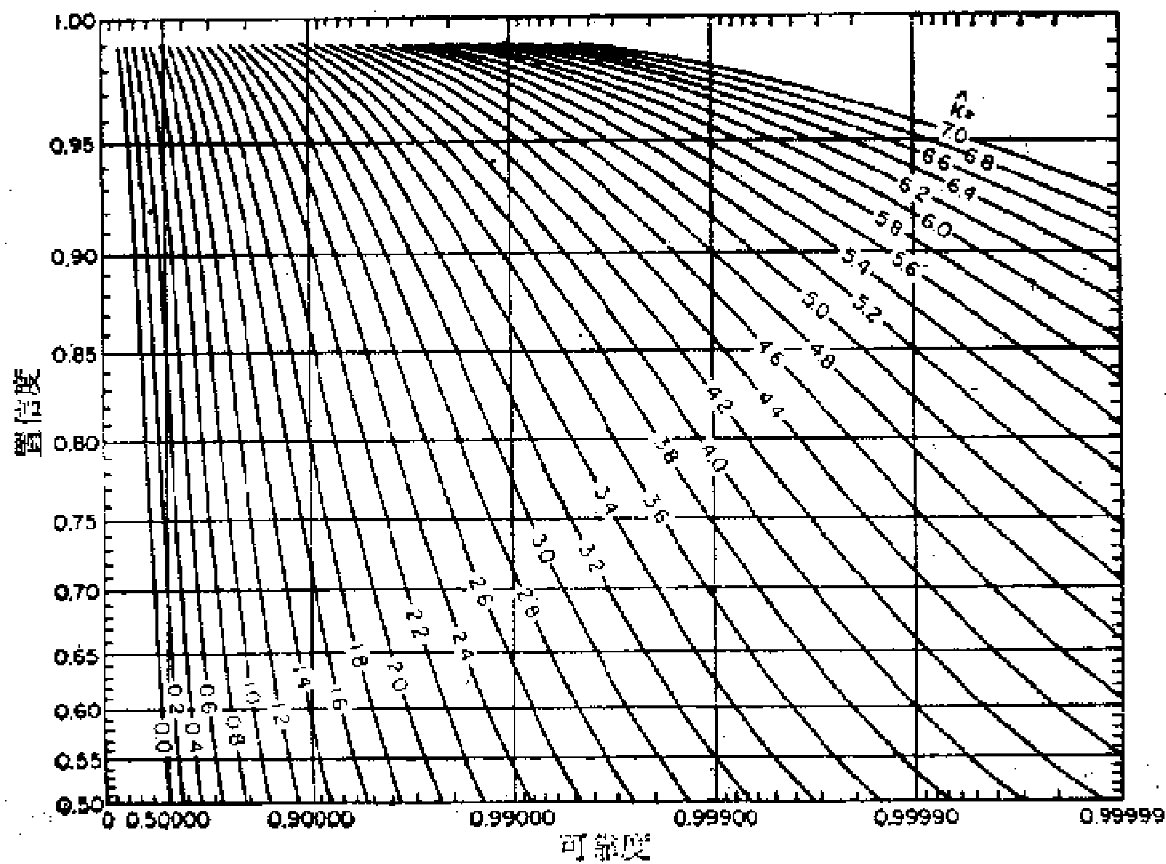


表 C.4o　按子样容量为 50 算得的安全系数所确定的可靠度

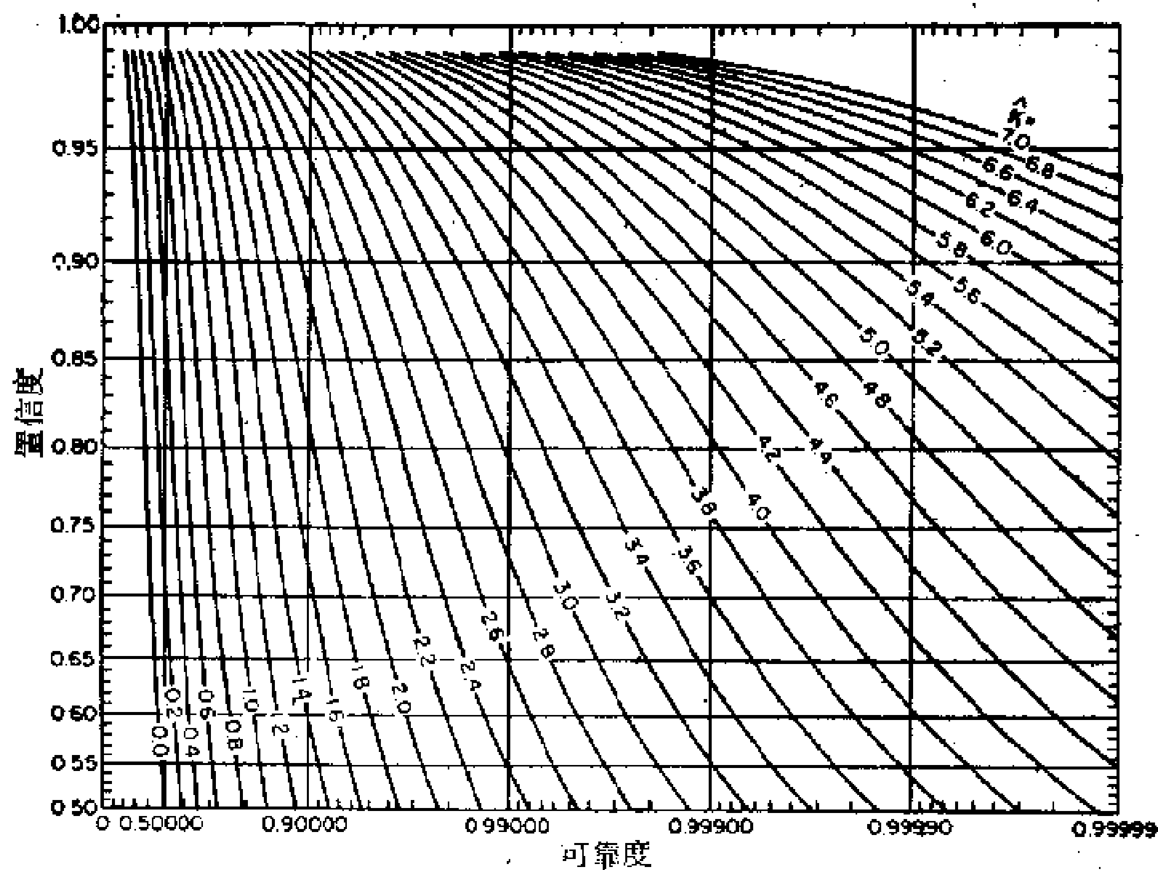


表 C.4p　按子样容量为 60 算得的安全系数所确定的可靠度

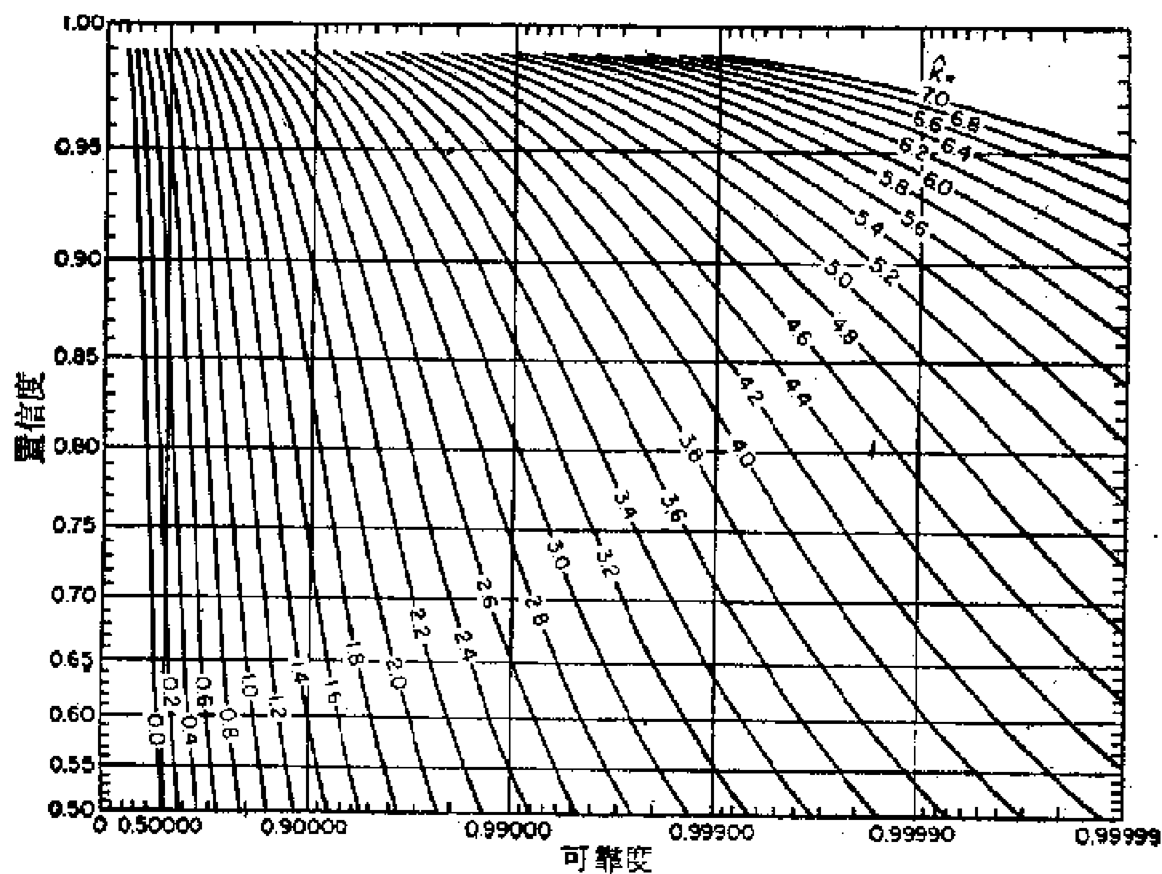


表 C.4q　按子样容量为 80 算得的安全系数所确定的可靠度

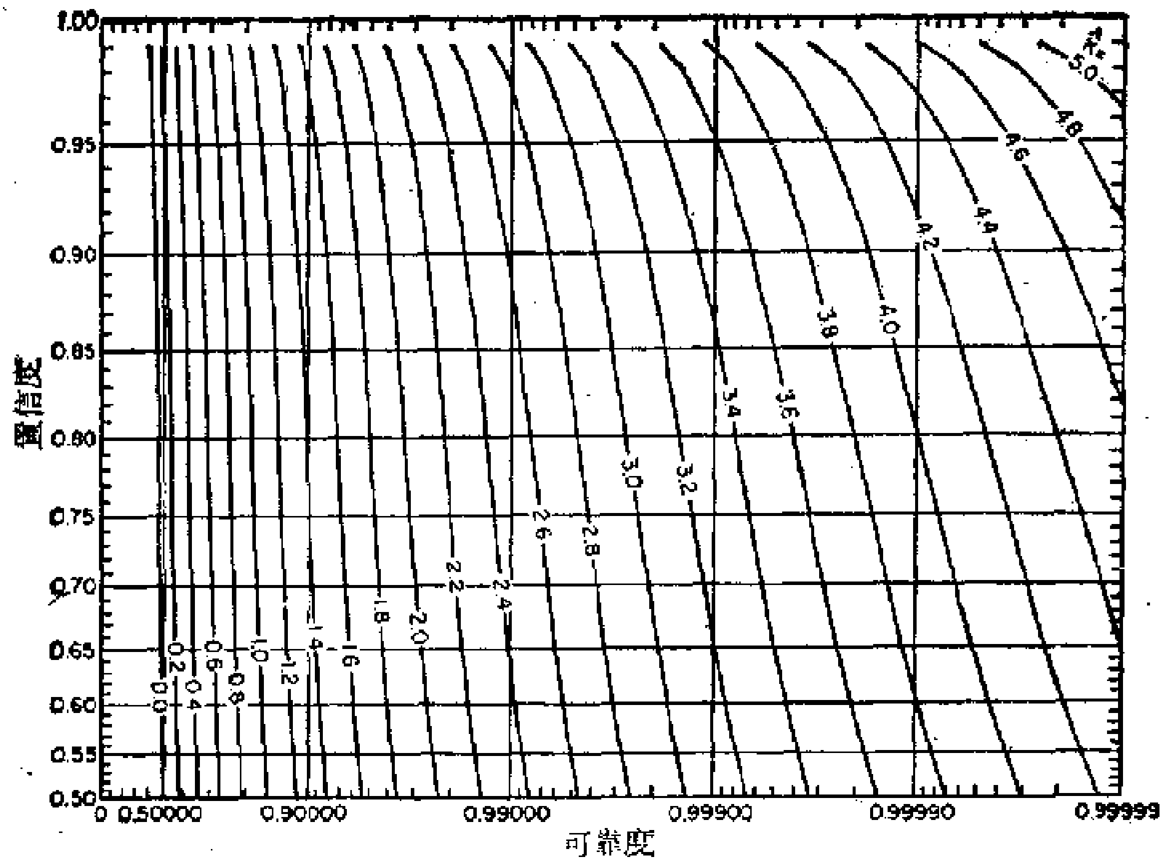


表 C.4r　按子样容量为 100 算得的安全系数所确定的可靠度

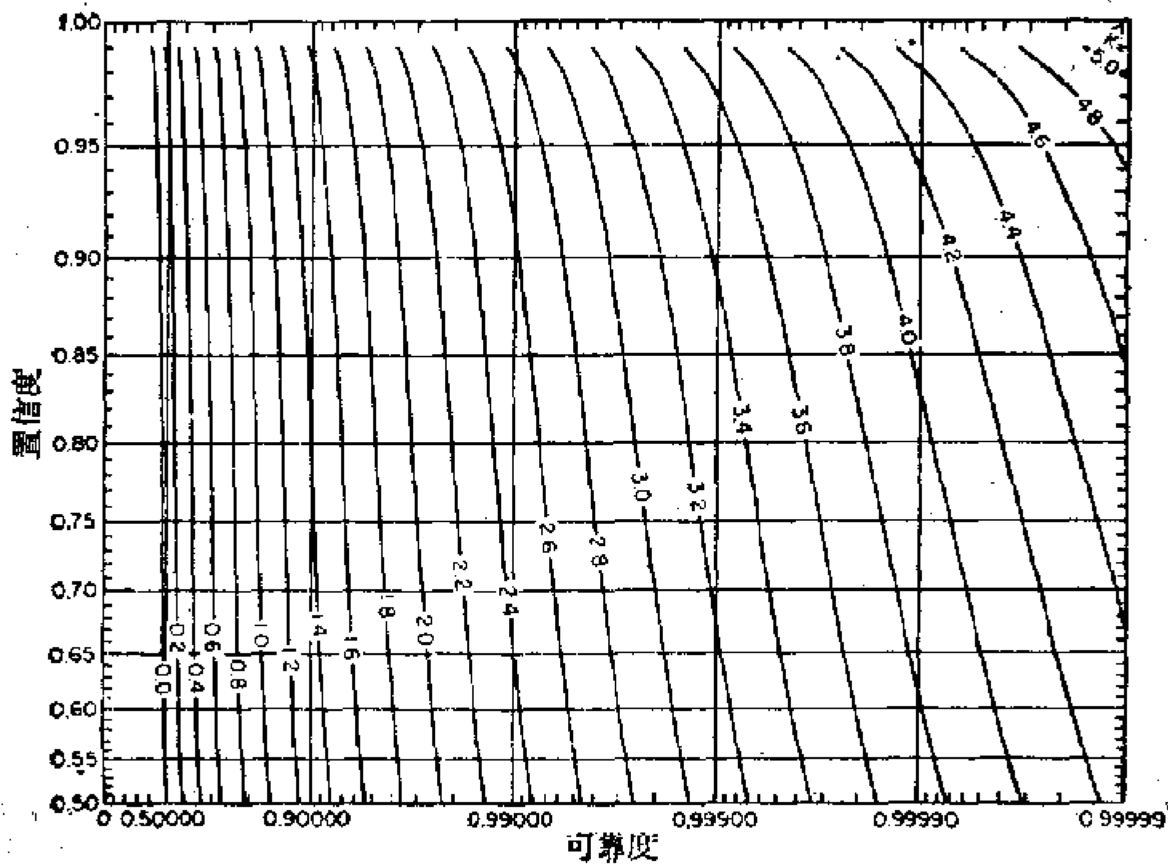


表 C.4a 按子样容量为 250 算得的安全系数所确定的可靠度

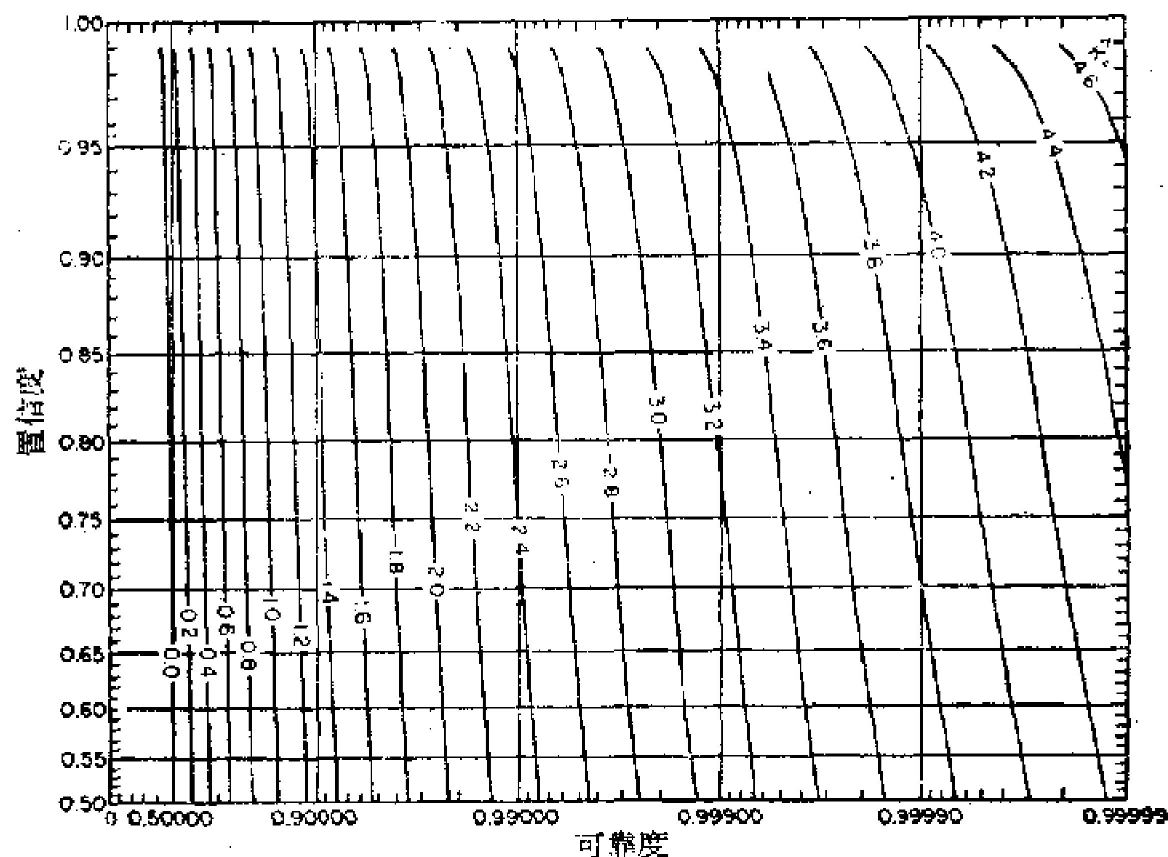


表 C.5 失效率数据参考资料

"Failure Rate Data Handbook" (FARADA)——多卷，修订和补充最近版

U. S. Naval Fleet Missile Systems

Analysis and Evaluation Group

给出了所有元件在三次服务和国家宇航局计划中所出现的实际失效率；并分卷给出了各个失效模式的失效百分数。主要缺点是失效率范围太宽，因而难于选择。

Interagence Data Exchange Program (IDEP) 最近版

Air Force Space Systems Division

Los Angeles Air Force Station

该计划的报告为缩微胶卷，其中有大量关于元件工艺的报告。失效率数据主要包括在第 347.25 节。第 347・60 节和第 374・65 节分别列出了关于环境和辐射影响的报告。（只供给有关承包者）**Data Co-**

llection for Nonelectronic Reliability Handbook——五卷(NEDCO II)

1968 年版 Technical Report RADC-TR-68-114

Rome Air Development Center

Air Force Systems Command

给出了非电子元件(包括机电元件)实际出现的失效率、应用数据、工作小时和各总体的特性。也给出了每种失效模式的失效百分数。

Microelectronic Failure Data; Microelectronic Failure Rate——多卷 1968 年版

Reliability Analysis Center

Rome Air Development Center

Air Force Systems Command

也可向下面的单位索取：

Illinois Institute of Technology Research Institute

这两个报告介绍了各种微电子元件的失效率、失效模式、工作小时和环境影响。

Dorant Operating and Storage Effects on Electronic Equipment and Part Reliability 1967 年版

Technical Report RADC-TR-67-307

Rome Air Development Center

Air Force System Command

介绍了电子元件的休眠和存储失效率。(这是一般公众得不到的。)

Reliability and Maintainability Data Source Guide 1967 年版

System Effectiveness Branch

Electronics Division

U. S. Naval Applied Science Laboratory

鉴定了官方规定的一些可靠度和维修率数据。(未提供实际失效率数据。)

"Electronics Reliability: Calculation and Design" 1966 年版

本书作者 G. W. Dummer 和 N. B. Griffin

出版者 Pergamon Press, Ltd.

给出了电子元件的应用和经验失效率(考虑了用法和环境)、工作小

时数据和一些降额工作失效率数据。

Parts Reliability and Applications Notebook——Volumes I and II 1966 年版

Technical Report RADC-TR-65-528

Reliability Analysis Center

Rome Air Development Center

Reseach and Technology Division

Air Force Systems Command

也可向下面的单位索取：

Defense Documentation Center for Scientific and Technical Information Cameron Station

给出了民兵 I 地对地导弹中所用电子元件的应用失效率和有关数据。（这是一般公众得不到的）

Investigation of Reliability of Mechanical Systems 1965 年版

Lockheed-Georgia Company

for the Bureau of Naval Weapons

给出了 C-130B 型飞机上使用的机械元件和设备的非预订替换和维修率及其标准偏差，以及系统量和有关数据。

MIL-HDBK-217A: Reliability Stress and Failure Rate Data for Electronic Equipment

Revision of MIL-HDBK-217

Bureau of Naval Weapons

Department of the Navy

给出了电子元件的应用失效率和环境因子。有时在合同上规定使用这个手册。也给出了可靠性其它方面比如建立数学模型的情形。

Bureau of Ships Reliability Design Handbook 1963 年版

NAVSHIPS 94501

Superintendent of Documents

U. S. Goverment Printing Office

给出了电子元件的应用失效率。（有些数据可能过时，不适用于目前的设备。）

MIL-STD-756A: Military Standard, Reliability Prediction 1963 年版

Defense Supply Agency

给出了 MIL-HDBK-217 中的失效率数据使用的环境因子。

MIL-HDBK-217: Reliability Stress and Failure Rate Data for Electronic Equipment 1962 年版

Bureau of Naval Weapons

Department of the Navy

给出了电子元件的应用失效率。有时，合同上规定使用这个手册。(有些数据可能过时，不适用于目前设备。) MIL-STD-756A 中给出了环境因子。

Minuteman Wing I Environmental Control System Reliability Analysis Report 1962 年版

HQ Ballistic Systems Division

Air Force Systems Command

United States Air Force

Norton Air Force Base, Calif.

也可向下面的单位索取：

Defense Documentation Center for Scientific and Technical Information Cameron Station

给出了民兵导弹环境控制系统的电子和机械元件的失效率数据。

Operational-Reliability Estimates and part-failure Rate for Naval Avionics Equipment 1962 年版

Publ. 202-1-331

Defense Documentation Center

Defense Supply Agency

Cameron Station

也可向下面的单位索取：

ARINC Research Corporation

给出了电子元件和机电元件的失效率数据和工作小时数据。也给出了各种失效模式的失效百分数，并比较了不同来源的失效率。(有些

数据可能过时，不适用于目前的设备。）

Reliability Engineering Data Series-Failure Rate 1962 年版

Avco Corporation

Research and Advanced Development Division

也可从下列的文献中得到：

Proceedings of the 8th National Symposium on Reliability and Quality Control, pp.259—267.

Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.

给出了电子元件和机械元件的基本失效率、环境因子和应用因子。（有些数据可能过时，不适用于目前的设备。）

Handbook of Reliability Analysis Data for Systems and Component Design Engineers 1961 年版

TRA-873-74

U. S. Department of Commerce

Business and Defense Services Administration

Office of Technical Services

给出了典型电子元件的各种失效模式的失效百分数。（有些数据可能过时，不适用于目前的设备。）

Proceedings of the Annual Symposia on Reliability 未注出版年份（1966年以前，这个会议还包括质量控制。）

Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.

Reliability of Beam Lead Sealed-junction Devices (1969) pp. 191—201

给出了某些晶体管和集成电路的中位寿命数据与结温的关系。

Reliability of Epoxy Transistors (1969) pp. 202—210

给出了某些环氧树脂封装晶体管在不同工作和环境条件下的失效率数据。

Reliability Data from In-flight Spacecraft (1968) pp.271—279

给出了电子元、部件在轨道环境下的失效率和某些失效原因。

Reliability Prediction Techniques (1967) pp.17—29

给出了电子元件在各种应用中的失效率数和某些有关的量。

High-power High-freguency Reliability Technigues (1966) pp. 180—197

给出了大功率高频电子管的排除数据前的平均时间。

Operational Reliability of Component in Selected Systems (1966) pp. 198—211

给出了某些电子元件在优选应用中的替换率

Parts Reliability Problems in Aerospace Systems (1966) pp. 212—220

给出了某些电子元件在宇宙飞船应用中的失效率数据。

Reliability of Integrated Circuits-Analysis of a Survey (1966) pp. 450—463

给出了单片集成电路的一些失效率数据。

Quantitative Reiability Prediction (1966) pp. 670—677

给出了电子元件在各种应用中的失效率数据。

Reliability and Failure Distribution of Inertial Sensors (1965) pp. 144—153

给出了陀螺仪和有关元件的失效分布数据。

Correlation of Ground, Air, and Space Failure Rates (1965) pp 273—278

给出了电子元件和机械元件在实验室、地面、大气和导弹应用中的失效率环境因子。

Parts Reliability versus Redundance Trade-offs (1965) pp. 285—292

比较了某些商用、军用(符合海军合格产品表要求)和高可靠应用的电子元件的可靠度。